

1. 문제

x 에 대한 방정식 $\cos x = \frac{1}{(2n-1)\pi}x$ ($n=1, 2, 3, \dots$)의 양의 실근의 개수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{24} \frac{500}{(a_n+1)(a_n+3)}$ 의 값을 구하시오.

2. 문제

함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} |\sin x| - \sin x & \left(-\frac{7}{2}\pi \leq x \leq 0\right) \\ \sin x - |\sin x| & \left(0 \leq x \leq \frac{7}{2}\pi\right) \end{cases}$$

라 하자. 닫힌 구간 $\left[-\frac{7}{2}\pi, \frac{7}{2}\pi\right]$ 에 속하는 모든 실수 x 에 대하여 $\int_a^x f(t) dt \geq 0$ 이 되도록 하는 실수 a 의 최솟값을 α , 최댓값을 β

라 할 때, $\beta - \alpha$ 의 값은? (단, $-\frac{7}{2}\pi \leq \alpha \leq \frac{7}{2}\pi$)

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{3}{2}\pi$ ③ $\frac{5}{2}\pi$ ④ $\frac{7}{2}\pi$ ⑤ $\frac{9}{2}\pi$

1. 문제

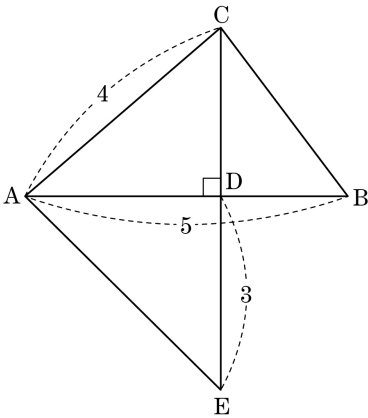
좌표평면에서 직선 $y=mx$ ($0 < m < \sqrt{3}$)가 x 축과 이루는 예각의 크기를 θ_1 , 직선 $y=mx$ 가 직선 $y=\sqrt{3}x$ 와 이루는 예각의 크기를 θ_2 라 하자. $3\sin\theta_1 + 4\sin\theta_2$ 의 값이 최대가 되도록 하는 m 의 값은?

- ① $\frac{\sqrt{3}}{6}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{7}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{8}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{9}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{10}$



2. 문제

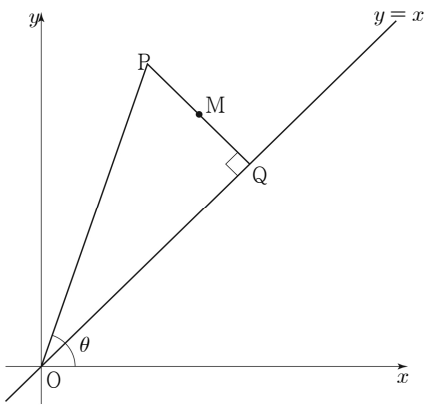
그림과 같이 $\overline{AB} = 5$, $\overline{AC} = 4$ 인 삼각형 ABC 가 있다. 꼭짓점 C 에서 선분 AB 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, 선분 CD 의 연장선 위에 $\overline{DE} = 3$ 을 만족시키는 점 E 를 잡는다. 두 삼각형 ABC , AED 의 넓이를 각각 S_1 , S_2 라 할 때, $S_1 + S_2$ 의 최댓값을 M 이라 하자. M^2 의 값을 구하시오. (단, 각 CAB 는 예각이다.)





3. 문제

그림과 같이 원점 O 로부터의 거리가 1인 점 P 에 대하여 선분 OP 가 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ ($\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$)라 하자. 점 P 에서 직선 $y=x$ 에 내린 수선의 발을 Q 라 하고, 선분 PQ 의 중점을 M 이라 하자. 점 M 의 y 좌표가 최대일 때, $\tan \theta$ 의 값은?



