

2019학년도 수능완성 실전모의고사 3회

수학 영역
(가 형)

성명		수험 번호						—				
----	--	-------	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(‘가’ 형/‘나’ 형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰십시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

3회

- 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 쓰고, 또 수험번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’이 포함되면 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. 두 벡터 $\vec{a}=(2, -1)$, $\vec{b}=(-1, 2)$ 에 대하여 $\vec{a}+2\vec{b}$ 는? [2점]

- ① $(-1, 1)$ ② $(-1, 3)$ ③ $(0, 1)$
 ④ $(0, 3)$ ⑤ $(1, 3)$

2. 실수 θ 에 대하여 $\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)-\sin\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)=1$ 일 때, $\cos\theta$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

3. ${}_6\text{C}_2+{}_3\text{H}_4$ 의 값은? [2점]

- ① 28 ② 29 ③ 30
 ④ 31 ⑤ 32

4. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\tan x} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{8}$ ③ $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$
 ④ $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}+1}{4}$

5. 두 사건 A 와 B 가 서로 독립이고

$$P(A \cap B) = P(A^c \cap B) = \frac{1}{8}$$

일 때, $P(B^c)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{4}$
- ② $\frac{3}{8}$
- ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{5}{8}$
- ⑤ $\frac{3}{4}$

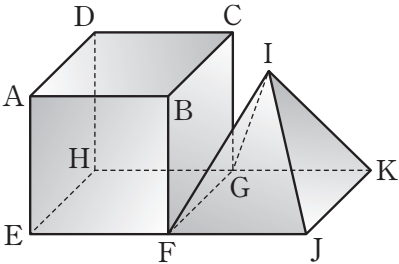
6. 매개변수 θ ($0 < \theta < \pi$)로 나타낸 함수

$$\begin{cases} x = 2 \sin \theta - 1 \\ y = 4 \cos \theta + \sqrt{3} \end{cases}$$

에 대하여 $\frac{dy}{dx} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ 일 때, θ 의 값은? [3점]

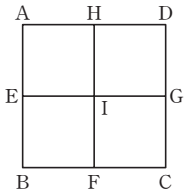
- ① $\frac{\pi}{6}$
- ② $\frac{\pi}{4}$
- ③ $\frac{\pi}{3}$
- ④ $\frac{2}{3}\pi$
- ⑤ $\frac{5}{6}\pi$

7. 그림과 같이 한 모서리의 길이가 2인 정육면체 $ABCD-EFGH$ 와 모든 모서리의 길이가 2인 정사각뿔 $I-FJKG$ 를 한 평면 위에 모서리 FG 를 일치시켜 놓았다. 두 모서리 AD , FG 의 중점을 각각 M , N 이라 할 때, 점 M 과 직선 IN 사이의 거리는? [3점]



- ① $\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{6}$
- ② $\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{3}$
- ③ $\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{6}}{6}$
- ④ $\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{6}}{3}$
- ⑤ $\frac{2(\sqrt{3}+\sqrt{6})}{3}$

8. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 ABCD에서 선분 AB, 선분 BC, 선분 CD, 선분 DA의 중점을 각각 E, F, G, H라 하고, 선분 EG와 선분 FH가 만나는 점을 I라 하자. 9개의 점 중 임의로 선택한 서로 다른 두 점 사이의 거리가 무리수일 때, 두 점 사이의 거리가 $\sqrt{5}$ 이하일 확률은? [3점]



- ① $\frac{5}{6}$
- ② $\frac{31}{36}$
- ③ $\frac{8}{9}$
- ④ $\frac{11}{12}$
- ⑤ $\frac{17}{18}$

9. 어느 지역에서 영업을 하는 각 음식점의 하루 음식물 쓰레기 배출량은 평균이 2880 g, 표준편차가 800 g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 지역의 음식점 중에서 임의로 100개의 업체를 뽑아 조사한 결과 하루 음식물 쓰레기 배출량의 평균이 3000 g 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.0228
- ② 0.0668
- ③ 0.1587
- ④ 0.3085
- ⑤ 0.3413

10. 곡선 $x^3-xy^2=8$ 위의 점 (a, b) 에서의 접선의 기울기가 1일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

