

# 수 학 영 역

## (가 형)

성명		수험번호						-				
----	--	------	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(가 형/나 형)의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

피자 곱창 회 치킨 참치김밥 족발 보쌈 주꾸미 고기국수

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오.  
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

# 2019학년도 KUME(쿠메) 모의고사 1회

시행 : 2018년 8월 25일 (토) 오후 9시 ~ 오후 10시 45분

집필 : 고려대학교 수학교육과 소모임 KUME(쿠메)

김수희 김혜민 박경열 박정식 서대영 손주영 양우석 이강현 이유진 정지윤 채종현

본 모의평가에 대한 저작권은 고려대학교 수학교육과 소모임 KUME(쿠메)에게 있으며  
저작권자의 허락 없이 전부 또는 일부를 영리적 목적으로 사용하거나 2차적 저작물 작성 등으로 이용하는  
일체의 행위는 정보통신망 이용촉진 및 정보보호, 저작권 관련 법률에 따라 금지되어 있습니다.  
KUME(쿠메) 모의고사에 관한 문의사항은 [count\\_luv@naver.com](mailto:count_luv@naver.com)으로 메일을 보내주시기 바랍니다.

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. 두 벡터  $\vec{a} = (0, 8)$ ,  $\vec{b} = (2, 5)$ 에 대하여 벡터  $\vec{a} - \vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{2x}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{3}{4}$       ③ 1      ④  $\frac{5}{4}$       ⑤  $\frac{3}{2}$

3. 좌표공간의 두 점  $A(a, -1, 2)$ ,  $B(4, 0, b)$ 에 대하여 선분 AB를 3 : 2로 외분하는 점의 좌표가  $(6, 2, -4)$ 이다.  $a+b$ 의 값은? [2점]

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

4. 두 사건  $A$ 와  $B$ 는 서로 독립이고

$$P(A|B) = \frac{1}{4}, \quad P(A \cup B) = \frac{3}{4}$$

일 때,  $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{2}{3}$       ④  $\frac{1}{4}$       ⑤  $\frac{3}{4}$

# 2

## 수학 영역(가형)

5.  $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{3}{4}$  일 때,  $\sin\alpha \cos\alpha$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{1}{8}$       ③  $\frac{1}{12}$       ④  $\frac{1}{16}$       ⑤  $\frac{1}{20}$

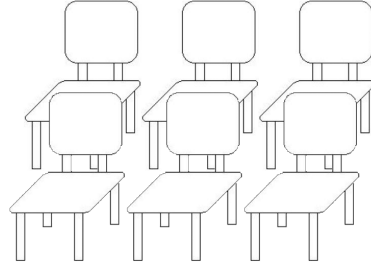
6.  $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 방정식

$$\sin x \cos x + \cos^2 x = 1$$

의 모든 해의 합은? [3점]

- ①  $\frac{\pi}{2}$       ②  $\pi$       ③  $\frac{3}{2}\pi$       ④  $2\pi$       ⑤  $\frac{5}{2}\pi$

7. 그림과 같이 놓인 6개의 의자에 토끼 인형 3개, 곰 인형 2개, 펭귄 인형 1개를 배치하려 한다. 한 개의 의자에 한 개의 인형만을 배치할 때, 모든 인형을 배치하는 경우의 수는? (단, 같은 종류의 인형끼리는 구분하지 않는다.) [3점]



- ① 60      ② 75      ③ 90      ④ 105      ⑤ 120

8.  $\int_1^{e^2} \frac{(\ln x + 1)^2}{x} dx$  의 값은? [3점]

- ①  $\frac{22}{3}$     ②  $\frac{23}{3}$     ③ 8    ④  $\frac{25}{3}$     ⑤  $\frac{26}{3}$

9.  $\overline{AB} = \overline{AC}$  인 이등변삼각형 ABC 에 대하여  $|\overline{BC}| = 2$ ,  $|\overline{AB} + \overline{AC}| = 4\sqrt{2}$  이다. 점 B 에서 선분 AC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때,  $\overline{BH}$  의 값은? [3점]

- ①  $\frac{\sqrt{2}}{3}$     ②  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$     ③  $\sqrt{2}$     ④  $\frac{4\sqrt{2}}{3}$     ⑤  $\frac{5\sqrt{2}}{3}$

10. 8월동안 수회아파트 한 세대의 전력소비량은 평균이 434, 표준편차가 12인 정규분포를 따른다고 한다.  $n$  개의 세대를 임의추출하여 측정한 전력소비량의 표본평균이 435.44 이상일 확률이 0.1150 일 때, 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 자연수  $n$  의 값을 구한 것은? (단, 전력소비량의 단위는 kWh이다.) [3점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.2	0.3850
1.4	0.4192
1.6	0.4452

