

기하와 벡터 주간 과제

02. 평면 운동

1) 곡선 $x^2 - 3xy + y^2 = 5$ 위의 점 $(1, -1)$ 에서의 접선의 기울기는?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
 ④ 1 ⑤ 2

2) 곡선 $ax^2 + \sqrt{y} = b$ 위의 점 $(1, 4)$ 에서의 접선의 기울기가 -2 일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2
 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

3) 곡선 $x^2 - 2y^2 = 1$ 위의 점 $(3, 2)$ 에서의 접선의 방정식은 $ax + by - 1 = 0$ 이다. 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① -3 ② -1 ③ 1
 ④ 3 ⑤ 5

4) 매개변수 t 로 나타내어진 곡선 $x = \frac{t-2}{t+1}, y = \frac{t^2+1}{t+1}$ 위의 점 $(-2, 1)$ 에서의 접선의 기울기는?

- ① $-\frac{3}{2}$ ② -1 ③ $-\frac{2}{3}$
 ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{3}$

5) 매개변수 θ 로 나타내어진 곡선 $x = 4\cos\theta, y = 4\sin\theta$ 에 대하여 $\theta = \frac{\pi}{3}$ 에 대응하는 점에서의 접선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B라고 하자. 삼각형 OAB의 넓이는? (단, O는 원점이다.)

- ① $\frac{16\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{20\sqrt{3}}{3}$ ③ $8\sqrt{3}$
 ④ $\frac{28\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{32\sqrt{3}}{3}$

6) 함수 $y = f(x)$ 에 대하여 $x = 2t - 1, y = 1 - 2t - t^2$ 일 때, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+2h) - f(3)}{h}$ 의 값은? (단, t 는 실수이다.)

- ① -10 ② -8 ③ -6
 ④ -4 ⑤ -2

7) 곡선 $x^2 - y \ln x + x - e = 0$ 위의 점 (e, e^2) 에서의 접선의 기울기는?

- ① e ② $e+1$ ③ $2e$
 ④ $2e+1$ ⑤ e^2

8) 매개변수 t 로 나타내어진 곡선 $x = t^2 + 1, y = t^2 + 3at$ 위의 $t = 3$ 에 대응하는 점에서의 접선이 직선 $y = -x + 3$ 과 평행할 때, 상수 a 의 값은?

- ① -6 ② -5 ③ -4
 ④ -3 ⑤ -2

9) 곡선 $x^2 + axy + y^2 = b$ 위의 점 $(1, -2)$ 에서의 접선의 기울기가 $\frac{1}{3}$ 일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $2b - a$ 의 값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8
 ④ 9 ⑤ 10

10) 함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = f(t), y = f(t^2)$$

위의 $t = 1$ 에 대응하는 점에서의 접선에 평행하고 점 $(2, -1)$ 을 지나는 직선의 y 절편은? (단, $f'(t) \neq 0$)

- ① -9 ② -7 ③ -5
 ④ -3 ⑤ -1

11) 자연수 n 에 대하여 매개변수 t ($t > 0$)로 나타내어진 곡선 $x = nt^2 + t, y = \frac{n}{3}t^3 + 8t - 10$

에서 $t = 3$ 에 대응하는 점에서의 접선의 기울기를 $f(n)$ 이라고 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} f(n)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
 ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

12) 자연수 n 에 대하여 곡선 $x^2 + 3ye^x - y^2 = -n^2 + 3n$ 위의 점 $(0, n)$ 에서의 접선의 x 절편은 $f(n)$ 이다.

$\sum_{n=1}^{20} \{10 - f(n)\}$ 의 값은?

- ① 320 ② 330 ③ 340
 ④ 350 ⑤ 360

13) 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = t + 1, y = t^3 + t^2$$

위의 점 $(a+1, a^3 + a^2)$ 에서의 접선과 y 축과의 교점의 좌

표를 $(0, g(a))$ 라고 할 때, $\lim_{a \rightarrow 1} \frac{g(a)+8}{a^2-1}$ 의 값은?

- ① -12 ② -10 ③ -8
④ -6 ⑤ -4

14) 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t 에서의 위치가 각각 $f(t) = \sin 2t - \cos 2t$, $g(t) = t - \cos 2t$ 로 나타내어진다. $t > 0$ 일 때, 두 점 P, Q의 속도가 처음으로 같아지는 시각에서 점 P의 가속도는?

