



신재민의 수학공간

수학영역

1

올바른 수학공부법

안녕하세요 신SUN입니다.

어느새 2018년 새해를 맞이한 지도 2주가량이 지났습니다.

지금부터 꾸준히 19학년도 수능을 준비하는 수험생들을 위해 전반적인 수학공부법부터 시작해서 학생이 평소에 고민하고, 힘들어하는 부분의 대한 해결책까지 자세하게 써보려고 합니다.

기존에 썼던 칼럼은 좀 더 읽기 쉽고 공감할 수 있도록 새롭게 개정해서 최대한 읽고난 후 두루뭉술한 느낌이 아닌, 제가 얘기하려는 핵심을 확실히 이해하고 활용할 수 있도록 할 것입니다.

또한, 올해에는 단원별 수학칼럼, 시기별 혹은 각 등급별 수학공부법 뿐 아니라 중간중간 공부하기 싫고 풀어질 때 보면 좋을 만한 따끔한 쓴소리글도 올려보려고 합니다.

올해의 첫 칼럼의 제목은,
바로 96점 목표를 위한 1년동안의 수학공부법
'Part1. 수능수학 제대로 알고 공부하자' 입니다.

올바른 개념학습부터 배운 개념을 적용해서 문제를 푸는 과정까지, 실제로 수험생이 해야할 행동방식을 직접적으로 알려드리겠습니다.

이 칼럼은, 올해 공부의 첫 시작점이 되는 겨울방학에 좀 더 올바른 방향으로 효율적으로 공부할 수 있게끔 방향을 잡아주는 칼럼입니다.

단순하게, '지금은 공부를 이렇게 해야한다'가 아니라, 그렇게 해야만 하는 이유와 방법까지 상세히 서술하였기 때문에, 이 칼럼을 읽고난 뒤에 스스로 적용하며 공부할 수 있을 것입니다.

본인이 올해의 시작을 어떻게 해야할 것인지 막막하거나, 공부를 시작하긴 했지만 이게 맞는지 모르겠다 하는 분들은 시간내서 한 번 읽어보십시오.

또한, 이 칼럼은 1등급을 목표로 하는 학생들에게 더 도움이 되는 글 일 것입니다.

2~3등급으로 스스로와 타협하며 공부할 친구들은 그닥 도움되지 않을 것입니다.

+ 추가적으로 궁금한 점 있으면 쪽지 주시면 친절하게 말씀드리겠습니다.

서론이 길었습니다.
그럼 시작하겠습니다.

안정적인 1등급을 위해선 96점을 목표로 공부!

우선 본 내용에 들어가기 앞서, 여러분들이 19학년도 수능을 위해 갖춰야할 태도에 대해서 먼저 짚고 넘어가겠습니다.

이제 수학영역에서 1등급을 맞기 위해선 이과기준 27문제를 빠른 시간안에 다 풀고, 나머지 2문제(30번 제외) 중 2문제를 모두 풀 수 있을 실력을 만들 수 있느냐가 매우 중요해졌습니다.
(문과기준으로는 21,30제외한 28문제를 실수 없이 맞출 수 있느냐가 중요함)

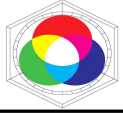
이과기준, 절대로 27문제를 맞추고 21, 29 중에서 하나는 풀고 하나는 찍겠다 라는 마인드가 아닌 두 문제 모두 풀 수 있는 피지컬을 만들어 놓아야 한다는 얘기입니다.

이말인 즉슨, 21-미적분, 29 - 기백 킬러가 나오는만큼, 미적2, 기백의 각 단원을 모두 완벽하게 학습해야 한다는 것입니다.

난 기백을 잘해, 미적분이 자신있어!
그러니 21번에 올인한다! 29번에 올인한다!
이런생각은 굉장히 위험합니다.

이렇게 준비를 해야, 수능 당일 안전하게 92점 이상(운이 아닌 안정적 1등급)을 맞을 수 있다고 생각합니다.

여기서 30번을 언급하지 않는 이유는,
우선 21,29번을 맞출 실력을 갖추고 나서 30번을 도전해도 늦지 않다고 생각하기 때문입니다.



1년동안의 수학 공부방향

앞서 얘기드린대로 우리는 안정적인 1등급을 받기위해서 96점을 목표로 공부해야 합니다.

그럼 실제로 수능수학의 고득점을 위한 올바른 공부 방향에 대해 얘기해보겠습니다.