11. 좌표공간에서 세 평면
 $\alpha : kx - 4y + z = 7$
 $\beta : 2x + y + 2z = 1$
 $\gamma : z = 0$
에 대하여 두 평면 α, β 가 서로 수직일 때, 두 평면 α, γ 가 이루는
예각의 크기는 θ 이다. $\cos \theta$ 의 값은? (단, k 는 상수이다.)
[3점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{6}$
- ② $\frac{\sqrt{3}}{6}$
- ③ $\frac{\sqrt{2}}{3}$
- ④ $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

12. 어느 고등학교에서 아침을 먹고 등교하는 학생의 비율 p 를 알아
보기 위하여 어느 날 이 학교 학생 중 196명을 임의추출하여 아
침을 먹고 등교한 학생의 표본비율 $\hat{p}$ 을 구하였다. 표본비율 $\hat{p}$ 을
이용하여 구한 비율 p 에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간이
 $\hat{p} - f(\hat{p}) \leq p \leq \hat{p} + f(\hat{p})$ 일 때, $f(\frac{1}{2})$ 의 값은? (단, Z 가 표준정
규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산
한다.) [3점]

- ① 0.07
- ② 0.14
- ③ 0.21
- ④ 0.28
- ⑤ 0.35

13. 함수 $f(x)=(x^2+ax+1)e^x$ 이 $x=1$ 에서 극값을 갖는다. 방정식 $f(x)=\frac{k}{e}$ 가 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 모든 정수 k 의 값의 합은? (단, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)=0$) [3점]
- ① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

14. 양의 상수 a ($a \neq 1$)과 실수 b, c 에 대하여 x 에 대한 방정식 $a^{2x}+a^{-2x}+b(a^x-a^{-x})+c=0$ 의 실근이 존재할 때, b^2+c^2 의 최솟값은? [4점]
- ① 4

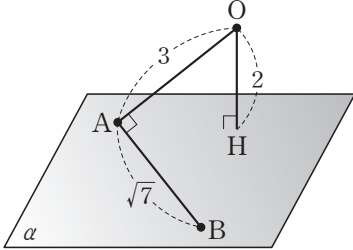
② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

15. 그림과 같이 평면 α 위에 서로 다른 두 점 A, B가 놓여 있다. 평면 α 밖의 점 O에서 평면 α 에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{OA}=3$, $\overline{OH}=2$, $\overline{AB}=\sqrt{7}$ 이고, $\overline{OA} \perp \overline{AB}$ 이다. 선분 BH 위에 움직이는 점 P에 대하여 $\overrightarrow{OX} = \frac{\overrightarrow{OP}}{|\overrightarrow{OP}|}$ 를 만족시키는 점 X가 나타내는 도형의 길이는? [4점]



- ① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{3}$
 ④ $\frac{\pi}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}\pi$

16. 검은 공 3개, 흰 공 3개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼낼 때, 검은 공이면 시행을 중단하고 흰 공이면 꺼낸 공을 버린 다음 이 주머니에 검은 공을 1개 추가한다. 위의 시행을 반복할 때, 시행이 중단될 때까지 추가한 검은 공의 개수를 확률변수 X 라 하자. 다음은 확률변수 X 의 평균 $E(X)$ 의 값을 구하는 과정이다.

확률변수 X 가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2, 3이다.

- (i) $X=0$ 인 사건은 첫 번째 시행에서 검은 공이 나오는 경우
 이므로

$$P(X=0) = \boxed{(가)}$$

- (ii) $X=k$ ($k=1, 2, 3$)인 사건은 k 번째 시행까지는 흰 공이 나오고 ($k+1$)번째 시행에서 검은 공이 나오는 경우이므로

$$P(X=k) = \boxed{(나)} \times \frac{3+k}{6}$$

따라서 확률변수 X 의 평균 $E(X)$ 는

$$E(X) = \sum_{k=0}^3 \{k \times P(X=k)\} \\ = \boxed{(다)}$$

이다.

위의 (가), (다)에 알맞은 수를 각각 a , b 라 하고, (나)에 알맞은 식을 $f(k)$ 라 할 때, $a \times b \times f(2)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{25}{144}$ ② $\frac{25}{216}$ ③ $\frac{25}{288}$
 ④ $\frac{5}{72}$ ⑤ $\frac{25}{432}$

17. 두 집합

$$P = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5\}$$

$$Q = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$$

에 대하여 $P=Q$ 이고

$a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5, b_1 > b_2 > b_3 > b_4 > b_5$ 이다.