- ① $2 - 2\sqrt{3}$ ② $-4 + 2\sqrt{3}$ ③ $4 - 2\sqrt{3}$
④ $-2 + 2\sqrt{3}$ ⑤ $-2 + 4\sqrt{3}$

15) 수직선 위를 움직이는 점 P의 위치 x 가 시각 t 의 함수 $x = t + \ln(t^2 + 4)$ 로 나타내어질 때, 점 P의 $t = 2$ 에서의 속도와 가속도를 차례로 구하면?

- ① $\frac{1}{2}, 1$ ② $\frac{3}{2}, 0$ ③ $\frac{3}{2}, 1$
④ $\frac{5}{2}, 0$ ⑤ $\frac{5}{2}, 1$

16) 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 속도 $v(t)$

가 $v(t) = \frac{1}{(t+1)^2}$ 이다. $t = 0$ 에서 점 P의 위치가 2일 때,

$t = 3$ 에서 점 P의 위치는?

- ① $\frac{11}{4}$ ② 3 ③ $\frac{13}{4}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{15}{4}$

17) 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = 3t, y = -2t^2 + 4t$$

일 때, 점 P의 속력이 최소가 되는 순간 점 P의 위치가 (a, b) 이다. $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

18) 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = 2t^2 + \cos 2t, y = 3 - \frac{1}{2} \sin 2t$$

이다. $t = \frac{\pi}{4}$ 에서 점 P의 가속도의 크기는?

- ① $2\sqrt{3}$ ② $\sqrt{14}$ ③ 4
④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{5}$

19) 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = \cos t + t \sin t, \quad y = \sin t - t \cos t$$

일 때, $t = \frac{\pi}{6}$ 에서 $t = \frac{\pi}{3}$ 까지 점 P가 움직인 거리는?

- ① $\frac{\pi^2}{30}$ ② $\frac{\pi^2}{24}$ ③ $\frac{\pi^2}{18}$ ④ $\frac{\pi^2}{12}$ ⑤ $\frac{\pi^2}{6}$

20) 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = 2\sqrt{2}t, \quad y = e^t + 2e^{-t}$$

일 때, $t=0$ 에서 $t=\ln 2$ 까지 점 P가 움직인 거리는?

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2
 ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

21) 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = 2t^3 - 6t + 1, \quad y = 6t^2 \quad (0 \leq t \leq 1)$$

의 길이는?

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

22) 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = e^t \sin t, \quad y = e^t \cos t \quad (0 \leq t \leq a)$$

의 길이가 $4 - \sqrt{2}$ 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① $\ln 2$ ② $\ln 3$ ③ $\frac{3}{2} \ln 2$
 ④ $\frac{3}{2} \ln 3$ ⑤ $2 \ln 2$

23) $1 \leq x \leq e$ 에서 곡선 $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4} \ln x$ 의 길이는?

- ① $\frac{1}{2}e - \frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{2}e - \frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}e^2 - 1$
 ④ $\frac{1}{2}e^2 - \frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2}e^2 - \frac{1}{4}$

24) 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = \sqrt{t}, \quad y = \sqrt{t^2 + 3}$$

이다. $t=1$ 에서 점 P의 속력은?

- ① $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 1
 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

25) 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = 2t + 1, y = t^3 - 2t^2 - 4$$

이다. 점 P의 가속도의 크기가 0이 되는 시각은?

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ 1 ④ $\frac{7}{6}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

26) 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = 3t^2, y = t^3 - 3t$$

일 때, $t=1$ 에서 $t=3$ 까지 점 P가 움직인 거리는?

- ① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

27) $0 \leq x \leq 12$ 에서 곡선 $y = \frac{1}{3}x^{\frac{3}{2}}$ 의 길이는?

- ① $\frac{47}{3}$ ② $\frac{50}{3}$ ③ $\frac{53}{3}$ ④ $\frac{56}{3}$ ⑤ $\frac{59}{3}$

28) 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = \frac{1}{2}\cos 2t, y = \sin t + 2$$

이다. $0 \leq t \leq \pi$ 에서 점 P의 속력의 최댓값을 M 이라고 할 때, $100M$ 의 값을 구하시오.