1. 기본 개념공부(교과서 혹은 개념서) + 복습 + 예제풀이
2. 실전개념 추가 공부(인강, 학원) + 복습 + 기출적용을 통해 **문제와 개념의 간극 줄이기**
(각 단원별로 자주 나오는 아이디어나 사고과정을 기출로 확실히 배운다)
3. 기출 4점문제를 통해 문제 푸는 사고력 기르기 & 논리적인 본인의 풀이과정 만들기
(문제를 단계적으로 푸는 법 연습)
4. 고난도 문제들을 통해 **양치기** 학습 - 문제 가려가며 풀지 않기
(다양한 문제의 조건과 형태를 경험하며 단계적 사고법 훈련 및 체화시키기)
5. 실모를 풀면서 실전에서 써먹을 수 있는 시간 배분법을 통해 본인만의 최적화된 실모풀이 순서 및 시간을 만들어 놓기

이 정도로 볼 수 있겠습니다.

단계적으로 문제를 푸는 것이 무엇이나구요?
잠시만 기다려주세요. 다 설명드릴 겁니다.

그럼 이젠 각 단계별 자세한 공부방법을 알려드리겠습니다.

1. 개념공부는 증명과정까지 모두 보기

-개념은 읽고 이해하는 것이 아니라, 쓰면서 이해와 암기를 같이하고, 그 것이 체화되도록 주기적으로 반복해야한다.

예비고3, +1수 하시는 분들에게 개념은 다 봤느냐 라고 물어보면 모두 다 '네' 라고 얘기할 겁니다.

그 중 제대로 개념을 공부한 친구들이 얼마나 될까요?

우선 **올바른 개념공부**라 함은 교과서에 서술된 정의, 정리 등의 내용을 직관적으로 이해만 하거나 단순암기에 그치는 것이 아니라

교과서에 서술된 모든 증명과정을 꼭 써보면서 논리적으로 이해 및 암기하고 그 내용에 대한 예제를 꼭 배운 개념을 이용해서 풀어내는 것입니다.

(교과서 혹은 개념서 혹은 인강교재를 펴고 그 옆에 A4용지를 두고 백지복습을 합니다.

한 번에 이 개념들이 본인의 것이 될 거라고 생각하면 오산입니다. 시간을 두고 최소 2번 반복하길 권해드립니다.)

인강, 학원에서 배운 내용을 주입하여 외우듯이 푸는 것이 아니라, 꼭 개념적으로 공부한 내용을 논리적으로 활용하며 문제를 풀어야 합니다.

(문제를 풀면서, 아 이거 어디책에서 본 건데! 어느 쌤에게 배운건데! 라며 반가운 미소를 띄는 친구들이 많습니다. 반성해야합니다)

점말 간단한 예를 하나 들어봅시다.

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt{2n^2 - n} + \sqrt{n^2 - 1}} \text{의 값은?}$$

- ① $\sqrt{2}-1$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{2}+1$

수열의 극한 기본문제입니다.

이 문제를 보여주면 대부분의 학생들은, **최고차항의 계수비!** 로 문제를 푹니다.

이렇게 공부하지 말라는 얘기입니다.

수열의 극한에서 가장 중요한 개념은 '수열의 극한 기본성질'입니다. 핵심은 수열이 수렴할 때에만, 사칙연산이 가능하다는 것이지요 그 말은, 발산하는 수열이 있다면 어떻게든 수렴하는 형태로 바뀌달라는 이야기입니다.

그렇기 때문에 우리는, 분모 또는 분자 중 최고차항을 각각에 나누어 모두 수렴하는 형태로 바꿔준 후, '수열의 극한의 기본 성질'을 이용해 극한값을 계산해야 하는 것입니다.

물론 이 과정을 다 알고 결론적으로 최고차항의 계수비와 같다는 것을 아는 학생은 그렇게 푸셔도 됩니다.



결론은, 원리에 입각해서 공부해서 문제 풀 때, 풀이과정에 이유를 알고 풀자는 것입니다.

이해 되시나요?

여기서 꼭 나오는 질문이, 교과서는 너무 내용이 적은 것 같다. 부연설명도 없어서 혼자 이해하기 힘들다. 등 혼자 공부하기 힘들다는 얘기가 많이 나오는데

그래서 저도 이 부분에 대해 고민을 많이 하던 중 시중에 논리적으로 올바르게 개념을 공부할 수 있도록 잘 이끌어주는 책이 없을까 찾아보았는데, 눈에 띄는 책 2권이 있더군요

여러분도 많이 아실 한완수와 명작. 둘 다 참 좋은 책입니다.

