

5지선다형

1. 벡터 $\vec{a}=(1, 2)$ 에 대하여 벡터 $2\vec{a}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{6x} - 1}{3x}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 8

3. $\sin \frac{3\pi}{4}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ④ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ⑤ 1

4. 두 함수 $y = \frac{x+1}{x}$, $y = 2^x + k$ 가 x 축에 평행한 점근선을 공유할 때, 상수 k 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 8

5. 함수 $f(x) = x - \ln x$ 가 $x = a$ 에서 극솟값 b 를 가질 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

6. 서로 독립인 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A^C) = 2P(B), \quad P(A \cap B) = \frac{1}{8}$$

일 때, $P(A)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{11}{16}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{9}{16}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

7. 부등식

$$\log_2(x-4) + \log_2 x \geq 5$$

을 만족시키는 실수 x 의 최솟값은? [3점]

- ① 14 ② 12 ③ 10 ④ 8 ⑤ 6

8. 곡선 $xe^x - e^y + y = 1$ 위의 점 $P(1, 1)$ 에서의 접선의 기울기는?
[3점]

- ① 2 ② $\frac{2e}{e-1}$ ③ 3 ④ $\frac{3e}{e-1}$ ⑤ 4

9. 1, 2를 포함한 5개의 자연수로 9를 분할하는 방법의 수는?
[3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

10. 좌표평면 위의 세 점 A, B, C가 다음 조건을 만족시킬 때, 직선 AC의 기울기가 될 수 있는 모든 값들의 합은? [3점]

(가) 직선 AB의 기울기가 2이다.

(나) $\angle BAC = \frac{\pi}{4}$

- ① $-\frac{4}{3}$ ② $-\frac{5}{3}$ ③ -2 ④ $-\frac{7}{3}$ ⑤ $-\frac{8}{3}$

11. 10개의 문자 E, Y, E, C, O, N, T, A, C, T를 배열하여 만들 수 있는 문자열 중 하나를 고를 때, 두 개의 E가 모두 이웃한 문자열을 고를 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{7}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

12. 정의역이 $\{x \mid x \geq 0\}$ 인 함수 $f(x) = \frac{x^4}{x^2+1}$ 의 역함수를

$g(x)$ 라 할 때, $g'\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{6}{7}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ $\frac{4}{5}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

13. 좌표평면 위에 원점 O 를 지나는 두 직선 l_1, l_2 에 대하여

직선 l_1 의 방향벡터는 $(1, 2)$ 이고 l_2 의 기울기는 $\frac{1}{2}$ 이다.

원 $x^2 + y^2 = 5$ 와 두 직선 l_1, l_2 사이의 교점을 각각 A, B 라 할 때,

$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ 의 값은? (단, A, B 는 제1사분면 위의 점이다.) [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

14. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} (\cos x)^3 dx$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② $\frac{5}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 1

15. A, B를 포함한 6명의 학생들이 검은색 볼펜 3개, 빨간색 볼펜 2개, 파란색 볼펜 1개를 1개씩 사이좋게 나눠가지려 한다. A, B가 같은 색의 볼펜을 받았을 때, 그 색이 검은색일 확률은?
[4점]

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

16. x 축과 평행한 직선과 곡선 $y = \sin(ax)$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{a}$)이 만나서 생기는 두 점을 각각 A, B라 하자. x 축 위의 점 C에 대하여 삼각형 ABC가 한 변의 길이가 1인 정삼각형일 때, 곡선 $y = \sin(ax)$ 과 선분 AB로 둘러싸인 부분의 넓이는?
(단, $0 < a \leq \pi$) [4점]

- ① $\frac{3}{\pi} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{3}{\pi} - \frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $\frac{4}{\pi} - \frac{1}{2}$
④ $\frac{4}{\pi} - \frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{6}{\pi} - \frac{1}{2}$

17. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(x)$ 는 다음과 같다.

$$g(x) = \begin{cases} -xe^{-x} & (x < 0) \\ f(x) & (x \geq 0) \end{cases}$$

곡선 $y=g(x)$ 의 변곡점이 직선 $y=-3x$ 위에 존재할 때, 모든 변곡점의 개수는 n 이다. $f(n)$ 의 값은? (단, $n \geq 1$) [4점]

- ① -12 ② -9 ③ -6 ④ -3 ⑤ 0

18. 좌표평면에 있는 두 점 $A(4, 0)$, $B(0, 2)$ 와 타원 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

위의 점 P 에 대하여 선분 BP 의 기울기가 $\frac{1}{2}$ 일 때, 삼각형 ABP 의 둘레의 길이가 될 수 있는 값은 l_1, l_2 이다.