① 2

② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{8}{3}$

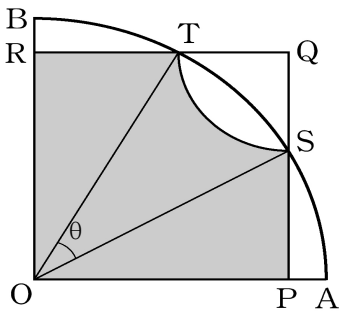
④ 3

⑤ $\frac{10}{3}$



4. 문제

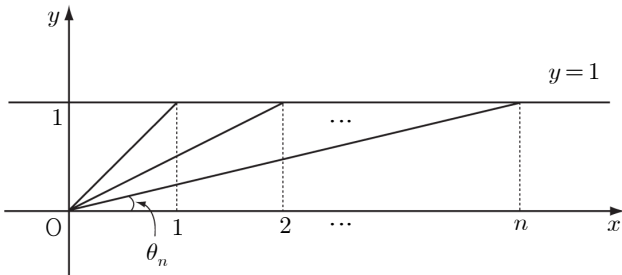
그림과 같이 중심각의 크기가 90° 이고 반지름의 길이가 1인 부채꼴 AOB와 선분 OA 위를 움직이는 점 P가 있다. 선분 OP를 한 변으로 하는 정사각형 OPQR가 호 AB와 서로 다른 두 점 S, T에서 만날 때, 정사각형 OPQR에서 점 Q를 중심으로 하고 반지름이 QS인 부채꼴 SQT를 제외한 어두운 부분의 넓이를 D 라 하자. $\angle SOT = \theta$ 라 할 때, D 가 최대가 되도록 하는 θ 에 대하여 $10\pi \tan\theta$ 의 값을 구하시오.





5. 문제

원점과 점(1, 1)을 이은 선분이 x 축의 양의 방향과 이루는 각을 θ_1 , 원점과 점(2, 1)을 이은 선분이 x 축의 양의 방향과 이루는 각을 θ_2 , \dots 원점과 점(n , 1)을 이은 선분이 x 축의 양의 방향과 이루는 각을 θ_n 이라 하자.



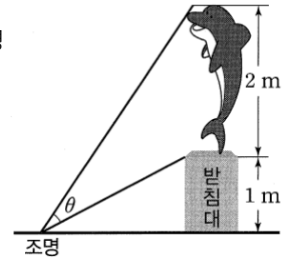
$\theta_1 - \theta_2 = \theta_p - \theta_q$ 가 되도록 하는 p, q 에 대하여 $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, $1 < p < q$ 이고 p, q 는 자연수이다.)



6. 문제

어느 공원에는 높이 $1m$ 인 받침대 위에 놓인 높이 $2m$ 인 조형물이 있다. 지면에서 조형물에 비추는 각 θ 가 최대인 지점에 오른쪽 그림과 같이 조명을 설치하려고 할 때, 조명과 받침대 사이의 거리는?

- ① $\sqrt{5}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 1 ④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$





7. 문제

함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(x) = \int \cos 4x \cos 2x dx$ 이고 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$ 일 때, $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 의 값을 구하시오.



8. 문제

폐구간 $[0, \pi]$ 에서 함수 $y = \sin x - \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ 의 최대값을 M , 최소값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

- ① $\frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{2 - \sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{3 - \sqrt{3}}{2}$ ④ $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{2 + \sqrt{3}}{2}$



9. 문제

함수 $y = \cos x - \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ 가 $x = \alpha$ 에서 최대값을 가질 때, $\tan\alpha$ 의 값은? (단, $0 \leq x < 2\pi$)

- ① 0 ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ 1 ⑤ $\sqrt{3}$



1. 문제

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x^3 + 5x^2 + 4x)}{2x^3 + 2x^2 + x}$ 의 값은?

① 4

② 3

③ $\frac{3}{2}$

④ 1

⑤ $\frac{\sin 3}{2}$



2. 문제

연속함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{1 - \cos(x^2)} = 2$ 를 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^p} = q$ 이다. $p+q$ 의 값은? (단, $p > 0$, $q > 0$ 이다.)