두 책 모두 교과서의 내용을 기반으로 책에 실려있는 텍스트의 의미를 받아들이는 것에서 그치는 게 아니라, 그 과정 하나하나 논리적으로 이끌어내고 꼭 그 과정에서 배운 개념을 문제로 적용할 수 있도록 하더라고요! 둘 다 1월 말에 개정판이 나온다니 확인해보시는 것도 좋겠습니다.

혹은, 수학 잘하는 과외쌤 한 명 찾으셔서 부탁드려보세요!

2. 실전개념의 학습 + 쉬운 기출문제에 적용 '개념-문제' 간극 줄이기

-그렇게 공부한 개념을 꼭 기출(쉬운4점 이하)을 통해서 적용시켜야 합니다.

단, 풀이과정 안에 논리가 필연적으로 연결되어야 합니다. 그 논리는 100프로 교과서 개념과 기출에서 배울 수 있는 아이디어에서 찾아야 합니다.

미적분의 기본정리를 예로 들어보겠습니다.

모든실수 x 에 대해 연속인 함수 $f(x)$ 에 대해서 함수 $g(x)$ 를

$$\int_a^x f(t)dt = g(x) \text{ 라고 하자}$$

라는 표현이 문제에 나왔다고 해봅시다.

이 때 우리는 뒤도 안보고 무조건반사로 두 가지를 외칩니다.

1. $x = a$ 대입한다
2. 양변 미분한다.

이유도 모른채 말이죠

(아닌 분들은 기분나빠하지말고 넘어가세요! 공부 잘 하고 있는거니까!)

맞아요.

$x = a$ 도 대입해봐야 하고, 양변에 미분도 해야합니다.

근데 왜 대입을 하는 건지, 미분을 왜 하는건지 그리고 미분이 진짜 가능한 건지 체크해 봐야한다는 것입니다.

우선 함수 $f(x)$ 가 연속이다 라는 조건이 있어야 $g(x)$ 가 미분이 가능합니다.

또한, $x = a$ 를 대입해보고, 미분을 하는 이유는 $g(x)$ 를 정적분으로 정의된 새로운 함수로 보고 이 함수의 그래프를 그리기 위해서 $x = a$ 대입, 미분을 해보는 것이지요.

미분한 $g'(x)$ 함수를 이용해 $g(x)$ 그래프 개형을 그릴 수 있고, $x = a$ 를 대입해서 만들어낸 $g(a) = 0$ 이라는 값을 통해서 $g(x)$ 의 x 축을 결정 할 수 있습니다.

다시 말해서, $g(x)$ 의 그래프의 개형을 완벽히 알 수 있겠군요.

이렇게 배운 개념을 이용해서 문제를 풀어야 하고, 위에 적은 내용은 기출로 충분히 정리 할 수 있는 내용입니다.

주입식으로 배운 내용을 단순암기 하는 것이 아니라, 그 이유를 찾고 근거를 알아야 문제에 적용할 수 있는 것입니다.

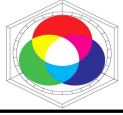
어삼취사 문제들은 보통 하나의 아이디어만 잘 찾으면 문제가 풀리도록 되어있습니다.

그 아이디어를 꼭 배운 개념에서 혹은 다른 기출의 경험으로 찾으시기 바랍니다.

이 과정을 어느정도 끝내시면,

단원별 알아야 하는 기본적인 아이디어는 다 챙겨가실 수 있습니다. (본격적인 4점문제를 풀기위한 최소한의 무기를 챙겨가는 것이지요)

이 부분은 당연히 정리 및 암기까지 하셔야 합니다. 별도의 고민을 하지 않아도 푼 튀어나올 정도로!



3. 기출문제를 풀면서 논리적 해설지 만들기

& 문제를 단계적으로 보는 것을 연습

-문제를 단계적으로 보며, 각 단계를 논리적 비약이 없고 필연적으로 연결시켜 본인만의 해설지를 만들어야 한다.

물론 넘어가기 힘든 단계에 맞닥뜨릴 때, 최소 10분X 2회 고민 한 후에 해설지를 조금 참고해서 본인이 막힌 단계를 넘어가도록 한다.

수능 수학 문제 중에서 나름 변별력있는 4점문항들은, 최소 2개 이상의 아이디어와 나름 복잡한 사고과정이 필요합니다.

문제에서 주어진 조건들은 허투루 주어지는 것이 없으며, (발문의 처음 썩하고 넘어갈 수 있는 조건들이 오히려 중요한 것이 많죠 - 예를들어 모든실수에 대해 미분가능한 함수일 때~)

조건이 2개 이상이라면 분명히 그 조건들끼리의 관계가 있을 것이며, 그 조건들과 구하라는 것 사이의 분명한 관계가 주어집니다. (예를들어 구하라는 값이 $f'(3)$ 이라고 할 때, f 를 구해서 미분한 뒤 $x=3$ 대입이 아닌, f' 함수를 직접구해서 $x=3$ 대입하겠다는 생각도 할 수 있다는 것입니다.)

