

제 2 교시

2020학년도 Grand Master 6월 평가원 대비 모의고사 문제지

이정환 X Team. GM

# 수학 영역 (가형)

성명		수험번호						-				
----	--	------	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형('가' 형/'나' 형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

**오늘은 누군가의 미래였다.**

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

**※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.**



제 2 교시

수학 영역 (가형)

홀수형

5지선다형

1.  ${}^7P_3$ 의 값은? [2점]

- ① 180    ② 190    ③ 210    ④ 220    ⑤ 230

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\sin 2x}$ 의 값은? [2점]

- ①  $-\frac{5}{2}$     ②  $-\frac{5}{4}$     ③ 0    ④  $\frac{5}{4}$     ⑤  $\frac{5}{2}$

3. 두 벡터  $\vec{a}=(3, 4)$ ,  $\vec{b}=(x, y)$ 에 대하여 벡터  $2\vec{a}-\vec{b}$ 의 모든 성분의 합이 0일 때,  $x+y$ 의 값은? [2점]

- ① 13    ② 14    ③ 15    ④ 16    ⑤ 17

4. 서로 독립인 두 사건  $A, B$ 에 대하여

$$P(A) = \frac{4}{3}P(B) = 2P(A \cap B) \quad (\text{단, } P(A) \neq 0)$$

일 때,  $P(A \cap B)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{3}$     ②  $\frac{1}{4}$     ③  $\frac{1}{5}$     ④  $\frac{1}{6}$     ⑤  $\frac{1}{7}$

5. 함수  $f(x) = \ln(x^3 - 6)$ 에 대하여  $f'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

7.  $\int_0^{\sqrt{3}} x\sqrt{x^2+1} dx$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{11}{6}$       ② 2      ③  $\frac{13}{6}$       ④  $\frac{7}{3}$       ⑤  $\frac{5}{2}$

6. 닫힌 구간  $[0, \pi]$ 에서 곡선  $y = \sin \frac{8}{3}x$ 와 직선  $y = \frac{1}{2}$ 이  
만나는 교점의 개수는? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

8. 타원  $\frac{(x+a)^2}{12} + \frac{(y+2a)^2}{8} = 1$ 의 두 초점을 각각 F, F'이라 할 때, 삼각형 OFF'의 넓이가 4이다. 양수 a의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$     ② 1    ③  $\frac{3}{2}$     ④ 2    ⑤  $\frac{5}{2}$

9. 어느 미술대회에 참가한 학생 32명을 대상으로 미술대회의 입상 여부를 조사한 결과는 다음과 같다.

(단위: 명)

	남학생	여학생	합계
상을 받은 학생	4	3	7
상을 못 받은 학생	16	9	25
합계	20	12	32

이 미술대회에 참가한 학생들 중 임의로 선택한 한 명의 학생이 여학생이었을 때, 이 학생이 상을 받았을 확률은? [3점]

- ①  $\frac{1}{4}$     ②  $\frac{1}{3}$     ③  $\frac{5}{12}$     ④  $\frac{1}{2}$     ⑤  $\frac{7}{12}$

10. 곡선  $y = \frac{(x+1)^2}{x^2+1}$  과 x축 및 직선  $x=3$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ①  $2 + \ln 3$     ②  $2 + \ln 5$     ③  $4 + \ln 2$   
 ④  $4 + \ln 3$     ⑤  $4 + \ln 5$

11. 다항식  $\sqrt{5} \times \left(x + \frac{1}{\sqrt{5}}\right)^k$  의 전개식에서  $x^{k-3}$ 의 계수가 3의 배수가 되도록 하는 자연수  $k$ 의 최솟값은? (단,  $k \geq 3$ ) [3점]

- ① 9      ② 10      ③ 11      ④ 12      ⑤ 13

12. 좌표평면에서 곡선  $y(x^2 + y) = 2x$ 가 직선  $y = x$ 와 제1사분면에서 만나는 점을 P라 하자. 이 곡선 위의 점 P에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ① -1      ② 0      ③ 1      ④ 2      ⑤ 3

13. 한 개의 주사위를 6번 던져서 나온 눈의 수를 차례로

$$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$$

라 할 때, 부등식

$$4 \leq a_n \leq 5$$

을 만족시키는 6 이하의 자연수  $n$ 의 개수가 2일 확률은? [3점]

- ①  $\frac{26}{81}$     ②  $\frac{79}{243}$     ③  $\frac{80}{243}$     ④  $\frac{1}{3}$     ⑤  $\frac{82}{243}$

14. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 역함수  $g(x)$ 를 가지고 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$f(2^x + 1) = e^{\frac{1}{4}x}$$