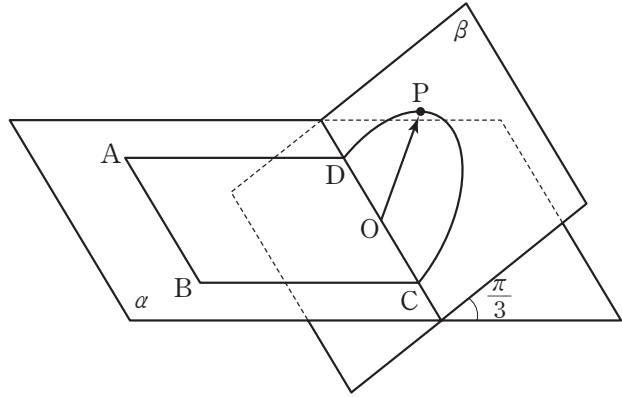
$a_i, b_i (i=1, 2, 3, 4, 5)$ 중 더 큰 값을 M_i 라 할 때,

$i \leq 2$ 이면 $M_i = b_i, i \geq 3$ 이면 $M_i = a_i$ 를 만족시키는 순서쌍

$(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5)$ 의 개수는? [4점]

- ① 98 ② 100 ③ 102
④ 104 ⑤ 106

18. 그림과 같이 $\overline{AB}=4, \overline{BC}=6$ 인 직사각형 ABCD를 포함하는 평면을 α 라 하고, 평면 α 와의 교선이 직선 CD이고 평면 α 와 이루는 예각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$ 인 평면을 β 라 할 때, 평면 β 위에 지름이 선분 CD인 반원이 있다. 반원의 중심 O와 반원 위의 점 P에 대하여 $|\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{OP}| = 7$ 을 만족시키는 점 P는 두 개 존재한다. 두 점을 각각 P_1, P_2 라 할 때, 선분 P_1P_2 의 길이는? [4점]



- ① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $2\sqrt{2}$
④ 3 ⑤ $\sqrt{10}$

19. 연속함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)=f(-x)$ 이다.

(나) 임의의 실수 a 에 대하여 $\int_{2a-1}^{2a+1} f\left(a-\frac{1}{2}x\right) dx=16$ 이다.

$\int_{\frac{1}{2}}^1 f(x)dx=12$ 일 때, $\int_0^{\frac{1}{2}} xf(4x^2)dx$ 의 값은? [4점]

- ① 1

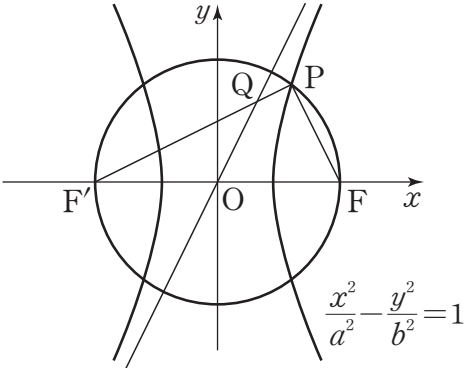
② 2

③ 3
- ④ 4

⑤ 5

20. 그림과 같이 두 초점이 F, F'인 쌍곡선

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ ($a>0, b>0$)과 두 점 F, F'을 지름의 양 끝점으로 하는 원이 있다. 쌍곡선과 원이 만나는 점 중에서 제1사분면 위의 점을 P, 쌍곡선의 점근선 중 기울기가 양수인 직선과 선분 PF'이 만나는 점을 Q라 하자. $b=2a$ 일 때, $\cos(\angle F'QO)$ 의 값은? (단, O는 원점이고, 점 F의 x 좌표는 양수이다.) [4점]



- ① $\frac{13}{20}$

② $\frac{7}{10}$

③ $\frac{3}{4}$
- ④ $\frac{4}{5}$

⑤ $\frac{17}{20}$

21. 함수 $f(x)=a+\int_0^x t \cos (t-x) d t$ 에 대하여 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a 는 실수이다.) [4점]

보기

- ㄱ. 모든 양의 실수 x 에 대하여 $f(x)+f(-x)=0$ 이다.
- ㄴ. $a>0$ 이면 방정식 $2 f(x)=x^2$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
- ㄷ. $a=-1$ 이면 열린 구간 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 에서 함수 $g(\theta)=\int_0^{\theta} \frac{1}{f(x)} d x+\int_{\theta}^{\frac{\pi}{2}} \frac{2 f(x)}{f'(2 x)} d x$ 는 최댓값을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. 자연수 n 에 대하여 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{4}\right)$ 을 따를 때, $E\left(X^2\right)=\frac{5}{2}$ 이다. n 의 값을 구하시오. [3점]