또한, 풀이과정이 하나로 제한되진 않겠지만, 분명한 것은 그 풀이과정 안에 필요한 논리와 사고과정은 교과서개념과 기출문제의 경험으로 충분히 설명 가능하고 그 과정들은 매우 필연적으로 연결되어 있다는 것입니다.

그 이유는 평가원에선 문제를 처음부터 끝까지 완벽하게 설계해서 문제를 내시기 때문입니다.

이제 기출의 4점문제를 제대로 푸는 법을 알려드리겠습니다.

제가 가르치는 학생들에게 수십번을 강조하며 수업하는 부분입니다.

FIRST. 문제를 단계적으로 보는 습관 키우기

문제를 푸는 단계는 크게 3가지로 나뉘집니다.

1. 발문을 차분히 읽으면서, 문제에서 주어진 조건들이 갖는 의미가 무엇인지 해석하고 그 것을 수학적 기호나 표현으로 바꿔서 쓰기.

(세상 두 번째로 중요함)

2. 만약 조건이 2개이상 이라면 각 조건들을 모두 수학적 표현으로 바꿔놓고, **조건들끼리 가지고 있는 연결고리**를 찾고 그로 인해 만들 수 있는 또 다른 새로운 정보를 얻어내기

(제일 중요함)

3. 문제에서 구하라는 값을 보고, 혹시라도 주어진 조건들과 연결고리가 있는지 확인하기.

대부분 학생들은 주입식 교육과, 암기식의 기출의 n회독을 통해

1.내용은 어느정도 해냅니다.

문제는 2. 내용이지요.

대부분의 킬러문제들은

2.내용이 굉장히 복잡하거나, 파악해야할 조건들을 여러개 주거나 혹은 조건들의 연결고리를 찾기 힘들게 숨겨놓습니다.

처음부터 어려운 구조의 문제를 풀 순 없겠지만, 기출의 4점문제들을 하나씩 위와 같은 과정으로 풀어서, 논리적 비약이 없는 필연적인 본인만의 해설지를 만들고

또한 처음 보는 고난이도 문제집들을 양치기하면서 똑같이 적용시키는 연습을 하다보면 긴 호흡의 킬러문제들을 풀 만한 실력을 갖출 수 있을 것입니다.

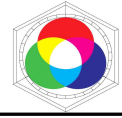
비킬러 문제던 킬러문제던 문제를 풀 때의 시작(마음가짐)은 똑같아야 합니다.

어려운 문제라 할지라도 풀지말고, 주어진 조건들부터 제대로 해석하고, 그 조건들 사이에 연결고리를 찾아내야 합니다.

아래의 문제는 2018학년도 6월 문제입니다.

위에 언급한 방법으로, 본인이 직접 해설지를 만든다 생각하고 단계적으로 문제풀이 과정을 직접 써보시기 바랍니다.

해설은, 다음 칼럼에 적어보도록 하겠습니다.



<이과>

20. 양수 a 와 실수 b 에 대하여 함수 $f(x) = ae^{3x} + be^x$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, $f(0)$ 의 값은? [4점]

(가) $x_1 < \ln \frac{2}{3} < x_2$ 를 만족시키는 모든 실수 x_1, x_2 에 대하여 $f''(x_1)f''(x_2) < 0$ 이다.
 (나) 구간 $[k, \infty)$ 에서 함수 $f(x)$ 의 역함수가 존재하도록 하는 실수 k 의 최솟값을 m 이라 할 때, $f(2m) = -\frac{80}{9}$ 이다.

- ① -15 ② -12 ③ -9 ④ -6 ⑤ -3

<문과>

20. 함수

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - kx^2 + 1 \quad (k > 0 \text{인 상수})$$

의 그래프 위의 서로 다른 두 점 A, B에서의 접선 l, m 의 기울기가 모두 $3k^2$ 이다. 곡선 $y=f(x)$ 에 접하고 x 축에 평행한 두 직선과 접선 l, m 으로 둘러싸인 도형의 넓이가 24일 때, k 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

또한 여기서 주의해야 할 점이 있습니다.

본인의 실력이 부족해서, 풀이 과정속에 각 단계별 필요한 논리를 떠올리기 힘들 때엔 최소 10분정도의 고민을 해봅니다.

