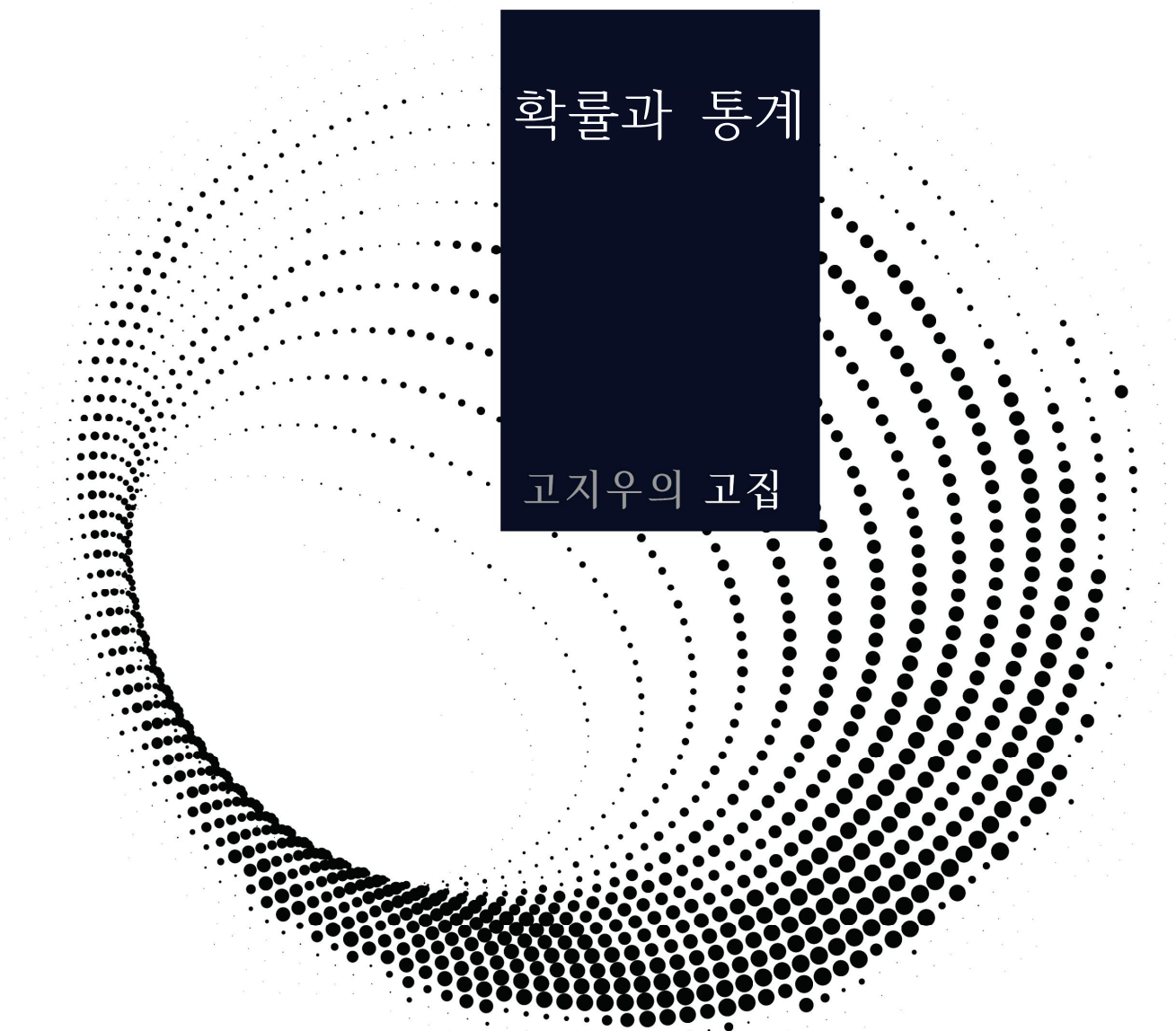


01

확률과 통계

고지우의 고집



01

확률과통계

Theme 원순열

고지우의 고집

개념정리

1. 문제

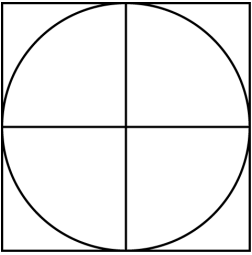
다음 좌석표에서 2행 2열 좌석을 제외한 8개의 좌석에 여학생 4명과 남학생 4명을 1명씩 임의로 배정할 때, 적어도 2명의 남학생이 서로 이웃하게 배정될 확률은 p 이다. $70p$ 의 값을 구하시오. (단, 2명이 같은 행의 바로 옆이나 같은 열의 바로 앞뒤에 있을 때 이웃한 것으로 본다.)

	1열	2열	3열
1행			
2행		X	
3행			



2. 문제

정사각형에 내접하는 원을 4등분하여 그림과 같은 도형을 만들었다. 도형의 한 영역에 한 가지 색만 사용하여, 8개의 영역에 서로 다른 8가지 색을 모두 칠하는 방법의 수는? (단, 회전에 의하여 겹쳐지는 것들은 같은 것으로 한다.)



① $\frac{8!}{5}$

② $\frac{8!}{4}$

③ $\frac{8!}{3}$

④ $\frac{8!}{2}$

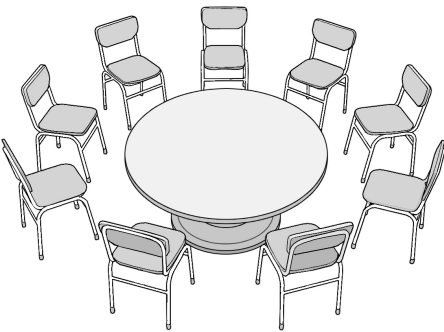
⑤ $8!$



3. 문제

여학생 3명과 남학생 6명이 원탁에 같은 간격으로 둘러앉으려고 한다. 각각의 여학생 사이에는 1명 이상의 남학생이 앉고 각각의 여학생 사이에 앉은 남학생의 수는 모두 다르다. 9명의 학생이 모두 앉는 경우의 수가 $n \times 6!$ 일 때, 자연수 n 의 값은? (단, 회전하여 일치하는 것들은 같은 것으로 본다.)

