

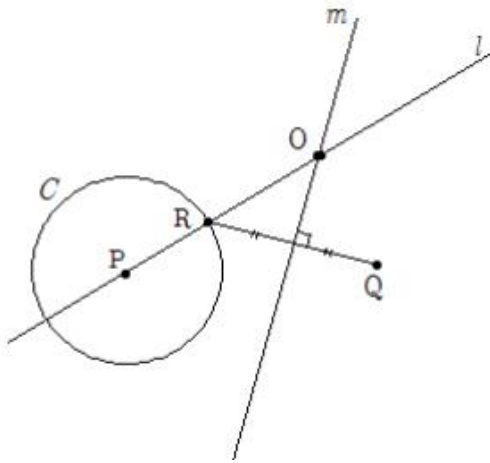
1. 문제

다음은 어느 이차곡선을 작도하는 과정이다.

[1단계] 정점 P 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 r 인 원 C 를 그리고, 원 밖의 한 점 Q 를 잡는다.

[2단계] 동점 R 은 원 C 위를 움직인다.

[3단계] 두 점 P 와 R 를 지나는 직선 l 과 \overline{QR} 의 수직이등분선 m 이 만나는 점을 O 라 하자.



위 과정에서 점 O 의 자취가 그리는 이차곡선에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ. \overline{OP} 와 \overline{OQ} 의 길이의 차는 일정하다.

ㄴ. 점 Q 는 이차곡선의 초점이다.

ㄷ. 작도된 이차곡선을 반사거울로 생각하고, 점 P 에서 이 곡선 위로 빛을 쏘면 점 Q 를 지난다.

① ㄷ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

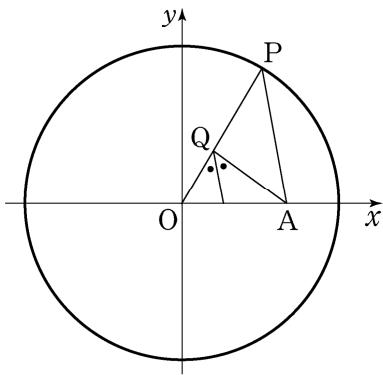
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



2. 문제

좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 = 36$ 위를 움직이는 점 $P(a, b)$ 와 점 $A(4, 0)$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 점 Q 전체의 집합을 X 라 하자.
(단, $b \neq 0$)

- (가) 점 Q 는 선분 OP 위에 있다.
(나) 점 Q 를 지나고 직선 AP 에 평행한 직선이 $\angle OQA$ 를 이등분한다.



집합의 포함관계로 옳은 것은?

- ① $X \subset \left\{ (x, y) \mid \frac{(x-1)^2}{9} - \frac{(y-1)^2}{5} = 1 \right\}$
 ② $X \subset \left\{ (x, y) \mid \frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{5} = 1 \right\}$
 ③ $X \subset \left\{ (x, y) \mid \frac{(x-1)^2}{9} - \frac{y^2}{5} = 1 \right\}$
 ④ $X \subset \left\{ (x, y) \mid \frac{(x-1)^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1 \right\}$
 ⑤ $X \subset \left\{ (x, y) \mid \frac{(x-2)^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1 \right\}$



3. 문제

포물선 $y^2 = 16x$ 위의 점 A에 대하여 점 B는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 점 A가 원점이면 점 B도 원점이다.
- (나) 점 A가 원점이 아니면 점 B는 점 A, 원점 그리고 점 A에서의 접선이 y 축과 만나는 점을 세 꼭짓점으로 하는 삼각형의 무게중심이다.

점 A가 포물선 $y^2 = 16x$ 위를 움직일 때 점 B가 나타내는 곡선을 C 라 하자. 점 $(3, 0)$ 을 지나는 직선이 곡선 C 와 두 점 P, Q에서 만나고 $\overline{PQ} = 20$ 일 때, 두 점 P, Q의 x 좌표의 값의 합을 구하시오.



4. 문제

좌표평면에서 점 $A(0, 4)$ 와 타원 $\frac{x^2}{5} + y^2 = 1$ 위의 점 P 에 대하여 두 점 A 와 P 를 지나는 직선이 원 $x^2 + (y-3)^2 = 1$ 과 만나는 두 점 중에서 A 가 아닌 점을 Q 라 하자. 점 P 가 타원 위의 모든 점을 지날 때, 점 Q 가 나타내는 도형의 길이는?

- ① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{3}$ ④ $\frac{2}{3}\pi$ ⑤ $\frac{3}{4}\pi$



5. 문제

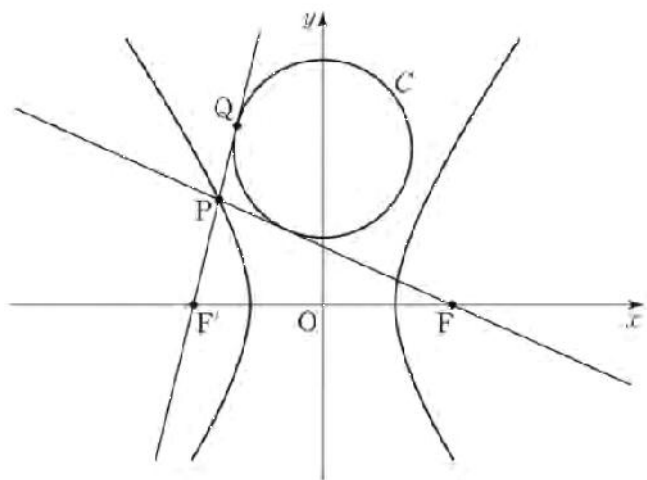
쌍곡선 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{3} = 1$ 의 두 초점 $(2\sqrt{3}, 0)$, $(-2\sqrt{3}, 0)$ 을 각각 F , F' 이라 하자. 이 쌍곡선 위를 움직이는 점 $P(x, y)$ ($x > 0$)에 대하여 선분 $F'P$ 위의 점 Q 가 $\overline{FP} = \overline{PQ}$ 를 만족시킬 때, 점 Q 가 나타내는 도형 전체의 길이는?

- ① π ② $\sqrt{3}\pi$ ③ 2π ④ 3π ⑤ $2\sqrt{3}\pi$



6. 문제

그림과 같이 두 초점이 F, F' 인 쌍곡선 $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{17} = 1$ 위의 점 P 에 대하여 직선 FP 와 직선 $F'P$ 에 동시에 접하고 중심이 y 축 위에 있는 원 C 가 있다. 직선 $F'P$ 와 원 C 의 접점 Q 에 대하여 $\overline{F'Q} = 5\sqrt{2}$ 일 때, $\overline{FP}^2 + \overline{F'P}^2$ 의 값을 구하시오.
(단, $\overline{F'P} < \overline{FP}$)









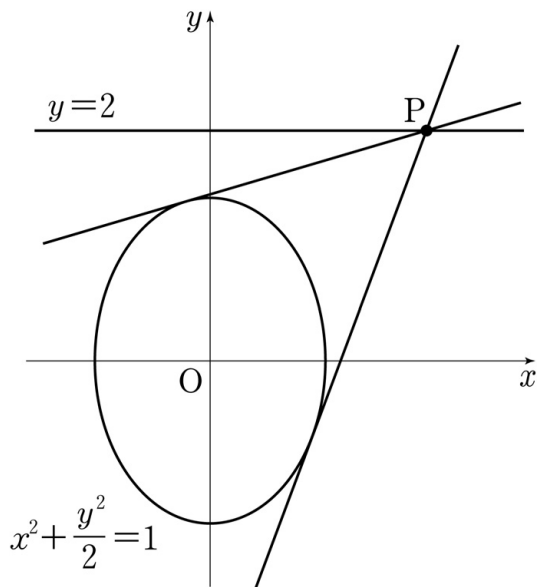
3. 문제

자연수 n 에 대하여 직선 $y = \frac{n}{4}x + \sqrt{2}$ 와 쌍곡선 $x^2 - y^2 = 1$ 의 서로 다른 교점의 개수를 a_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{20} a_n$ 의 값을 구하시오.



1. 문제

직선 $y=2$ 위의 점 P에서 타원 $x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$ 에 그은 두 접선의 기울기의 곱이 $\frac{1}{3}$ 이다. 점 P의 x 좌표를 k 라 할 때, k^2 의 값은?



① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10



2. 문제

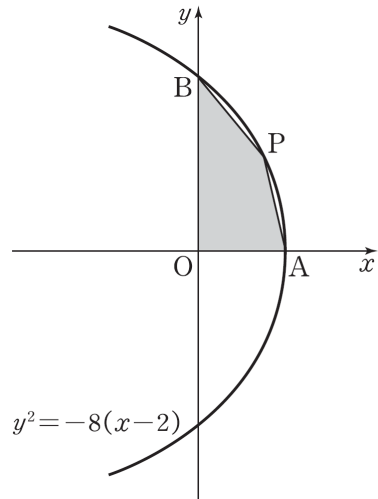
좌표평면에서 포물선 $y^2 = 8x$ 에 접하는 두 직선 l_1, l_2 의 기울기가 각각 m_1, m_2 이다. m_1, m_2 가 방정식 $2x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 서로 다른 두 근일 때, l_1 과 l_2 의 교점의 x 좌표는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



3. 문제

그림과 같이 포물선 $y^2 = -8(x-2)$ 가 x 축, y 축의 양의 부분과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 포물선의 제 1사분면 위의 한 점을 P라 할 때, 사각형 OAPB의 넓이의 최댓값을 구하시오. (단, O는 원점이다.)





4. 문제

닫힌 구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & (-2 \leq x \leq 0) \\ -x+2 & (0 < x \leq 2) \end{cases}$$

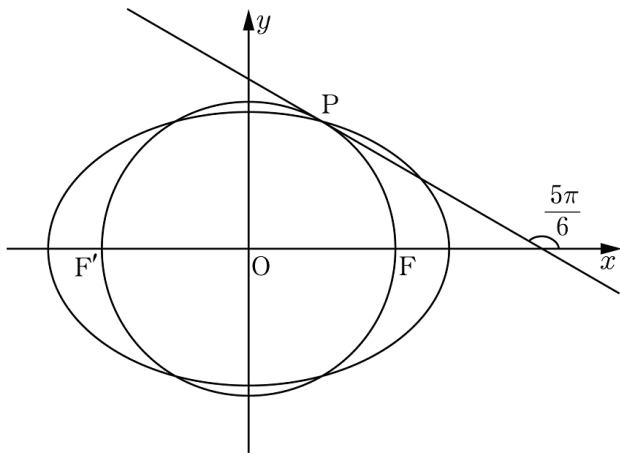
이다. 좌표평면에서 $k > 1$ 인 실수 k 에 대하여 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 타원 $\frac{x^2}{k^2} + y^2 = 1$ 이 만나는 서로 다른 점의 개수를 $g(k)$ 라 하자. 함수 $g(k)$ 가 불연속이 되는 모든 k 의 값들의 제곱의 합은?

- ① 6 ② $\frac{25}{4}$ ③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{27}{4}$ ⑤ 7



5. 문제

타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 두 초점 $F(6, 0)$, $F'(-6, 0)$ 에 대하여 선분 $F'F$ 를 지름으로 하는 원이 있다. 타원과 원의 교점 중 제 1사분면에 있는 점을 P 라 하자. 원 위의 점 P 에서의 접선이 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 $\frac{5\pi}{6}$ 일 때, 타원의 장축의 길이는? (단, a, b 는 $0 < \sqrt{2}b < a$ 인 상수이다.)



- ① $5+6\sqrt{3}$ ② $6+6\sqrt{3}$ ③ $7+6\sqrt{3}$ ④ $6+7\sqrt{3}$ ⑤ $7+7\sqrt{3}$



6. 문제

직선 $y = 3x + 5$ 가 쌍곡선 $\frac{x^2}{a} - \frac{y^2}{2} = 1$ 에 접할 때, 쌍곡선의 두 초점 사이의 거리는?

- ① $\sqrt{7}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ 4 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $4\sqrt{3}$



1. 문제

포물선 $y^2 = nx$ 의 초점과 포물선 위의 점 (n, n) 에서의 접선 사이의 거리를 d 라 하자. $d^2 \geq 40$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값을 구하시오.



2. 문제

자연수 n 에 대하여 포물선 $y^2 = \frac{x}{n}$ 의 초점 F 를 지나는 직선이 포물선과 만나는 두 점을 각각 P, Q 라 하자. $\overline{PF} = 1$ 이고 $\overline{FQ} = a_n$ 이라

할 때, $\sum_{n=1}^{10} \frac{1}{a_n}$ 의 값은?

- ① 210 ② 205 ③ 200 ④ 195 ⑤ 190



3. 문제

쌍곡선 $x^2 - y^2 = 32$ 위의 점 $P(-6, 2)$ 에서의 접선 l 에 대하여 원점 O 에서 l 에 내린 수선의 발을 H , 직선 OH 와 이 쌍곡선이 제1사분면에서 만나는 점을 Q 라 하자. 두 선분 OH 와 OQ 의 길이의 곱 $\overline{OH} \cdot \overline{OQ}$ 를 구하시오.

