



기하와 벡터

05. Theme 매개변수 & 음함수

1. 문제

매개변수 θ 로 나타내어진 함수

$$x = \tan \theta, y = \cos^2 \theta \left(\text{단, } -\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2} \right)$$

에 대하여 이 곡선 위의 점 $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ 에서의 접선의 기울기는?

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1



2. 문제

매개변수 t ($t > 0$)으로 나타내어진 함수

$$x = t^2 + 1, \quad y = \frac{2}{3}t^3 + 10t - 1$$

에서 $t = 1$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값을 구하시오.



3. 문제

y 가 x 의 함수일 때, 곡선 $e^x \ln y = 1$ 위의 점 $(0, e)$ 에서의 접선의 기울기는?

- ① $-e$ ② $-\frac{1}{e}$ ③ $\frac{1}{e}$ ④ e ⑤ $2e$



4. 문제

자연수 n 에 대하여 함수 $y=f(x)$ 를 매개변수 t 로 나타내면

$$\begin{cases} x=e^t \\ y=(2t^2+nt+n)e^t \end{cases}$$

이고, $x \geq e^{-\frac{n}{2}}$ 일 때 함수 $y=f(x)$ 는 $x=a_n$ 에서 최솟값 b_n 을 갖는다. $\frac{b_3}{a_3} + \frac{b_4}{a_4} + \frac{b_5}{a_5} + \frac{b_6}{a_6}$ 의 값은?