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

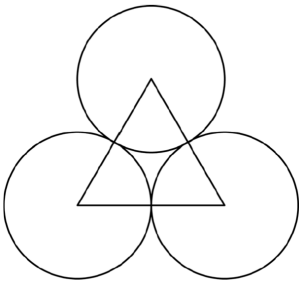




4. 문제

그림과 같이 서로 접하고 크기가 같은 원 3 개와 이 세원의 중심을 꼭짓점으로 하는 정삼각형이 있다. 원의 내부 또는 정삼각형의 내부에 만들어지는 7 개의 영역에 서로 다른 7 가지 색을 모두 사용하여 칠하려고 한다. 한 영역에 한 가지 색만을 칠할 때, 색칠한 결과로 나올 수 있는 경우의 수는?

(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)



① 1260

② 1680

③ 2520

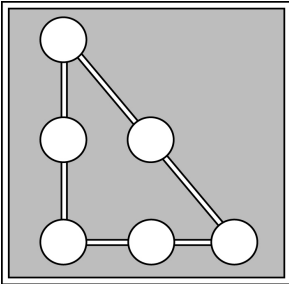
④ 3760

⑤ 5040

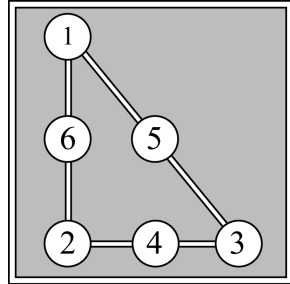


5. 문제

<그림1>과 같이 사각형 모양의 판에 6개의 원이 삼각형 모양으로 그려져 있다. 각 원 안에 1부터 6까지의 자연수를 각각 하나씩 적어 삼각형의 각 변에 있는 세 원 안에 적힌 수의 합이 모두 같게 하려고 한다. 예를 들어 <그림2>와 같이 적으면 삼각형의 각 변에 있는 수의 합이 모두 같다.