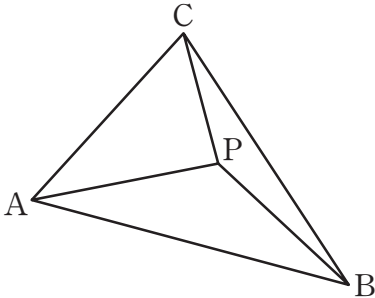
23. $\int_1^{e^2} \frac{(3 \ln x)^2}{2 x} d x$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 한 개의 주사위를 2번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b 라 하자. 부등식 $(a^2+b^2-25)(a+b-4)\leq 0$ 이 성립할 확률이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

25. 넓이가 33인 삼각형 ABC의 내부의 점 P가 $2\overrightarrow{PA}+4\overrightarrow{PB}+5\overrightarrow{PC}=\vec{0}$ 를 만족시킨다. 삼각형 PAB와 삼각형 PBC의 넓이를 각각 S, T 라 할 때, $S\times T$ 의 값을 구하시오.

[3점]



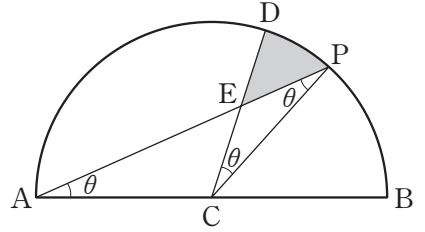
26. 자연수 n 에 대하여 같은 종류의 주스 n 병, 같은 종류의 생수 $(n+1)$ 병을 두 명의 학생 A, B에게 다음 조건에 따라 남김없이 나누어 주는 방법의 수를 a_n 이라 하자.

- (가) A가 받은 주스의 개수는 B가 받은 주스의 개수보다 많거나 같다.
- (나) B가 받은 생수의 개수는 A가 받은 생수의 개수보다 많거나 같다.

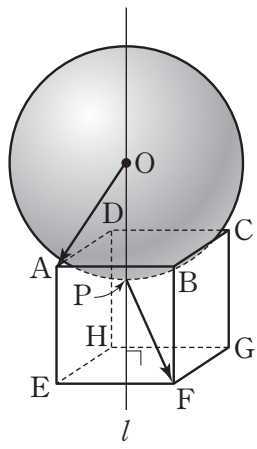
$\sum_{k=1}^5 a_k$ 의 값을 구하시오. (단, 주스 또는 생수를 한 병도 받지 못하는 사람이 있을 수 있다.) [4점]

27. 좌표공간에서 실수 t 에 대하여 두 점 $A(0, 0, 1)$, $B(2t, t^2-1, -t^2)$ 을 지나는 직선이 xy 평면과 만나서 생기는 도형 위를 움직이는 점 P 와 직선 $\frac{x-3}{3}=\frac{y}{4}$, $z=0$ 사이의 거리의 최솟값을 $\frac{q}{p}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

28. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB 를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위를 움직이는 점 P 에 대하여 $\angle PAB=\theta$ 이고, 선분 AB 위의 점 C 와 호 AP 위의 점 D 를 각각 $\angle APC=\theta$, $\angle PCD=\theta$ 가 되도록 잡는다. 선분 AP 와 선분 CD 가 만나는 점을 E 라 하고, 선분 DE , 선분 EP , 호 DP 로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta} = k$ 이다. $100k$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$) [4점]



29. 그림과 같이 한 모서리의 길이가 2인 정육면체 $ABCD-EFGH$ 가 위쪽이 뚫려 있고 그 위에 중심이 O 이고 반지름의 길이가 2인 구가 밑면 $ABCD$ 의 네 변에 모두 접하게 올려져 있다. 중심 O 를 지나고 정육면체의 밑면에 수직인 직선을 l 이라 하고, 직선 l 이 정육면체의 내부에서 구와 만나는 점을 P 라 하자. $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{PF}|^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 두 함수 $f(x)=\sin x$, $g(x)=\pi\left|\sin \frac{x}{4}\right|$ 가 있다.
자연수 n 에 대하여 $x=n\pi$ 에서 함수 $f(g(x))$ 가 미분가능하면 $a_n=n$, 미분가능하지 않으면 $a_n=-n$ 이라 하자. $\sum_{k=1}^{30} a_k$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.