① 4

② 5

③ 6

④ 7

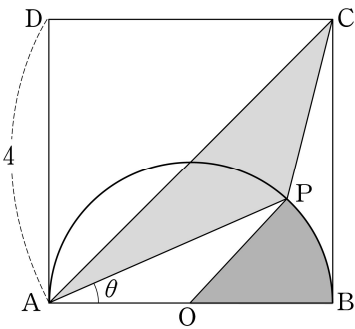
⑤ 8



3. 문제

그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD에서 변 AB의 중점 O를 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 반원 위에 점 P가 있다. $\angle BAP = \theta$ 일 때 삼각형 APC의 넓이를 $f(\theta)$, 부채꼴 OBP의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{8 - f(\theta)}{g(\theta)} = \alpha$ 라 할 때, 10α 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이다.)

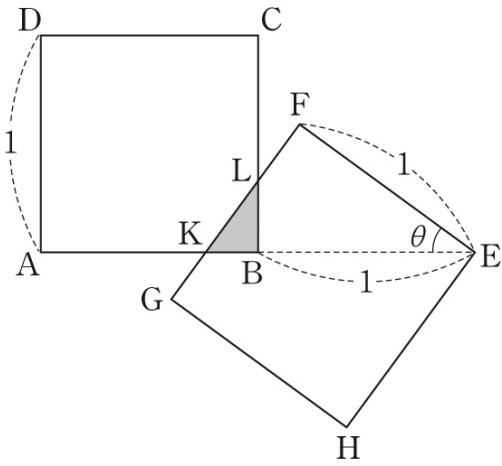




4. 문제

그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD에서 변 AB를 연장한 직선 위에 $\overline{BE}=1$ 인 점 E가 있다. 점 E를 꼭짓점으로 하고 한 변의 길이가 1인 정사각형 EFGH에 대하여 $\angle BEF = \theta$ 일 때, 변 FG와 변 AB의 교점을 K, 변 FG와 변 BC의 교점을 L이라 하자. 삼각형 KBL의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{S(\theta)}{\theta^3} = \frac{q}{p}$ 이다. $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오.

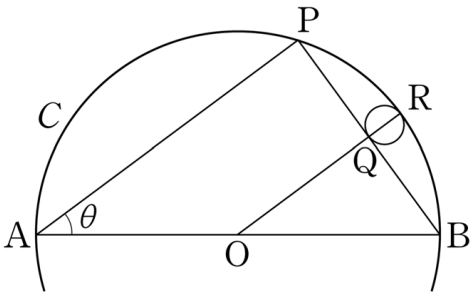
(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ 이고, p, q 는 서로소인 자연수이다.)





5. 문제

중심이 O 이고, 두 점 A, B 를 지름의 양 끝으로 하며 반지름의 길이가 1인 원 C 가 있다. 그림과 같이 원 C 위의 점 P 에 대하여 점 O 를 지나고 직선 AP 와 평행한 직선이 선분 PB 와 만나는 점을 Q , 호 PB 와 만나는 점을 R 라 하자. $\angle PAB = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)라 하고, 점 Q 와 점 R 를 지름의 양 끝으로 하는 원의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^4} = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, $\overline{QR} < 1$ 이고, p 와 q 는 서로소인 정수이다.)





6. 문제

그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위의 한 점 P에 대하여 $\angle PAB = \theta$ 라 하자. 선분 PB의 중점 M에서 선분 PB에 접하고 호 PB에 접하는 원의 넓이를 $S(\theta)$, 선분 AP 위에 $\overline{AQ} = \overline{BQ}$ 가 되도록 점 Q를 잡고 삼각형 ABQ에 내접하는 원의 넓이를 $T(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\theta^2 \times T(\theta)}{S(\theta)}$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)