<그림1>



<그림2>

이와 같이 <그림1>의 원 안에 수를 적는 방법의 수를 구하시오.



1. 문제

집합 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 서로소인 두 부분집합 A, B 의 순서쌍 (A, B) 의 개수는?

- ① 729 ② 720 ③ 243 ④ 64 ⑤ 36



2. 문제

집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 가 있다. A 의 부분집합 중에서 임의로 서로 다른 두 집합을 택하였을 때, 한 집합이 다른 집합의 부분집합이 될 확률은?

- ① $\frac{7}{12}$ ② $\frac{8}{15}$ ③ $\frac{11}{20}$ ④ $\frac{13}{24}$ ⑤ $\frac{15}{28}$



3. 문제

전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합 A, B 가 다음 조건을 모두 만족할 때, 순서쌍 (A, B) 의 개수는?

ㄱ) $1 \notin A \cap B$

ㄴ) 집합 $A - B$ 의 원소의 개수는 2개이다.

① 864

② 891

③ 918

④ 945

⑤ 972



1. 문제

다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는?

(가) $a + b + c = 6$

(나) 좌표평면에서 세 점 $(1, a), (2, b), (3, c)$ 가 직선 위에 있지 않다.

① 19

② 20

③ 21

④ 22

⑤ 23

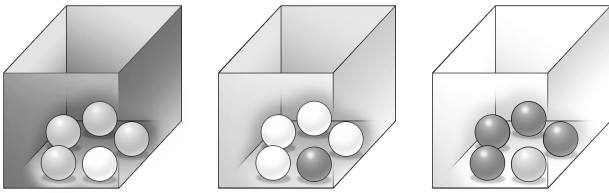


2. 문제

빨간 공, 파란 공, 노란 공이 각각 5개씩 있다. 이 15개의 공만을 사용하여 빨간 상자, 파란 상자, 노란 상자에 상자의 색과 다른 색의 공을 5개씩 담으려고 한다. 공을 담는 경우의 수는?

(단, 같은 색의 공은 서로 구별하지 않는다.)

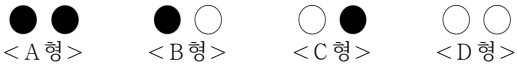
- ① 6 ② 12 ③ 18 ④ 24 ⑤ 30





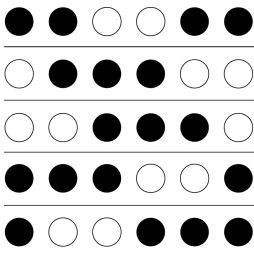
3. 문제

검은 바둑돌 ●과 흰 바둑돌 ○을 일렬로 나열하였을 때 이웃한 두 개의 바둑돌의 색이 나타날 수 있는 유형은



으로 4가지이다.

예를 들어, 6개의 바둑돌을 <A형> 2번, <B형> 1번, <C형> 1번, <D형> 1번 나타나도록 일렬로 나열하는 모든 경우의 수는 아래와 같이 5이다.



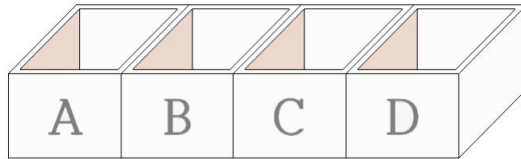
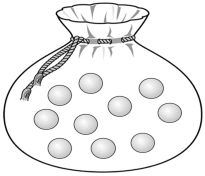
10개의 바둑돌을 <A형> 4번, <B형> 2번, <C형> 2번, <D형> 1번 나타나도록 일렬로 나열하는 모든 경우의 수는?
(단, 검은 바둑돌과 흰 바둑돌은 각각 10개 이상씩 있다.)

