

제 2 교시

수학 영역(나형)

출수형

5지선다형

1. $3^{-1} \times 9^2$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 3 ③ 9 ④ 27 ⑤ 81

2. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{0, 3, 6\}$ 에 대하여 $n(A-B)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 함수 $y = \frac{ax+1}{x-2}$ 의 두 점근선의 교점이 $(b, 3)$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, $2a+1 \neq 0$) [2점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

4. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_4 = 8a_1$ 일 때, $\frac{a_6}{a_2}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

5. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t ($t \geq 0$) 에서의 위치 x 가

$$x = t^2 - 4t + 3$$

이다. 점 P가 움직이는 방향을 바꾸는 시각은? [3점]

- ① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 2

6. 다항식 $(ax+2)^4$ 의 전개식에서 x^3 의 계수가 64일 때, 자연수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합

$A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 4, 5\}$ 에 대하여 집합 $(A \cup B^c)^c$ 의 모든 원소의 합은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

8. 직선 $y=2x+1$ 이 점 $(\log_2 a, \log_4 a^3)$ 을 지날 때,
양수 a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2

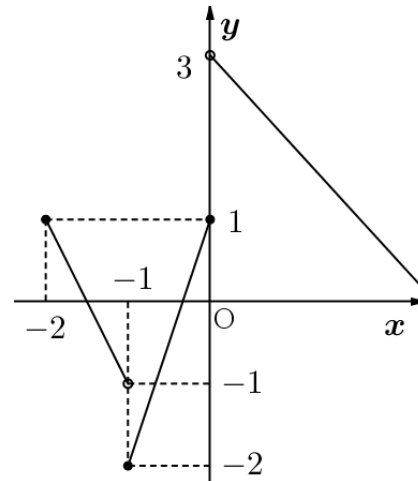
9. 서로 독립인 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A^C) = 2P(B), \quad P(A \cap B) = \frac{1}{8}$$

일 때, $P(A)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{11}{16}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{9}{16}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

10. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. $\sum_{k=1}^5 (a_k)^2 = 25$, $\sum_{k=1}^5 a_k = 5$ 일 때, $\sum_{k=1}^5 (a_k + 1)^2$ 의 값은? [3점]

- ① 42 ② 40 ③ 38 ④ 36 ⑤ 34

12. 1, 2를 포함한 5개의 자연수로 9를 분할하는 방법의 수는?

[3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

13. 10개의 문자 E, Y, E, C, O, N, T, A, C, T를 배열하여 만들 수 있는 문자열 중 하나를 고를 때, 두 개의 E가 모두 이웃한 문자열을 고를 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

14. 수열 $\{a_n\}$ 은 2 이상의 자연수 n 에 대하여

$$a_n = \begin{cases} a_m + 3 & (n \text{이 홀수일 때}) \\ 2a_m & (n \text{이 짝수일 때}) \end{cases} \quad (\text{단, } m = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor)$$

를 만족시킨다. $a_6 + a_8 = 26$ 일 때, a_{12} 의 값은?

(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않는 최대의 정수이다.) [4점]

- ① 17 ② 20 ③ 23 ④ 26 ⑤ 29

15. 구간 $[0, a]$ 에서 삼차함수 $f(x) = x^3 - 3x^2$ 의 최댓값과 최솟값의 합이 12일 때, a 의 값은? [4점]

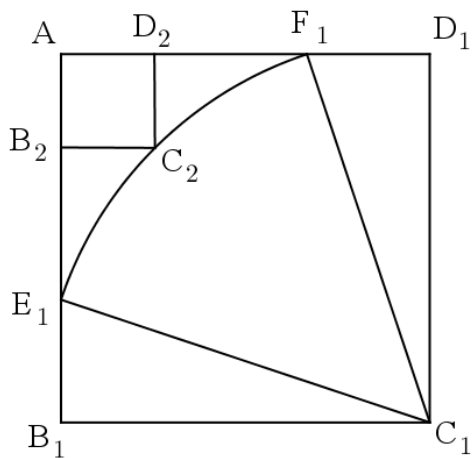
- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

16. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 라 하자.

$S_n = \frac{3n+1}{n}$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n - a_n}{1 + a_n}$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

17. 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정사각형 $AB_1C_1D_1$ 의 두 변 AB_1, AD_1 을 2:1로 내분하는 점을 각각 E_1, F_1 이라 하자. 중심을 C_1 으로 하고 두 점 E_1, F_1 을 지나는 부채꼴을 그린다. 사각형 $AB_2C_2D_2$ 가 정사각형이 되도록 변 AB_1 위의 점 B_2 , 부채꼴 호 위의 점 C_2 , 변 AD_1 위의 점 D_2 를 잡는다. 두 변 AB_2, AD_2 을 2:1로 내분하는 점 E_2, F_2 을 잡고 중심을 C_2 으로 하고 E_2, F_2 을 지나는 부채꼴을 그린 후 정사각형 $AB_3C_3D_3$ 을 같은 방법으로 그린다. 이와 같은 과정으로 정사각형 $AB_nC_nD_n$ 을 그릴 때, 정사각형 $AB_nC_nD_n$ 의 넓이를 S_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{81}{155}(6\sqrt{5}-5)$ ② $\frac{81}{145}(6\sqrt{5}-5)$ ③ $\frac{486}{155}\sqrt{5}$
 ④ $\frac{81}{155}(6\sqrt{5}+5)$ ⑤ $\frac{81}{145}(6\sqrt{5}+5)$

18. 네 자연수 a, b, c, d 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는? [4점]

(가) $abcd = 840$
 (나) a, b, c, d 중 세 수를 골라 임의로 나열할 때, 어느 경우에도 등비수열을 이루지 않는다.