- ① 81    ② 100    ③ 121    ④ 144    ⑤ 169

11. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시간  $t$  ( $t > 0$ )에서의 위치  $P(x, y)$ 가

$$x = 3 \sin 2t - t, \quad y = -3 \cos 2t$$

이다. 점 P의 속력의 최솟값은? [3점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

12. 주머니 A에는 흰 구슬 3개와 검은 구슬 2개가 들어 있고, 주머니 B에는 흰 구슬 1개와 검은 구슬 4개가 들어 있다. 한 개의 주사위를 한 번 던져서 나온 눈의 수가 3의 배수이면 주머니 A에서 임의로 2개의 구슬을 동시에 꺼내고, 3의 배수가 아니면 주머니 B에서 임의로 2개의 구슬을 동시에 꺼낸다. 주머니에서 꺼낸 2개의 구슬이 서로 다른 색일 때, 꺼낸 2개의 구슬이 주머니 A에서 꺼낸 구슬일 확률은? [3점]

- ①  $\frac{3}{7}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{4}{7}$       ④  $\frac{9}{14}$       ⑤  $\frac{5}{7}$

13. 함수  $f(x)=x^3+2x+1$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 하자. 곡선  $y=g(2x-2)$  위의 점  $(3, 1)$ 에서의 접선의  $y$ 절편은? [3점]

- ①  $-\frac{2}{5}$     ②  $-\frac{1}{5}$     ③ 0    ④  $\frac{1}{5}$     ⑤  $\frac{2}{5}$

14. 두 점  $F(3, 0)$ ,  $F'(-3, 0)$ 을 초점으로 하는 타원

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{16} = 1$$

위의 제1사분면에 있는 점 P에서의 접선이

$x$ 축과 만나는 점을 A,  $y$ 축과 만나는 점을 B라 하자. 선분  $F'A$ 를 9 : 8로 내분하는 점이 F일 때, 삼각형  $FBF'$ 의 넓이는? [4점]

- ①  $\frac{48}{5}$     ②  $\frac{54}{5}$     ③ 12    ④  $\frac{69}{5}$     ⑤ 15

# 6

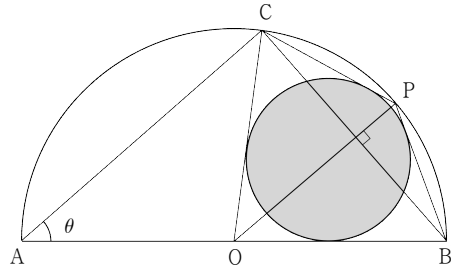
## 수학 영역(가형)

15. 주머니에 1, 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 공이 각각 3개씩 12개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 세 수의 곱이 4의 배수일 확률은? [4점]

- ①  $\frac{25}{44}$     ②  $\frac{27}{44}$     ③  $\frac{29}{44}$     ④  $\frac{31}{44}$     ⑤  $\frac{3}{4}$

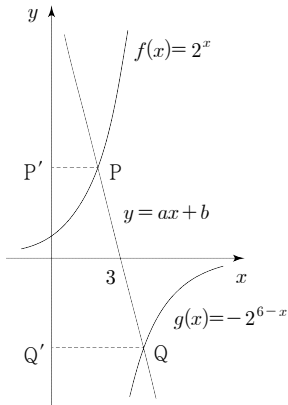
16. 그림과 같이 중심이 O이고 반지름의 길이가 1인 반원이 있고, 호 AB 위의 점 C에 대하여  $\angle CAB = \theta$ 라 하자. 호 BC 위의 점 P를 선분 BC와 선분 OP가 서로 수직이 되도록 잡을 때, 사각형 OBPC에 내접하는 원의 넓이를  $S(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은? (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) [4점]



- ①  $\frac{\pi}{16}$     ②  $\frac{\pi}{8}$     ③  $\frac{\pi}{4}$     ④  $\frac{\pi}{2}$     ⑤  $\pi$

17. 두 함수  $f(x)=2^x$ ,  $g(x)=-2^{6-x}$  가 있다. 두 곡선  $y=f(x)$ ,  $y=g(x)$ 가 점  $(3, 0)$ 을 지나는 직선  $y=ax+b$  ( $a < 0$ ,  $b > 1$ )과 만나는 점을 각각 P, Q라 하고, 두 점 P, Q에서 y축에 내린 수선의 발을 각각 P', Q'이라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보 기>

ㄱ. 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(3+x)+g(3-x)=0$  이다.  
 ㄴ.  $\overline{PP'} + \overline{QQ'} = 8$   
 ㄷ. 사각형  $PP'Q'Q$ 의 넓이가 24일 때,  $a+b=8$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 도함수가 연속인 함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f'(x) > 0$ 이다. 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $A(t, f(t))$  ( $t \neq 0$ )을 지나고 점 A에서의 접선과 수직인 직선이 x축과 만나는 점을 B라 하자. 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $(0, f(0))$ 에서의 접선의 방정식이  $y=4x$ 이고 삼각형 AOB의 넓이를  $S(t)$ 라 할 때,  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{S(t)}{t^2}$ 의 값은? (단, 0는 원점이다.)