- ① 35 ② 40 ③ 45 ④ 50 ⑤ 55



4. 문제

그림과 같이 10개의 공이 들어 있는 주머니와 일렬로 나열된 네 상자 A, B, C, D가 있다. 이 주머니에서 2개의 공을 동시에 꺼내어 이웃한 두 상자에 각각 한 개씩 넣는 시행을 5회 반복할 때, 네 상자 A, B, C, D에 들어 있는 공의 개수를 각각 a, b, c, d 라 하자. a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는? (단, 상자에 넣은 공은 다시 꺼내지 않는다.)



① 21

② 22

③ 23

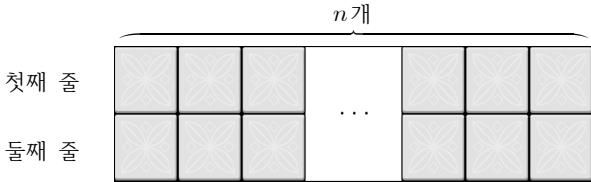
④ 24

⑤ 25

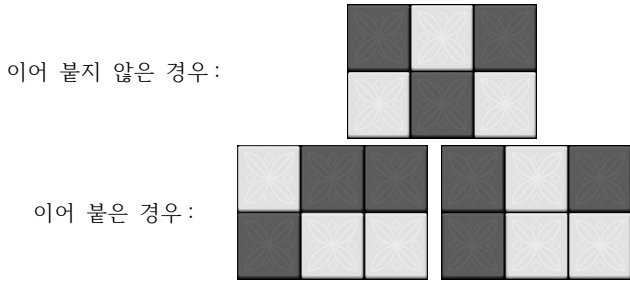


5. 문제

그림과 같이 가로로 n 개, 세로로 2개씩 총 $2n$ 개의 크기가 같은 정사각형 모양의 타일을 이어 붙인다.



이 타일 중에서 3개를 골라 검은색으로 칠하되, 검은색으로 칠한 타일이 서로 이어 붙지 않게 하려고 한다. 다음은 검은색으로 칠한 타일이 이어 붙지 않은 경우와 이어 붙은 경우의 한 예이다.



다음은 $n \geq 6$ 일 때, 검은색으로 칠할 타일 3개를 고르는 경우의 수 $S(n)$ 을 구하는 과정이다.

첫째 줄에 있는 타일 중 검은색으로 칠할 타일의 개수를 $k(k=0, 1, 2, 3)$ 이라 하면

(i) $k=0$ 일 때 둘째 줄에 있는 n 개의 타일 중에서 검은색으로 칠할 타일 3개를 고르는 경우의 수는 $\boxed{(가)}$ 이다.

(ii) $k=1$ 일 때 둘째 줄에 있는 n 개의 타일 중에서 검은색으로 칠할 타일 2개를 고르는 경우의 수는 ${}_3H_{n-3}$ 이고, 첫째 줄에서 검은색으로 칠할 타일 1개를 고르는 경우의 수는 $\boxed{(나)}$ 이므로, 검은색으로 칠할 타일 3개를 고르는 경우의 수는 ${}_3H_{n-3} \times \boxed{(나)}$ 이다.

(iii) $k=2$ 일 때 (ii)와 같은 방법으로 구할 수 있다.

(iv) $k=3$ 일 때 (i)과 같은 방법으로 구할 수 있다.

따라서 $S(n) = \frac{2(n-2)(2n^2-8n+9)}{3}$ 이다.

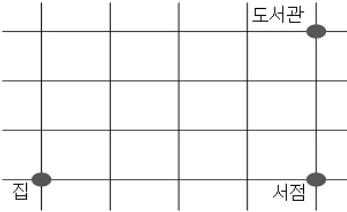
위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 할 때, $f(10)+g(8)$ 의 값은?

- ① 60
- ② 61
- ③ 62
- ④ 63
- ⑤ 64

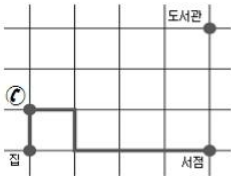


1. 문제

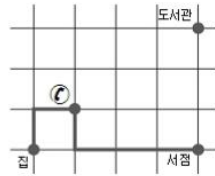
그림과 같이 이웃한 두 교차로 사이의 거리가 모두 같은 도로망이 있다.