29) 좌표평면 위의 두 점 $A(2, 1), B(2, -1)$ 에 대하여 평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 위치가

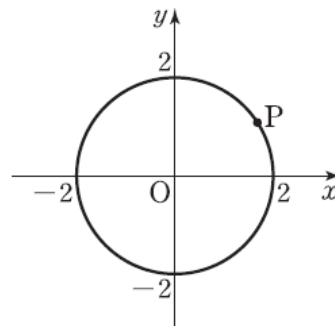
$\vec{OP} = \cos t \vec{OA} - \sin t \vec{OB}$ 로 주어질 때, $0 \leq t \leq \pi$ 에서 점 P의 가속도의 크기의 최댓값은? (단, O는 원점이다.)

- ① $\sqrt{5}$ ② $\sqrt{6}$ ③ $\sqrt{7}$
 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 3

30) 그림과 같이 좌표평면에서 중심이 원점 O이고 반지름의 길이가 2인 원 위를 움직이는 점 P가 있다. 점 P의 시각 t 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = 2\cos \frac{t^3}{4}, y = 2\sin \frac{t^3}{4}$$

일 때, $t=0$ 에서 $t=6$ 까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오



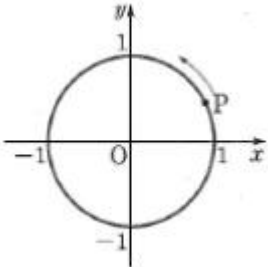
31) 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = \ln t^2, \quad y = t + \frac{1}{t} \quad (1 \leq t \leq a)$$

의 길이가 $\frac{3}{2}$ 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

32) 그림과 같이 좌표평면 위에 원점 O 가 중심이고 반지름의 길이가 1인 원이 있다. 점 $P(x, y)$ 가 점 $(1, 0)$ 을 출발하여 원 위를 시계 반대 방향으로 매초 두 바퀴씩 일정한 속력으로 회전할 때, 출발한 지 $\frac{1}{3}$ 초 후의 가속도는?



- ① $(-8\pi^2, 8\sqrt{3}\pi^2)$ ② $(-4\pi^2, -4\sqrt{3}\pi^2)$
 ③ $(4\pi^2, 4\sqrt{3}\pi^2)$ ④ $(8\pi^2, -8\sqrt{3}\pi^2)$
 ⑤ $(8\pi^2, 8\sqrt{3}\pi^2)$

33) 좌표평면 위를 움직이는 점 P 의 시각 t 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = \sin t - \cos t, \quad y = \frac{1}{2}\cos^2 t + 1$$

이다. 점 P 가 나타내는 곡선을 C 라 하고, $t = \frac{\pi}{2}$ 일 때 곡선 C 위의 점 P 에서의 접선을 l 이라 하자. $t = a$ ($\frac{\pi}{2} < a < 2\pi$)에서 점 P 가 직선 l 위에 있을 때, $t = \frac{\pi}{2}$ 에서 $t = a$ 까지 점 P 가 움직인 거리는?

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② π ③ $\frac{3}{2}\pi$ ④ 2π ⑤ $\frac{5}{2}\pi$

34) $\ln 4 \leq x \leq \ln 8$ 에서 곡선

$$y = \int_0^x \frac{(e^t + e^{-t})(x-t)}{2} dt$$

의 길이를 l 이라고 하면 $l = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

35) 함수 $y = f(x)$ 를 매개변수 t 로 나타내면

$$x = 4t + 3, \quad y = t^3 + 2t - 5$$

이다. $f'(7)$ 의 값은?

- ① $-\frac{3}{4}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{4}$
 ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{4}$

36) 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = \frac{3t}{2+t^2}, y = \frac{2-t^2}{2+t^2}$$

에 대하여 $t=2$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은?

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ 2
 ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{10}{3}$

37) 좌표평면에서 곡선 $y^2 + 2xy + 24 = 0$ 위의 점 $(-5, 4)$ 에서의 접선의 기울기는?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

38) 좌표평면에서 곡선 $x^3 + 2y^3 - axy + 4b = 0$ 위의 점 $(0, -1)$ 에서의 $\frac{dy}{dx}$ 의 값이 3일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

- ① -13 ② -12 ③ -11
 ④ -10 ⑤ -9

39) 곡선 $y = \int_0^x \frac{x-t}{\cos^2 t} dt \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \right)$ 의 $x=0$ 에서

$x = \frac{\pi}{6}$ 까지의 길이가 $\frac{b}{a} \times \ln 3$ 이다. $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.