- ① 1256 ② 1254 ③ 1252
 ④ 1250 ⑤ 1248

19. 각 공에 1부터 12까지의 자연수가 하나씩 적혀있는 공 12개가 상자에 들어있다.

상자에서 하나의 공을 뽑아 공에 적힌 숫자를 확인하고 다시 집어넣는 시행을 두 번 할 때, 첫 시행에서 확인한 숫자를 a , 다음 시행에서 확인한 숫자를 b 라 하자.

$7 \leq n \leq 12$ 인 자연수 n 에 대하여 $a+b \leq n$ 일 때 $ab < 6$ 일

확률을 p_n 이라 하자. 다음은 $\sum_{k=7}^{12} p_k$ 의 값을 구하는 과정이다.

$ab < 6$ 을 만족시키는 두 자연수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 최댓값은 이다.

따라서 $7 \leq n \leq 12$ 일 때 $ab < 6$ 를 만족시키는 a, b 는 $a+b \leq n$ 도 항상 만족시킨다.

$a+b \leq n$ 을 만족시키는 순서쌍 (a, b) 의 개수는 음이 아닌 정수 c 에 대하여 $a+b+c=n$ 을 만족시키는 순서쌍 (a, b, c) 의 개수와 같고, 이러한 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는

이다.

따라서 $p_n =$ (단, $7 \leq n \leq 12$) 이고

$\sum_{k=7}^{12} p_k = \frac{5}{3}$ 이다.

위의 (가)에 알맞은 숫자를 p 라 하고, (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 할 때, $f(p+2) \times g(p+1)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{40}{3}$ ② $\frac{25}{2}$ ③ $\frac{35}{3}$ ④ $\frac{65}{6}$ ⑤ 10

20. 자연수 a 에 대하여 미분가능한 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x^3 + 4x^2 + 3x & (x \leq a) \\ mx + n & (x > a) \end{cases}$$

가 극대인 점이 존재하지 않을 때, <보기> 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $m = -3a^2 + 8a + 3$

ㄴ. 가능한 자연수 a 의 개수는 3이다.

ㄷ. 방정식 $f(x) = k$ 의 모든 실근의 합이 자연수 a 의 값에 관계없이 같도록 하는 자연수 k 의 개수는 6이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 상수 k, a, b, c 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax^3 - 2a^2x + b & (x \geq k) \\ 20ax + c & (x < k) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 정의된 역함수 $f^{-1}(x)$ 를 갖는다.
 곡선 $y = f^{-1}(x)$ 와 직선 $x + 4y = 8$ 이 만나는 점은 오직 3개이고,
 이 세 점의 y 좌표는 각각 $-2, 1, 2$ 이다.
 이 때, $(k+a)^2 - bc$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{89}{4}$ ② $\frac{105}{4}$ ③ $\frac{121}{4}$ ④ $\frac{137}{4}$ ⑤ $\frac{153}{4}$

단답형

22. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9n^3 + 100n^2}{3n^3 + 1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = x^3 + 2x^2$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 + a_4 = 7$, $a_1 + a_3 + a_5 = 9$ 일 때,
 a_{10} 의 값을 구하시오. [3점]

25. 방정식 $x^3 + x - a = 0$ 의 근 α 에 대하여 $1 < \alpha < 3$ 를
만족시키는 자연수 a 의 개수를 구하시오. [3점]

26. 실수 x 에 대하여 명제

$$'x^2 - 8x + a < 0 \text{이면 } x < 5 \text{이다.}'$$

가 참이 되도록 하는 실수 a 의 최솟값을 구하시오. [4점]

27. A, B를 포함한 6명의 학생들이 검은색 볼펜 3개, 빨간색 볼펜 2개, 파란색 볼펜 1개를 1개씩 사이좋게 나눠가지려 한다. A, B가 같은 색의 볼펜을 받았을 때, 그 색이 검은색일 확률은 p 이다. $100p$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 집합 $X = \{2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f : X \rightarrow X$ 에 대하여 $f(3)f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) 함수 f 의 역함수가 존재한다.
- (나) $f(2) + f^{-1}(2) = 8$
- (다) 방정식 $f(f(x)) = x$ 의 해는 존재하지 않는다.

29. 다음 조건을 만족시키는 모든 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(0)$ 으로 가능한 값의 개수는 n 이고 그 중 최댓값은 M 이다. $M+n$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $(x-n)^n f'(n) \leq 0$ (단, $n=1, 2, 3$)
 (나) 극대 또는 극소인 점이 오직 하나이다.
 (다) $\left|f'\left(\frac{5}{2}\right)\right|=9$

30. 두 다항함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 연속함수

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (x \geq 0) \\ g(x) & (x < 0) \end{cases} \text{가 다음 조건을 만족시킨다.}$$

- (가) $\lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{h(t)}{t^2} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{h(t)}{t^3} = 1$
 (나) $\{x \mid \lim_{t \rightarrow 0} h'(x-t)h'(x+t) \leq 0\} = \{-1, 1\}$

$h(0) < 0$ 이고 함수 $y = |h(x)|$ 가 두 점에서 미분가능하지 않을 때, $h(3)h(-3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.