- ① $\frac{23}{2}$ ② 12 ③ $\frac{25}{2}$ ④ 13 ⑤ $\frac{27}{2}$

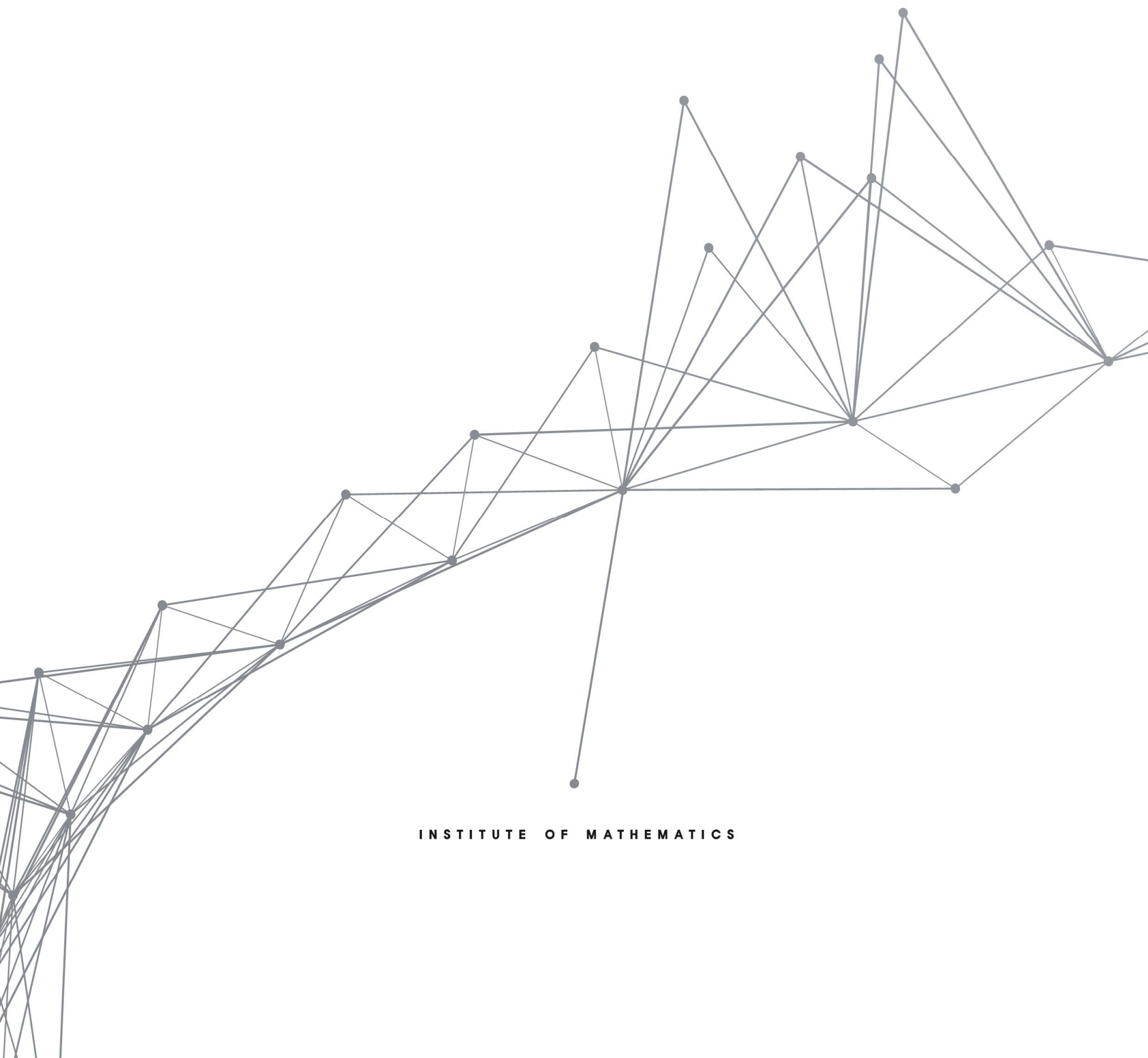


5. 문제

좌표평면에서 곡선 $y=x^2+x$ 위의 두 점 A, B 의 x 좌표를 각각 s, t ($0 < s < t$)라 하자. 양수 k 에 대하여 두 직선 OA, OB 와 곡선 $y=x^2+x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이가 k 가 되도록 하는 점 (s, t) 가 나타내는 곡선을 C 라 하자. 곡선 C 위의 점 중에서 점 $(1, 0)$ 과의 거리가 최소인 점의 x 좌표가 $\frac{2}{3}$ 일 때, $k = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, O 는 원점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)





INSTITUTE OF MATHEMATICS



기하와 벡터

06. Theme 곡선의 길이

1. 문제

실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖고 $f(0) = 0$, $f(1) = \sqrt{3}$ 을 만족시키는 모든 함수 $f(x)$ 에 대하여

$\int_0^1 \sqrt{1 + \{f'(x)\}^2} dx$ 의 최소값은?

① $\sqrt{2}$

② 2

③ $1 + \sqrt{2}$

④ $\sqrt{5}$

⑤ $1 + \sqrt{3}$



2. 문제

좌표평면 위를 움직이는 점 P 의 시각 t 에서의 위치 (x, y) 가

$$\begin{cases} x = 4(\cos t + \sin t) \\ y = \cos 2t \end{cases} \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$$

이다. 점 P 가 $t=0$ 에서 $t=2\pi$ 까지 움직인 거리 (경과 거리)를 $a\pi$ 라 할 때, a^2 의 값을 구하시오.