(단 a 와 b 는 서로소인 자연수이다.)

40) 곡선 위의 점 (x, y) 가

$$x = \frac{4}{3}t\sqrt{t}, y = \frac{1}{2}(t-1)^2 \quad (0 \leq t \leq 2)$$

일 때, 이 곡선의 길이는?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

41) 곡선 $y = \frac{2}{3}x\sqrt{x}$ 의 $x=0$ 에서 $x=3$ 까지의 길이는?

- ① $\frac{10}{3}$ ② 4 ③ $\frac{14}{3}$
 ④ $\frac{16}{3}$ ⑤ 6

42) 곡선 $y = \frac{1}{4}x^2 - \ln\sqrt{x}$ 의 $x=2$ 에서 $x=8$ 까지의 길이는?

- ① $11 + \ln 2$ ② $12 + \ln 2$
- ③ $13 + \ln 2$ ④ $14 + \ln 2$
- ⑤ $15 + \ln 2$

43) 좌표평면 위의 곡선 $y=f(x)$ 위를 움직이는 점 P에서 x 축, y 축 위에 내린 수선의 발을 각각 Q, R라 하자. 시각 t 에서의 점 Q의 위치는 $(\frac{2}{3}t^3, 0)$ 이고 점 R의 속도는 $(0, 2t)$ 이다. 시각 $t=0$ 에서 $t=\sqrt{3}$ 까지 점 P가 움직인 거리는?

- ① $\frac{11}{3}$ ② 4 ③ $\frac{13}{3}$
- ④ $\frac{14}{3}$ ⑤ 5

44) 매개변수 θ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$) 로 나타낸 곡선 $x=3+\cos\theta, y=1-\sin\theta$ 에 대하여 $\theta=a$ 에 대응하는 점에서의 접선의 기울기가 -2 인 직선과 수직일 때, $\sec^2 a$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.)

$y = -2x + \frac{\sqrt{6}}{2}$ 이다. $a+b$ 의 값은? (단, $a > 0, b > 0$)

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

45) 곡선 $y=f(x)$ 를 매개변수 t 로 나타내면

$$x = t^2 + 1, y = \frac{2}{3}t^3 + at - 1$$

이고 $t=k$ 에 대응되는 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(2, f(2))$ 에서의 접선의 기울기가 6일 때, $a+k$ 의 값은? (단, a, k 는 양수이다.)

- ① 10
- ② 11
- ③ 12
- ④ 13
- ⑤ 14

46) 곡선 $x\sqrt{x} + y\sqrt{y} = 2$ 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선의 기울기는?

- ① -3 ② -2 ③ -1
- ④ 1 ⑤ 2

47) 곡선 $x^3 + y^3 - 2xy - 5 = 0$ 위의 점 $P(1, a)$ 에서의 접선의 기울기가 m 일 때, am 의 값은? (단, a 는 실수이다.)

- ① $-\frac{1}{5}$ ② $-\frac{1}{10}$ ③ $\frac{1}{10}$
- ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{3}{10}$

48) 곡선 $(x+1)^2 - (x^2+1)y^3 = 0$ 에 대하여 부등식 $y' > 0$ 을 만족시키는 실수 x 의 값의 범위와 이차부등식 $x^2 - ax + b < 0$ 의 해가 서로 같을 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① -1 ② 0 ③ 1
 ④ 2 ⑤ 3

49) 곡선 $x^2 + xy + y^2 = 12$ 위의 점 $P(a, b)$ 에서의 접선과 원점 O 와 점 P 를 지나는 직선 OP 가 서로 수직일 때, $a+b$ 의 값은?
 (단, $a > 0, b > 0$)

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

50) 곡선 $x = t^3 + 1, y = t^2 - at + 3a^2$ 위의 $t=2$ 에 대응하는 점에서의 접선의 기울기가 -1 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① 13 ② 14 ③ 15
 ④ 16 ⑤ 17

51) 매개변수 t 로 나타내어진 함수

$$x = \sqrt{t} + \frac{1}{t}, y = \sqrt{t} - \frac{1}{t} (t > 0)$$

에 대하여 $t=4$ 에 대응하는 점에서의 접선의 기울기는?

- ① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$
 ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 2

52) 곡선 $\begin{cases} x = t^2 + 1 \\ y = 2 - t - t^2 \end{cases}$ 위의 점 $(2, 0)$ 에서의 접선의 기울기는?

- ① -2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ -1
 ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

53) 매개변수 t 로 나타내어진 함수

$$x = t + \frac{1}{t}, y = \frac{2t}{1+t^2}$$

에 대하여 $\lim_{t \rightarrow 1} \frac{dy}{dx}$ 의 값은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 0
 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

54) 매개변수로 나타내어진 함수 $\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases}$ 가 나타내는

곡선 위의 점에서의 접선 l 의 기울기가 $-\sqrt{3}$ 일 때, 접선 l 과 x 축, y 축이 만나는 점을 각각 A, B라 하자. $10\overline{AB}$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$)

55) 곡선 $x^2y + ax + b = 0$ 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선의 기울기가 $\frac{3}{2}$ 일 때, $a - b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① -8 ② -6 ③ -4
④ -2 ⑤ 0

56) 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 위치 (x, y) 가

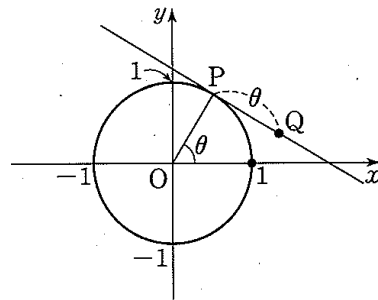
$$\begin{cases} x = \sqrt{2}e^t \sin t \\ y = \sqrt{2}e^t \cos t \end{cases} \quad (0 \leq t \leq \ln 10)$$

이다. 점 P가 시각 $t=0$ 에서 $t=\ln 10$ 까지 움직인 거리는?

- ① $9\sqrt{2}$ ② 18 ③ $18\sqrt{2}$
④ 36 ⑤ $36\sqrt{2}$

57) 그림과 같이 좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위의 점 $(1, 0)$ 에서 출발하여 시계 반대 방향으로 원 위를 움직이는 점 P가 있다. 점 P에 대하여 선분 OP가 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ 라 하고, 점 P에서의 접선 위에 점 P로부터의 거리가 θ 인 두 점 중 점 $(1, 0)$ 에 가까운 점을 Q라 할 때, 점 P가 점 $(1, 0)$ 에서 점 $(0, 1)$ 까지 움직이는 동안 점 Q가 움직인 거리는?

(단, $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ 이고, O는 원점이다.)



- ① $\frac{\pi^2}{16}$ ② $\frac{\pi^2}{14}$ ③ $\frac{\pi^2}{12}$
④ $\frac{\pi^2}{10}$ ⑤ $\frac{\pi^2}{8}$

58) $x=0$ 에서 $x=9$ 까지 곡선 $y = \frac{2}{3\sqrt{3}}x\sqrt{x+1}$ 의 길이는?

- ① 10 ② 12 ③ 14
④ 16 ⑤ 18

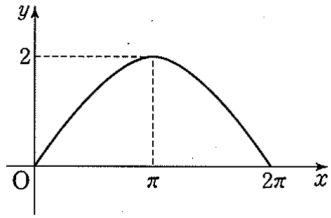
59) 좌표평면에서 매개변수 t 로 나타내어진 곡선 $x = 4t^3, y = 6t^2 (0 \leq t \leq 2\sqrt{2})$ 의 길이는?

- ① 92 ② 96 ③ 100
④ 104 ⑤ 108

60) 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = t - \sin t, \quad y = 1 - \cos t \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$$

를 l 이라 할 때, 곡선 l 을 좌표평면 위에 나타내면 그림과 같이 직선 $x = \pi$ 에 대하여 대칭이다.



곡선 l 이 직선 $y = \frac{7}{8}$ 에 의하여 나누어질 때, 직선의 윗 부분에 놓이는 곡선(양 끝점 포함)의 길이는?

- ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ $8\sqrt{2}$

61) 좌표평면 위를 움직이는 점 P 의 시각 t 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = e^t(\sin t - \cos t) + 1, \quad y = e^t(\sin t + \cos t) - 1$$

이다. 점 P 가 시각 $t=0$ 에서 $t=a$ 까지 움직인 거리를 l 이라 하고, 시각 $t=a$ 에서의 점 P 의 위치에서 원점까지의 거리를 d 라 하자. $l^2 = 2d^2$ 일 때, 실수 a 의 값은? (단, $0 < a \leq 2\pi$)

- ① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ π
 ④ $\frac{3}{2}\pi$ ⑤ 2π

62) 좌표평면에서 곡선 $y^3 = \ln(5-x^2) + xy + 4$ 위의 점 $(2, 2)$ 에서의 접선의 기울기는?

- ① $-\frac{3}{5}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{2}{5}$
 ④ $-\frac{3}{10}$ ⑤ $-\frac{1}{5}$

63) 곡선 $e^{x+2} + \ln y = 1$ 위의 점 $(-2, 1)$ 에서의 접선의 기울기는?

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

64) 곡선 $x^3 + ay^2 - 3xy + b = 0$ 위의 점 $(1, -1)$ 에서의 접선의 기울기가 -2일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

65) 다음은 유리수 r 에 대하여 함수 $y = x^r$ ($x > 0$)의 도함수가 $y' = rx^{r-1}$ 임을 보이는 과정이다.

r 가 유리수이므로 $r = \frac{n}{m}$ (m 과 n 은 정수, $m \neq 0$)이라 하면

$$y^{(가)} = x^n$$

음함수의 미분법에 의하여

$$(가) \times y^{m-1} \times \frac{dy}{dx} = nx^{n-1} \text{이므로}$$

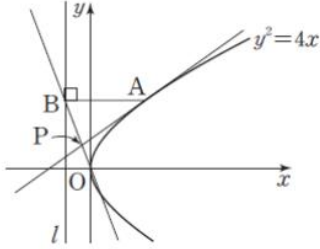
$$\frac{dy}{dx} = \frac{n}{(가)} \times \frac{x^{n-1}}{(x^{\frac{n}{m}})^{(나)}}$$

$$= rx^{r-1}$$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(m), g(m)$ 이라 할 때, $f(5) \times g(6)$ 의 값은?

- ① 20 ② 25 ③ 30
 ④ 35 ⑤ 40

66) 그림과 같이 포물선 $y^2 = 4x$ 위의 점 $A(t^2, 2t)$ 에서 이 포물선의 준선 l 에 내린 수선의 발을 B 라 하자. 다음은 점 A 에서의 접선과 직선 OB 가 만나는 점을 P 라 할 때, 점 P 의 좌표를 구하는 과정이다.
(단, $t \neq 0$ 이고 O 는 원점이다.)



포물선의 방정식 $y^2 = 4x$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하여 정리하면

$$\frac{dy}{dx} = \boxed{\text{가}} \quad (\text{단, } y \neq 0)$$

이므로 점 $A(t^2, 2t)$ 에서의 접선의 방정식을 구하면

$$y = \boxed{\text{나}} \times x + t \quad \dots\dots \text{㉠}$$

이다.

$B(\boxed{\text{다}}, 2t)$ 이므로 직선 OB 의 방정식은

$$y = \frac{2t}{\boxed{\text{다}}}x \quad \dots\dots \text{㉡}$$

이다. ㉠, ㉡을 연립하여 점 P 의 좌표를 구하면

$$\left(\boxed{\text{다}} \times \frac{t^2}{2t^2 + 1}, \frac{2t^3}{2t^2 + 1} \right)$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(y), g(t)$ 라 하고, (다)에 알맞은 수를 a 라 할 때, $f(a) \times g(a)$ 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

67) 다음은 타원 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 위의 제1사분면에 있는 점 $A(s, t)$ 에서의 접선에 수직이고 점 A 를 지나는 직선의 x 절편을 구하는 과정이다.