철수가 집에서 도로를 따라 최단거리로 약속장소인 도서관으로 가다가 어떤 교차로에서 약속장소가 서점으로 바뀌었다는 연락을 받고 곧바로 도로를 따라 최단거리로 서점으로 갔다. 집에서 서점까지 지나 온 길이 같은 경우 하나의 경로로 간주한다. 예를 들어, [그림1]과 [그림2]는 연락받은 위치는 다르나, 같은 경로이다.



[그림1]



[그림2]

철수가 집에서 서점까지 갈 수 있는 모든 경로의 수를 구하시오.

(단, 철수가 도서관에 도착한 후에 서점으로 가는 경우도 포함한다.)



2. 문제

세 수 0, 1, 2 중에서 중복을 허락하여 다섯 개의 수를 택해 다음 조건을 만족시키도록 일렬로 배열하여 자연수를 만든다.

- (가) 다섯 자리의 자연수가 되도록 배열한다.
 (나) 1끼리는 서로 이웃하지 않도록 배열한다.

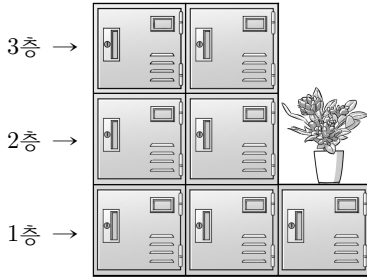
예를 들어 20200, 12201은 조건을 만족시키는 자연수이고 11020은 조건을 만족시키지 않는 자연수이다. 만들 수 있는 모든 자연수의 개수는?

- ① 88 ② 92 ③ 96 ④ 100 ⑤ 104



3. 문제

그림과 같은 7개의 사물함 중 5개의 사물함을 남학생 3명과 여학생 2명에게 각각 1개씩 배정하려고 한다. 같은 층에서는 남학생의 사물함과 여학생의 사물함이 서로 이웃하지 않는다. 사물함을 배정하는 모든 경우의 수를 구하시오.





4. 문제

다음은 n 명의 사람이 각자 세 상자 A, B, C 중 2 개의 상자를 선택하여 각 상자에 공을 하나씩 넣을 때, 세 상자에 서로 다른 개수의 공이 들어가는 경우의 수를 구하는 과정이다. (단, n 은 6 의 배수인 자연수이고 공은 구별하지 않는다.)

세 상자에 서로 다른 개수의 공이 들어가는 경우는 '(i) 세 상자에 공이 들어가는 모든 경우'에서 '(ii) 세 상자에 모두 같은 개수의 공이 들어가는 경우'와 '(iii) 세 상자 중 두 상자에만 같은 개수의 공이 들어가는 경우'를 제외하면 된다.

(i)의 경우 :

n 명의 사람이 각자 세 상자 중 공을 넣을 두 상자를 선택하는 경우의 수는 n 명의 사람이 각자 공을 넣지 않을 한 상자를 선택하는 경우의 수와 같다. 따라서 세 상자에서 중복을 허락하여 n 개의 상자를 선택하는 경우의 수인 $\boxed{\text{(가)}}$ 이다.

(ii)의 경우 :

각 상자에 $\frac{2n}{3}$ 개의 공이 들어가는 경우뿐이므로 경우의 수는 1 이다.

(iii)의 경우 :

두 상자 A, B 에 같은 개수의 공이 들어가면 상자 C 에는 최대 n 개의 공을 넣을 수 있으므로 두 상자 A, B 에 각각 $\frac{n}{2}$ 개보다 작은 개수의 공이 들어갈 수 없다. 따라서 두 상자 A, B 에 같은 개수의 공이 들어가는 경우의 수는 $\boxed{\text{(나)}}$ 이다. 그러므로 세 상자 중 두 상자에만 같은 개수의 공이 들어가는 경우의 수는 ${}_3C_2 \times (\boxed{\text{(나)}} - 1)$ 이다.