[4점]

- ① 34                      ② 32                      ③ 30                      ④ 28                      ⑤ 26

19. 1부터 14까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 14장의 카드가 있다. 14장의 카드 중 임의로 2장의 카드를 택할 때, 2장의 카드에 적혀 있는 수의 곱을 4로 나눈 나머지를 확률변수  $X$ 라 하자. 다음은 확률변수  $X$ 의 평균  $E(X)$ 의 값을 구하는 과정이다.

14장의 카드 중 임의로 2장의 카드를 택하는 경우의 수는  ${}_{14}C_2$ 이다.

(i)  $X=0$ 인 사건은 2장의 카드에 적혀 있는 수를 각각 4로 나눈 나머지 중 적어도 0이 하나 있거나 모두 2인 경우이므로

$$P(X=0) = \frac{\boxed{\text{가}} + {}_4C_2}{{}_{14}C_2}$$

(ii)  $X=1$ 인 사건은 2장의 카드에 적혀 있는 수를 각각 4로 나눈 나머지가 모두 1이거나 모두 3인 경우이므로

$$P(X=1) = \frac{{}_4C_2 + {}_3C_2}{{}_{14}C_2}$$

(iii)  $X=2$ 인 사건은 2장의 카드에 적혀 있는 수를 각각 4로 나눈 나머지가 1, 2이거나 2, 3인 경우이므로

$$P(X=2) = \frac{\boxed{\text{나}}}{{}_{14}C_2}$$

(iv)  $X=3$ 인 사건은 2장의 카드에 적혀 있는 수를 각각 4로 나눈 나머지가 1, 3인 경우이므로

$$P(X=3) = \frac{{}_4C_1 \times {}_3C_1}{{}_{14}C_2}$$

따라서 확률변수  $X$ 의 평균은

$$E(X) = \sum_{k=0}^3 \{k \times P(X=k)\} = \boxed{\text{다}}$$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각  $a, b, c$ 라 할 때,  $(a-b-1) \times c$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{95}{13}$     ②  $\frac{97}{13}$     ③  $\frac{99}{13}$     ④  $\frac{101}{13}$     ⑤  $\frac{103}{13}$

20. 좌표공간에서 점  $A(4, 0, 3)$ 을 지나는 직선  $\frac{x}{2} = z - 1$ ,  $y = 0$ 과 평면  $\alpha : 2x - y + 2z = 2$ 가 만나는 점을  $B$ 라 하자. 평면  $\alpha$  위의 두 점  $C, D$ 가  $\overline{AC} = \overline{AD} = 2\sqrt{11}$ 을 만족시키고, 삼각형  $BCD$ 는 정삼각형이다. 선분  $CD$ 의 중점  $M$ 에 대하여  $\angle ABM > \frac{\pi}{2}$ 일 때,  $|\overline{AB} + \overline{CD}|$ 의 값은? [4점]

- ①  $2\sqrt{7}$     ②  $\sqrt{30}$     ③  $4\sqrt{2}$     ④  $\sqrt{34}$     ⑤ 6

21. 함수  $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x} & (x < 0) \\ \sqrt{ax} & (x \geq 0) \end{cases} \quad (\text{단, } a > 0 \text{ 인 상수})$$

이고, 함수  $g(x)$ 는

$$g(x) = b \times \int_{bx}^{bx+1} f(t) dt \quad (\text{단, } b \neq 0 \text{ 인 상수})$$

이다. 함수  $g(x)$ 가  $x = -1$  또는  $x = 1$ 에서 최댓값  $\frac{b}{3}$ 를 가질 때,  $a + b$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{12}$     ②  $\frac{1}{4}$     ③  $\frac{5}{12}$     ④  $\frac{7}{12}$     ⑤  $\frac{3}{4}$

단답형

22. 함수  $f(x) = 2e^{x^2-2x}$ 에 대하여  $f'(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

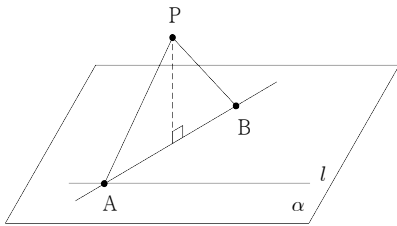
23. 숫자 1, 2, 3, 4 중에서 중복을 허락하여 세 개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 모든 세 자리 자연수의 개수를 구하시오. [3점]