3. 문제

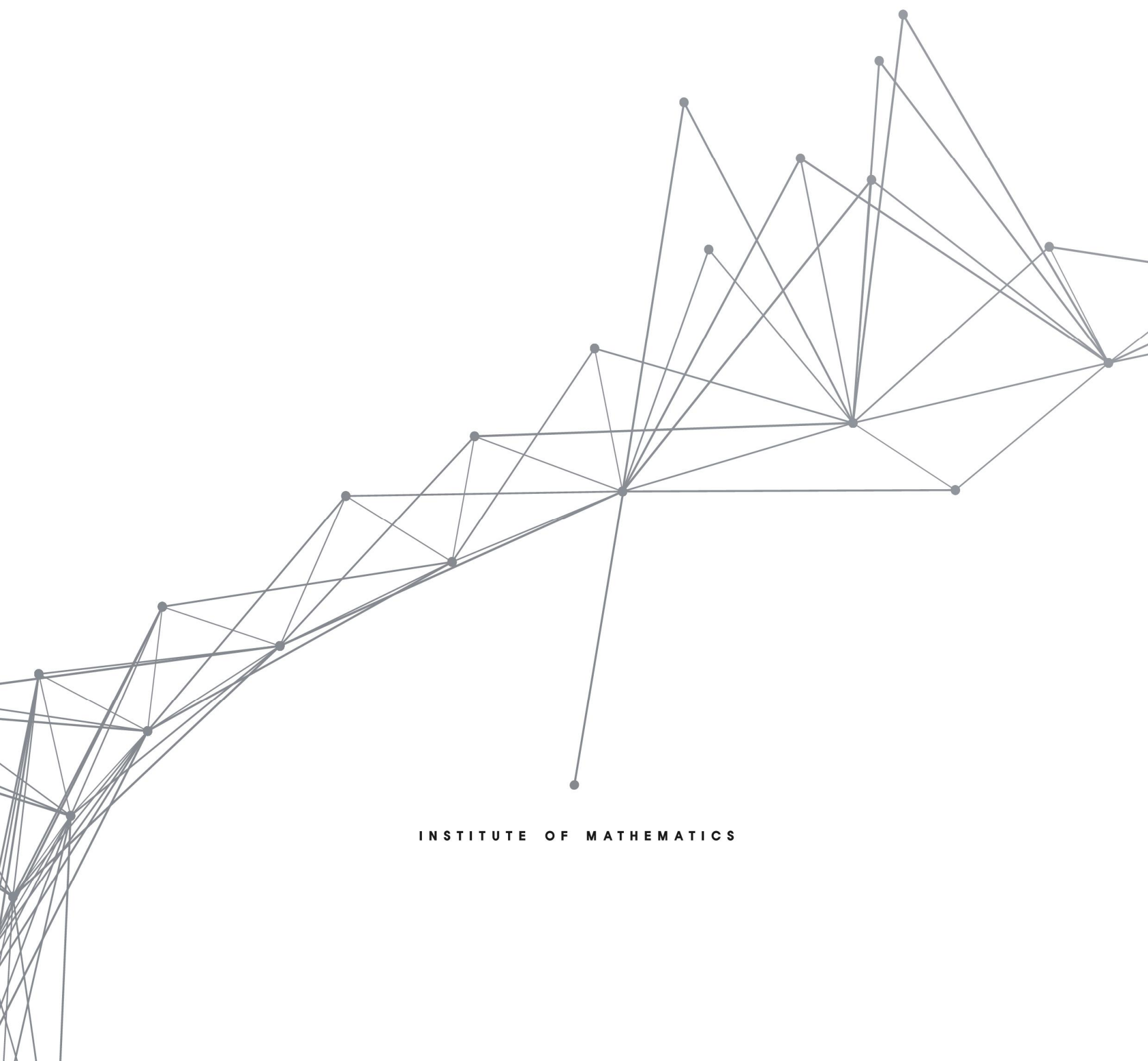
양의 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(t)$ 에 대하여 좌표평면 위를 움직이는 점 P 의 시각 t ($t \geq 1$)에서의 위치 (x, y) 가

$$\begin{cases} x = 2\ln t \\ y = f(t) \end{cases}$$

이다. 점 P 가 점 $(0, f(1))$ 로부터 움직인 거리가 s 가 될 때 시각 t 는 $t = \frac{s + \sqrt{s^2 + 4}}{2}$ 이고, $t=2$ 일 때 점 P 의 속도는 $(1, \frac{3}{4})$ 이다.

시각 $t=2$ 일 때, 점 P 의 가속도를 $(-\frac{1}{2}, a)$ 라 할 때, $60a$ 의 값을 구하시오.





INSTITUTE OF MATHEMATICS