그리고 그 다음날 그 문제의 해당하는 단원에서 배운 개념 (본인이 공부한 것 무엇이든 상관없습니다)을 다시보거나 비슷한 기출문제를 참고하고 10분 정도 다시 고민해봅니다. 그래도 모를 시엔 해설지를 참고해 본인이 어떤 논리를 떠올리지 못했는지 피드백합니다.

그리고 꼭 문제 하단에, 피드백 한 부분을 메모해놓습니다.

자연스럽게 오답노트처럼 만들어 집니다.

매우 중요한 과정입니다.

이렇게 한 문제를 풀면서 최소 20분의 고민을 하게되고 고민하는 과정과 해설지를 참고하면서 배우는 그 순간에 당신의 수학적 사고력이 키워질 것입니다.

명심하십시오

한 문제를 풀더라도 이렇게 제대로 풀어야 합니다.

안타까운 점은 아무리 애길 해줘도

혼자힘으로는 이 과정을 100프로 소화해내기가 힘들다는 점입니다.

혼자해보면서 너무 어려운 문제가 있거나,

이해가 안되는 문제들은 과외나 인강을 통해서 메꾸기를 권해드립니다.

(과외쌤 있다면, 이런 과정으로 문제를 풀어달라고 부탁드려보세요)

이렇게 제대로된 기출풀이 및 분석을 했다면

문/이과 가릴 것 없이 88점은 무조건 맞출 수 있습니다.

(단, 수능이 작년처럼 나온다면 말이죠)

만약 기출을 n회독을 하며, 문제를 거의 외우다시피 했지만

88점 근처도 못가신 분들은

공부방법이 완전히 잘못된 겁니다.

양치기를 하는 단계가 아닌 이상,

수학문제를 풀 땐 하루에 30문제를 푸는 것 보다

5문제를 풀더라도 제대로 푸는 것이

본인의 사고력 증진에 더 큰 도움이 됩니다.

4. 양치기- 문제를 가리지 않고 다 푼다

EBS수능특강, 수능완성, 사관학교기출, 교육청, 시중 고난이도N제

다 푸셔야 합니다.

이 문제들 또한 대충 풀지 말고

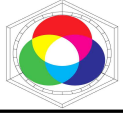
위에 말씀드린 방법으로 푸시는 겁니다.

그래야, 본인의 것으로 체화가 됩니다.

어떤 문제가 나오던 습관적으로

문제를 단계적으로 보는 것이 가능하게 된다는 얘기입니다.

이 과정이 충분히 되어야 킬러문제가 보입니다.



기존 4점문제 2~3개의 결합이 문제의 흐름을 길게 만들고 사고과정과 단계를 복잡하게 합니다.
그렇게 긴 호흡의 문제를 직접 부딪쳐가며 풀어보아야 실제 6,9,수능의 킬러문제도 풀만한 실력을 갖출 수 있게 됩니다.

기출만으론 안정적 1등급 맞기 굉장히 힘듭니다.
명심하십시오

5. 실모를 풀면서 실전대비

요 부분은 후반기에 자세히 다뤄보도록 하죠

제가 준비한 첫 칼럼의 내용은 여기까지입니다.

이제 주기적으로, 각 단계별 공부법을
예를 들어 자세하게 다뤄볼 겁니다.

저에게 배우지 않더라도,
아니 혼자서도 충분히 적용할 수 있도록 말이죠.

수학, 욕심갖고 공부하셔야 합니다.

운이 좋아서 92점, 운이 나빠서 88점 혹은 실수해서 84점
절대 본인의 모습이 되지 않길 바랍니다.

올바른 방법으로, 성실하게 공부합시다.

수학공부는 지금부터 11월 초까지,
열심히 하지 않아도 되는 순간이 없습니다.

개념을 제대로 공부할 때 실력이 처음으로 늘고,
그 개념을 기출에 적용하며 비킬러의 일관된 풀이법이 눈에 보일 때
맞추는 문제가 늘어나고,
기출문제를 풀면서 단계적으로 문제를 보며,
각 단계별 필요한 사고과정과 수학개념을 떠올리려
아등바등 노력할 때 두 번째로 수학적 실력이 늘며
마지막으로, 고난이도N제를 풀면서 본인만의 풀이과정을 완성하고
체화할 때 등급이 오릅니다.

학원(독재,재수) 혹은 독서실의 주변 친구들의 공부법,

성적을 비교하며 공부하지 맙시다.

남들의 얘기에 흔들리지 말고 1년동안
자신만 보며 공부하길 바랍니다.

다음 칼럼에서 뵙겠습니다.

읽어주셔서 감사합니다.