24. 확률변수  $X$ 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

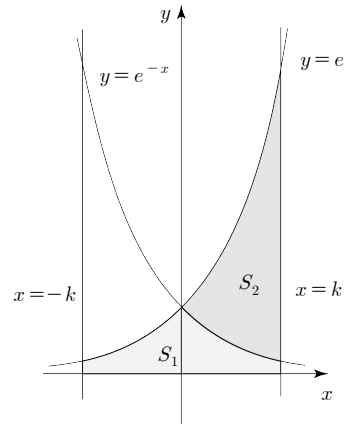
$X$	0	1	2	3	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$a$	$\frac{1}{3}$	1

$V(3X+1)$ 의 값을 구하십시오. (단,  $a$ 는 상수이다.) [3점]

25. 평면  $\alpha$  위에  $\overline{AB}=4$ 인 두 점 A, B와 점 A를 지나는 직선  $l$ 이 있고, 직선 AB와 직선  $l$ 이 이루는 예각의 크기는  $\frac{\pi}{4}$ 이다. 점 P에서 평면  $\alpha$ 에 내린 수선의 발은 선분 AB의 중점이고, 점 P와 직선  $l$  사이의 거리는  $\sqrt{14}$ 이다.  $\overline{AP}+\overline{BP}$ 의 값을 구하십시오. [3점]

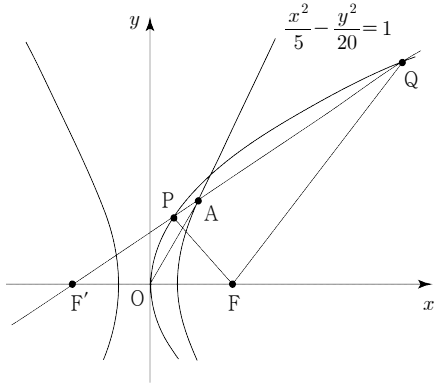


26. 좌표평면에서 상수  $k$  ( $k > 0$ )에 대하여 두 곡선  $y=e^x$ ,  $y=e^{-x}$ 과  $x$ 축, 두 직선  $x=-k$ ,  $x=k$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_1$ , 두 곡선  $y=e^x$ ,  $y=e^{-x}$ , 직선  $x=k$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_2$ 라 하자.  $S_2=2S_1$ 일 때,  $e^k$ 의 값을 구하십시오. [4점]



27. 그림과 같이 쌍곡선  $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{20} = 1$ 의 두 초점을  $F, F'$ 이라

하고, 쌍곡선 위의 제1사분면에 있는 점  $A$ 는  $\overline{FF'} = 2\overline{OA}$ 를 만족시킨다. 원점을 지나고 점  $F$ 를 초점으로 하는 포물선과 직선  $F'A$ 가 만나는 두 점을 각각  $P, Q$ 라 할 때,  $\overline{FP} + \overline{FQ}$ 의 값을 구하시오. (단,  $F$ 의  $x$ 좌표는 양수이다.) [4점]



28. 다음 조건을 만족시키는 0이 아닌 정수  $a, b, c, d$ 의 모든 순서쌍  $(a, b, c, d)$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가)  $|a| + |b| + |c| + |d| = 7$
- (나)  $a + b < 4$

29. 한 모서리의 길이가  $2\sqrt{6}$  인 정사면체 ABCD 와 중심이 O 이고 네 점 A, B, C, D 를 지나는 구 S 가 있다. 직선 AO 와 구 S 가 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 E 라 할 때, 정사면체 ABCD 의 한 면 BCD 위의 점 P 에 대하여

$$\overrightarrow{EP} \cdot \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{EP} \cdot \overrightarrow{AQ}$$

를 만족시키는 구 S 위의 점 Q 가 나타내는 도형의 길이는  $6\pi$  이다. 선분 AB 의 중점 M 에 대하여 사면체 CDMP 의 부피의 최댓값이  $V$  일 때,  $6V^2$  의 값을 구하시오. (단, P 는 선분 CD 위의 점이 아니다.) [4점]

30. 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수  $f(x)$  와 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $g(x)$  가 모든 실수  $x$  에 대하여

$$(x-a)g(x) = e^{|f(x)|} - 1 \quad (\text{단, } a \text{ 는 상수})$$

를 만족시킨다.  $h(a)=0$  인 이차함수  $h(x)$  와 양수  $b$  에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|e^{|f(x)|} - h(x)|}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|e^{|f(b+x)|} - h(b+x)|}{x}$$

의 값이 모두 존재할 때,  $b \times h'(0) = -pe^q$  이다.  $3(p+q)$  의 값을 구하시오. (단,  $p, q$  는 유리수이다.) [4점]

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.



※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.