타원의 방정식 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하여 정리하면

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\boxed{\text{가}}}{4y} \quad (\text{단, } y \neq 0)$$

점 $A(s, t)$ 에서의 접선에 수직이고 점 A 를 지나는 직선의 방정식은

$$y = \frac{4t}{3s}x + \boxed{\text{나}}$$

이므로 이 직선의 x 절편은 $\boxed{\text{다}}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(x), g(t), h(s)$ 라 할 때, $f(4) \times g(6) \times h(8)$ 의 값은?

- ① 36 ② 40 ③ 44
- ④ 48 ⑤ 52

68) 매개변수 t ($t > 0$)으로 나타내어진 함수

$$x = t^2 + 1, y = \frac{2}{3}t^3 + 10t - 1$$

에서 $t = 1$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값을 구하시오.

69) 매개변수 t 로 나타낸 함수

$$x = 2t - \sin 2t, y = 1 - \cos t \quad (0 < t < \pi)$$

에서 $t = \frac{\pi}{6}$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
 ④ 2 ⑤ 4

70) 함수 $y = f(x)$ 를 매개변수 t ($t > 0$)으로 나타내면

$$x = t^2 + t, y = t + n \ln t \quad (n \text{은 자연수})$$

이다. $f'(2) < 3$ 을 만족시키는 모든 자연수 n 의 개수는?

- ① 6 ② 8 ③ 10
 ④ 12 ⑤ 14

71) 매개변수 t ($t > 0$)으로 나타낸 함수

$$x = \frac{1}{3}t^3 + t, y = \ln t - 2t$$

에서 $t = a$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값을 $g(a)$ 라 하자. 함수 $g(a)$ 의 최솟값은?

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

72) 매개변수 θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)로 나타낸 곡선

$$x = \sqrt{2} \cos^3 \theta, y = \sqrt{2} \sin^3 \theta$$

위의 $\theta = \frac{\pi}{4}$ 에 대응하는 점에서의 접선의 방정식은 $y = ax + b$ 이다. 두 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

73) 매개변수 t 로 나타낸 곡선

$$x = \frac{1}{3}t^3 + 4t, y = t^2 - 2t + \frac{5}{3}$$

위의 $t = 2$ 에 대응하는 점에서의 접선의 y 절편은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

74) 매개변수 t ($t > 0$)으로 나타낸 곡선

$$x = \sqrt{t} + a, y = \ln t + t$$

위의 $t=1$ 에 대응하는 점에서의 접선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B 라 하자. 삼각형 OAB 의 넓이가 8일 때, 양수 a 의 값은? (단, O 는 원점이다.)

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{5}{4}$
 ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{9}{4}$

75) 함수 $f(x) = xe^{x-1} + x^2 - 1$ ($x \geq 0$)의 역함수를 $g(x)$ 라 하자.

매개변수 t ($t \geq 0$)으로 나타낸 곡선

$$x = g(t), y = f(t)$$

위의 x 좌표가 1인 점에서의 접선이 y 축과 만나는 점을 A 라 할 때, 선분 OA 의 길이를 구하시오.(단, O 는 원점이다.)

76) 좌표평면 위를 움직이는 점 P 의 시각 t ($t > 0$)에서의 위치 (x, y) 가

$$x = t - \frac{2}{t}, y = 2t + \frac{1}{t}$$

이다. 시각 $t=1$ 에서 점 P 의 속력은?

- ① $2\sqrt{2}$ ② 3 ③ $\sqrt{10}$
 ④ $\sqrt{11}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

77) 좌표평면 위를 움직이는 점 P 의 시각 t ($t \geq 1$)에서의 위치 (x, y) 가

$$x = \ln t, y = t^3 - t$$

이다. 시각 $t=2$ 에서의 점 P 의 가속도가 (a, b) 일 때, ab 의 값은?

- ① -6 ② -3 ③ 0
 ④ 3 ⑤ 6

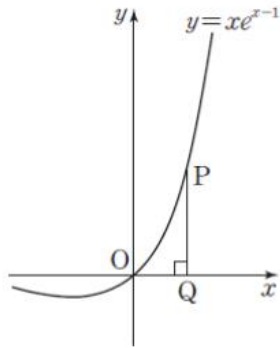
78) 좌표평면 위를 움직이는 점 P 의 시각 t ($\pi \leq t < 2\pi$)에서의 위치 (x, y) 가

$$x = 2\sin t, y = t + \cos t$$

이다. 점 P 의 속도와 가속도를 각각 \vec{v}, \vec{a} 라 할 때, 두 벡터 \vec{v}, \vec{a} 가 서로 수직이 되도록 하는 모든 실수 t 의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

79) 그림과 같이 점 P 가 원점을 출발하여 곡선 $y = xe^{x-1}$ 을 따라 매초 4의 일정한 속력으로 움직인다. $x = 1$ 일 때, 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발 Q 의 속력은?
(단, 점 P 는 x 좌표가 증가하는 방향으로 움직인다.)