일 때,  $g'(1)$ 의 값은? [4점]

- ①  $\ln 4$     ②  $\ln 8$     ③  $\ln 16$     ④  $\ln 32$     ⑤  $\ln 64$

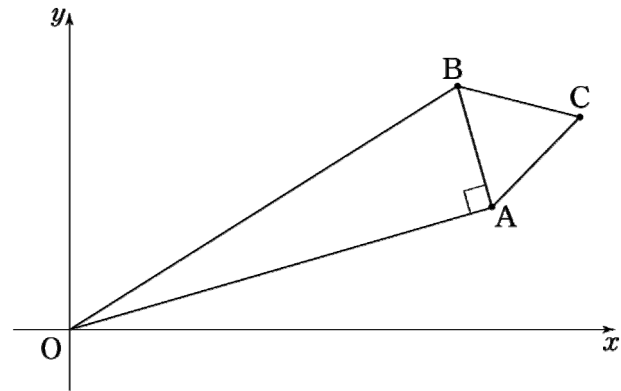
15. 좌표평면에서 함수  $y=3^x$ 의 그래프를  $y$ 축의 방향으로  $k$ 만큼 평행이동한 그래프가 직선  $y=\frac{4}{3}x$ 와 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다.  $\overline{AB}=\frac{10}{3}$ 일 때, 상수  $k$ 의 값은? [4점]

- ①  $-\frac{5}{3}$     ②  $-\frac{4}{3}$     ③  $-1$     ④  $-\frac{2}{3}$     ⑤  $-\frac{1}{3}$

16. 그림과 같이 좌표평면에서  $x$ 좌표와  $y$ 좌표가 모두 양수인 세 점 A, B, C에 대하여

$$\angle OAB = \frac{\pi}{2}, \sin(\angle AOB) = \frac{\sqrt{13}}{13}$$

이고  $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC}$ 이다. 직선 OA의 기울기가  $\frac{\sqrt{3}}{6}$ 일 때, 점 A의  $x$ 좌표가  $4\sqrt{3}$ 이다. 점 C의  $x$ 좌표는? (단, 점 A의  $x$ 좌표가 점 C의  $x$ 좌표보다 작다) [4점]



- ①  $\frac{9\sqrt{3}}{2}$     ②  $\frac{55\sqrt{3}}{12}$     ③  $\frac{14\sqrt{3}}{3}$     ④  $\frac{19\sqrt{3}}{4}$     ⑤  $\frac{29\sqrt{3}}{6}$



19. 좌표평면에서 원  $x^2 + y^2 = 4$  위의 두 점 P, Q와 세 점  $A(2\sqrt{2}, 0), B(0, 2\sqrt{2}), C(3\sqrt{2}, 3\sqrt{2})$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} = k\overrightarrow{AC}$  (단,  $k \neq 0$ )
- (나)  $\overrightarrow{QO} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC})$

$\frac{1}{k} \times |\overrightarrow{QP} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}|$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

- ①  $\frac{4\sqrt{10}}{5}$     ②  $\frac{6\sqrt{10}}{5}$     ③  $\frac{8\sqrt{10}}{5}$     ④  $\sqrt{10}$     ⑤  $\frac{12\sqrt{10}}{5}$

20. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \int_a^x e^{\sin t} dt$$

가 있다.

$$\int_{\pi-a}^{\pi} e^{2\sin x} dx = 1, f(0) = b$$

일 때, 두 상수  $a, b$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- <보 기>
- ㉠.  $0 < a < 1$
  - ㉡.  $\int_0^a f'(x)\{f'(x) - a\} dx > b + 1$
  - ㉢.  $\int_0^a \{f(x)\}^2 \sin x dx > (b-1)^2 - a$

- ① ㉠                      ② ㉠, ㉡                      ③ ㉠, ㉢  
 ④ ㉡, ㉢                      ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

21. 최고차항의 계수가  $\frac{\pi}{12}$  인 삼차함수  $f(x)$ 가 구간  $[-1, 1]$ 에

속하는 모든 실수  $x$ 에 대하여  $|f(x)| \leq \frac{\pi}{6}$  일 때, 함수

$$g(x) = ax + \cos(f(x))$$

가 상수  $a$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad g(1) = a + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$(나) \quad g'(0) = g'(1) = a$$

구간  $[0, k]$ 에서 함수  $g(x)$ 의 역함수가 존재하도록 하는 실수  $k$ 의 최댓값이 2일 때,  $a$ 의 값은? [4점]

- ①  $-\frac{3}{8}\pi$     ②  $-\frac{3}{16}\pi$     ③ 0    ④  $\frac{3}{16}\pi$     ⑤  $\frac{3}{8}\pi$

단답형

22. 쌍곡선  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ 의 점근선의 방정식이  $y = mx$ 일 때,

$8m^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수  $f(x) = \ln x + 4x^3$ 에 대하여  $f''\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하시오.