$l_2 - l_1$ 의 값은? (단, $l_1 < l_2$) [4점]

- ① $2\sqrt{5}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $4\sqrt{5}$ ④ $5\sqrt{5}$ ⑤ $6\sqrt{5}$

19. 각 공에 1부터 12까지의 자연수가 하나씩 적혀있는 공 12개가 상자에 들어있다.
 상자에서 하나의 공을 뽑아 공에 적힌 숫자를 확인하고 다시 집어넣는 시행을 두 번 할 때, 첫 시행에서 확인한 숫자를 a , 다음 시행에서 확인한 숫자를 b 라 하자.
 $7 \leq n \leq 12$ 인 자연수 n 에 대하여 $a+b \leq n$ 일 때 $ab < 6$ 일 확률을 p_n 이라 하자. 다음은 $\sum_{k=7}^{12} p_k$ 의 값을 구하는 과정이다.

$ab < 6$ 을 만족시키는 두 자연수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 최댓값은 (가) 이다.
 따라서 $7 \leq n \leq 12$ 일 때 $ab < 6$ 를 만족시키는 a, b 는 $a+b \leq n$ 도 항상 만족시킨다.

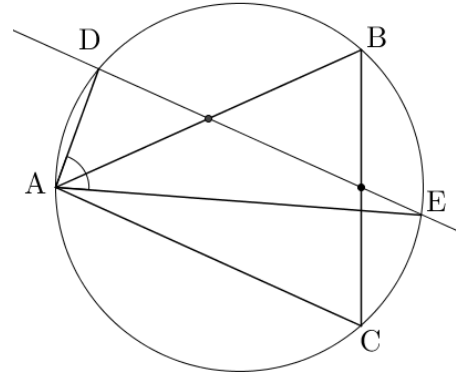
$a+b \leq n$ 을 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수는 음이 아닌 정수 c 에 대하여 $a+b+c=n$ 을 만족시키는 순서쌍 (a, b, c) 의 개수와 같고, 이러한 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는 (나) 이다.

따라서 $p_n =$ (다) (단, $7 \leq n \leq 12$) 이고 $\sum_{k=7}^{12} p_k = \frac{5}{3}$ 이다.

위의 (가)에 알맞은 숫자를 p 라 하고, (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 할 때, $f(p+2) \times g(p+1)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{40}{3}$ ② $\frac{25}{2}$ ③ $\frac{35}{3}$ ④ $\frac{65}{6}$ ⑤ 10

20. 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원에 내접하고 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle BAC = \theta$ 인 이등변삼각형 ABC 가 있다.
 선분 AB 의 중점과 선분 BC 의 중점을 지나는 직선이 원과 만나는 교점을 각각 D, E 라 할 때, $\cos(\angle DAE) = f(\theta)$ 라 하자.
 <보기> 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보 기>

ㄱ. 직선 DE 는 직선 AC 와 평행하다.
 ㄴ. $f(\theta)$ 는 원의 중심과 직선 DE 사이의 거리와 같다.
 ㄷ. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)}{\theta} = \frac{1}{4}$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 실수 전체의 집합에서 증가하는 연속함수 $y=f(x)$ 와 실수 x 에 대하여 집합 A 를

$$A = \left\{ x \mid \left(\int_2^x f(t)dt - f(4) \right) \left(\int_4^x f(t)dt - f(2) \right) = 0 \right\}$$

라 하자. 함수 $f(x)$ 와 집합 A 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(6)+n(A)$ 의 값은? [4점]

- (가) $\{2, 4\} \subset A$
- (나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(4-x)+f(4+x)=2f(4)$
- (다) $\int_4^5 f(x)dx - \int_2^3 f(x)dx = 2$

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

단답형

22. ${}_4C_3 + {}_4P_3$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 매개변수 $t (t > 0)$ 으로 나타내어진 함수

$$x = \ln t, \quad f(x) = e^t$$

에 대하여 $\frac{f'(0)}{f(0)}$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 다항식 $(ax+2)^4$ 의 전개식에서 x^3 의 계수가 64일 때,
자연수 a 의 값을 구하시오. [3점]

25. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가
원점에서 x 축에 접한다. 함수 $g(x)$ 를

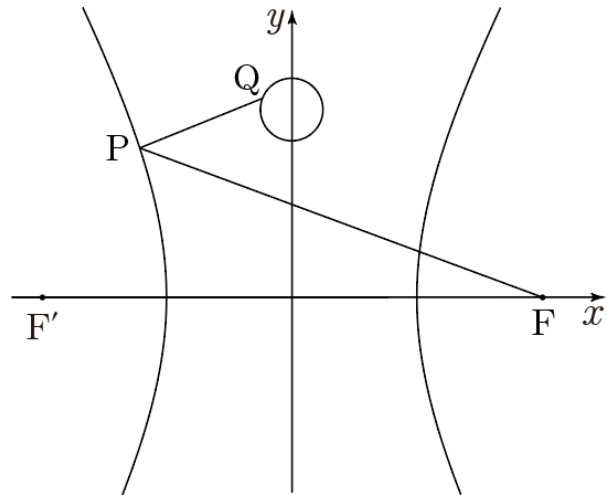
$$g(x) = f(x)e^{-x} + 3x$$

라 할 때, $g'(0)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 그림과 같이 두 초점이 F, F' 인 쌍곡선 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ 이 있다.

이 쌍곡선 위의 점 P 와 원 $x^2 + (y-3)^2 = \frac{1}{4}$ 위의 점 Q 에

대하여 $\overline{PF} + \overline{PQ}$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $10m$ 의 값을
구하시오. (단, $\overline{PF} > \overline{PF'}$ 이다.) [4점]



27. 함수 $f(x)$ 에 대하여 연속함수 $g(x)$ 를

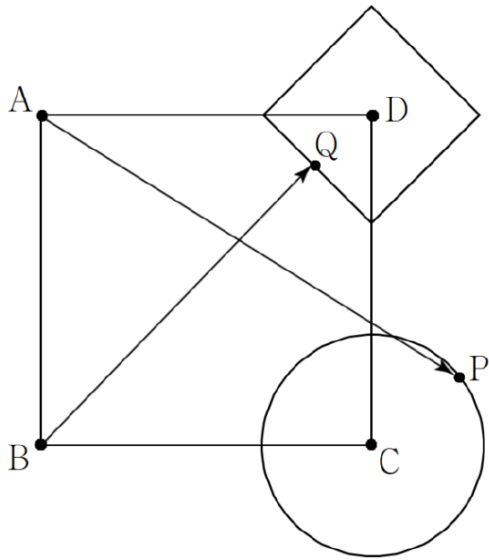
$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < 1) \\ \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}\ln x & (x \geq 1) \end{cases}$$

라 하자. $x=0$ 부터 $x=3$ 까지의 곡선 $y=g(x)$ 의 길이가 $3 + \frac{1}{2}\ln 3$ 일 때, $\int_0^2 g(x)dx = a + b\ln 2$ 이다. $60(a+b)$ 의 값을 구하시오 [4점]

28. 네 자연수 a, b, c, d 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $abcd = 280$
 (나) a, b, c, d 중 세 수를 골라 임의로 나열할 때, 어느 경우에도 등비수열을 이루지 않는다.

29. 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정사각형 ABCD가 있다.
 점 C는 반지름의 길이가 1인 원의 중심이고, 점 D는 한 변의
 길이가 $\sqrt{2}$ 이고 두 꼭짓점이 선분 AD, CD 위에 있는
 정사각형의 두 대각선의 교점이다.
 원 위를 움직이는 점 P와 작은 정사각형 위를 움직이는 점 Q에
 대하여 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BQ}$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]



30. 실수 p 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} \frac{6\pi x}{x^2 + 1} & (x \geq p) \\ \frac{8\pi}{x^2 + 1} & (x < p) \end{cases}$$

라 할 때, 함수 $\{\cos f(x)\}^2$ 이 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 모든 p 를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을

p_1, p_2, \dots, p_n (n 은 자연수)라 하자. $\frac{9}{n} \times \sum_{k=1}^n (p_k)^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인
 하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.