- ① $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{3\sqrt{5}}{5}$
 ④ $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\sqrt{5}$

80) 양의 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(t)$ 에 대하여 좌표평면 위를 움직이는 점 P 의 시각 $t(t \geq 1)$ 에서의 위치 (x, y) 가

$$\begin{cases} x = 2\ln t \\ y = f(t) \end{cases}$$

이다. 점 P 가 점 $(0, f(1))$ 로부터 움직인 거리가 s 가 될 때 시각 t 는 $t = \frac{s + \sqrt{s^2 + 4}}{2}$ 이고, $t = 2$ 일 때 점 P 의 속도는 $(1, \frac{3}{4})$ 이다. 시각 $t = 2$ 일 때 점 P 의 가속도를 $(-\frac{1}{2}, a)$ 라 할 때, $60a$ 의 값을 구하시오.

81) 좌표평면 위를 움직이는 점 P 의 시각 $t(t > 0)$ 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = \ln t, \quad y = \frac{1}{4}\left(t + \frac{4}{t}\right)$$

이다. 시각 $t = 1$ 에서 $t = 2$ 까지 점 P 가 움직인 거리는?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$
 ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

82) 좌표평면 위를 움직이는 점 P 의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = 3 \sin \pi t + 4 \cos \pi t, \quad y = 3 \cos \pi t - 4 \sin \pi t$$

이다. 시각 $t = 0$ 에서 $t = a$ 까지 점 P 가 움직인 거리가 20π 일 때, a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

83) 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 좌표평면 위를 움직이는 점 P 의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = e^t, \quad y = f(t)$$

이고, 점 P 가 점 $(1, f(0))$ 으로부터 시각 t 일 때까지 움직인 거리는 $e^t + t^2 - 1$ 이다. $\{f'(1)\}^2$ 의 값은?

- ① $e + 1$ ② $2(e + 1)$ ③ $3(e + 1)$
 ④ $4(e + 1)$ ⑤ $5(e + 1)$

84) $x=0$ 에서 $x=6$ 까지 곡선 $y = \frac{1}{3}(x^2+2)^{\frac{3}{2}}$ 의 길이를 구하시오.

85) 함수 $f(x) = \frac{1}{8}x^2 - \ln x$ 에 대하여 $x=1$ 에서 $x=4$ 까지 곡선 $y=f(x)$ 의 길이는?

- ① $\frac{15}{8} + 2\ln 2$ ② $\frac{15}{8} + 4\ln 2$ ③ $\frac{15}{8} + 6\ln 2$
 ④ $\frac{15}{8} + 8\ln 2$ ⑤ $\frac{15}{8} + 10\ln 2$

86) 양의 실수 전체의 집합에서 연속이고 $f(1) > 0$ 인 함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_1^x f(k)dk$$

라 하자. $x=1$ 에서 $x=t (t \geq 1)$ 까지 곡선 $y=g(x)$ 의 길이가 $\frac{1}{3}t^3 - \frac{1}{4t} - \frac{1}{12}$ 일 때, $f(2)$ 의 값은?

- ① $\frac{61}{16}$ ② $\frac{63}{16}$ ③ $\frac{65}{16}$
 ④ $\frac{67}{16}$ ⑤ $\frac{69}{16}$

87) 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $\{f(x) - 2f'(x)\}\{f(x) + 2f'(x)\} = 4$ 이다.
 (나) $\int_0^3 f(x)dx = a$ (단, $a > 0$)

$x=0$ 에서 $x=3$ 까지 곡선 $y=f(x)$ 의 길이는?

- ① $\frac{a}{4}$ ② $\frac{a}{2}$ ③ a
 ④ $2a$ ⑤ $4a$