[3점]

24. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각  $t(t > 0)$ 에서의 위치  $(x, y)$ 가

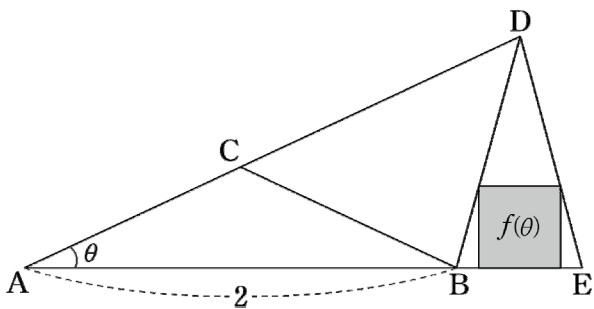
$$x = \frac{16}{t}, y = 2t^2 - 5t$$

이다. 점 P의 시각  $t=2$ 에서의 속력을 구하시오. [3점]

25. 열린 구간  $(4, 6)$ 에서 곡선  $y = 2\log_2(x-2)$ 와 곡선  $y = \log_2(x+a)$ 이 교점을 갖도록 하는 모든 정수  $a$ 의 값의 합을 구하시오. [3점]

26. 주머니에 1, 1, 1, 2, 2, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 6개의 공이 들어있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼내어 임의로 일렬로 나열하고, 나열된 순서대로 공에 적혀 있는 수를  $a, b, c$ 라 할 때,  $a+b=c$ 일 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

27. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 한 변으로 하고,  $\overline{AC} = \overline{BC}$ ,  $\angle CAB = \theta$ 인 이등변삼각형 ABC가 있다. 선분 AC의 연장선 위에 점 C가 아닌 점 D를  $\overline{BC} = \overline{BD}$ 가 되도록 잡고, 선분 AB의 연장선 위에 점 B가 아닌 점 E를  $\overline{BD} = \overline{DE}$ 가 되도록 잡는다. 선분 BD 위의 점, 선분 DE 위의 점과 선분 BE 위의 두 점을 꼭짓점으로 하는 정사각형의 넓이를  $f(\theta)$ 라 할 때,  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)}{\theta^2}$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ ) [4점]



28. 서로 다른 색의 볼펜 2개와 모양과 크기가 같은 연필 9개를 모양과 크기가 같은 필통 3개에 남김없이 나누어 담으려고 한다. 각각의 세 필통에 들어있는 볼펜의 개수와 연필의 개수의 합이 홀수가 되도록 나누어 담는 방법의 수를 구하시오. [4점]

29. 좌표평면에서 서로 다른 다섯 점  $P_0, P_1, P_2, P_3, P_4$ 가

$$|\overrightarrow{P_0P_n}| = |\overrightarrow{P_1P_2}| = |\overrightarrow{P_3P_4}| \quad (n = 1, 2, 3, 4)$$

을 만족시키고

$$\overrightarrow{P_2P_3} \cdot \overrightarrow{P_1P_4} > |\overrightarrow{P_2P_3}|^2, \quad |\overrightarrow{P_0P_4}| = \frac{\sqrt{7}}{4} |\overrightarrow{P_2P_3}|$$

일 때,  $\overrightarrow{P_1P_4} \cdot \overrightarrow{P_1P_3} = \frac{q}{p} \times |\overrightarrow{P_0P_1}|^2$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 두 상수  $a$  ( $a > 1$ ),  $b$ 에 대하여  $x=0$ 에서 미분가능한 함수

$$f(x) = \begin{cases} -2 \times a^x + 3 & (x < 0) \\ |2^{-x+2} + b| & (x \geq 0) \end{cases}$$

가 있다.  $x \geq 0$ 에서 정의된 함수  $g(x)$ 가  $g(0) = 0$ 이고, 양의 실수  $t$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$g(t)$ 는 영역

$$\{(x, y) \mid y \geq f(x)\}$$

에 포함되는 정사각형 중에서 각 변이 좌표축에 평행하고 한 변의 길이가  $t$ 인 정사각형의 두 대각선의 교점을  $P$ 라 할 때, 점  $P$ 의  $y$ 좌표의 최솟값이다.

$$\int_0^4 g(t) dt = \frac{p \ln 2 + q \ln 3 + r}{4 \ln 2} \quad \text{일 때, } p+q+r \text{의 값을 구하시오.}$$

(단,  $p, q, r$ 은 정수이다.) [4점]

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.



※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.