따라서 세 상자에 서로 다른 개수의 공이 들어가는 경우의 수는 $\boxed{\text{(다)}}$ 이다.

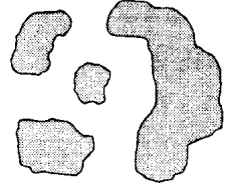
위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n), h(n)$ 이라 할 때, $\frac{f(30)}{g(30)} + h(30)$ 의 값은?

- ① 481 ② 491 ③ 501 ④ 511 ⑤ 521



5. 문제

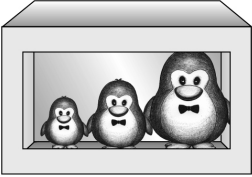
오른쪽 그림과 같이 4개의 섬이 있다. 3개의 다리를 건설하여 4개의 섬 모두를 연결하는 방법의 수를 구하시오.



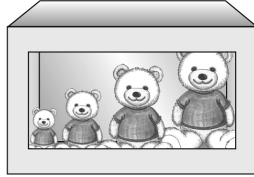


6. 문제

19) 그림과 같이 크기가 서로 다른 3개의 펭귄 인형과 4개의 곰 인형이 두 상자 A, B에 왼쪽부터 크기가 작은 것에서 큰 것 순으로 담겨져 있다.



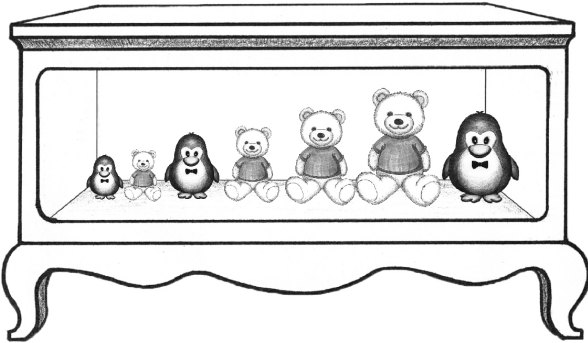
상자 A



상자 B

다음 조건을 만족시키도록 상자 A, B의 모든 인형을 일렬로 진열하는 경우의 수를 구하시오.

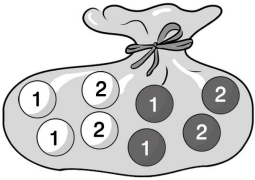
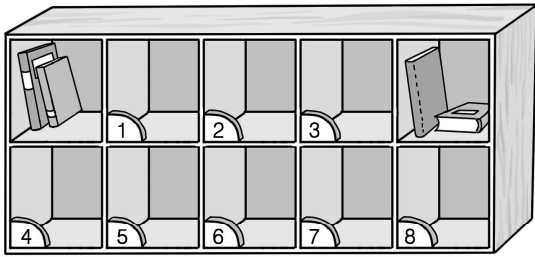
- (가) 같은 상자에 담겨있는 인형은 왼쪽부터 크기가 작은 것에서 큰 것 순으로 진열한다.
 (나) 상자 A의 왼쪽에서 두 번째 펭귄 인형은 상자 B의 왼쪽에서 두 번째 곰 인형보다 왼쪽에 진열한다.





7. 문제

그림과 같이 주머니에 숫자 1이 적힌 흰 공과 검은 공이 각각 2개, 숫자 2가 적힌 흰 공과 검은 공이 각각 2개가 들어 있고, 비어 있는 8개의 칸에 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 진열장이 있다.



숫자가 적힌 8개의 칸에 주머니 안의 공을 한 칸에 한 개씩 모두 넣을 때, 숫자 4, 5, 6이 적힌 칸에 넣는 세 개의 공이 적힌 수의 합이 5이고 모두 같은 색이 되도록 하는 경우의 수를 구하시오.
(단, 모든 공은 크기와 모양이 같다.)

