제 2 교시

2018학년도 KUME(쿠메) 수능 직전 모의평가

수학 영역(가형)

성명	

수험번호						-				

○ 자신이 선택한 유형('가'형/'나'형)의 문제지인지 확인하시오.

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

어둠을 두려워할 필요가 없잖아요

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점, 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

2018학년도 KUME(쿠메) 수능 직전 모의평가

시행 : 2017년 11월 11일 오후 9시

집필 : 고려대학교 수학교육과 소모임 KUME(쿠메)팀

김도현 김수희 서대영 신지영 양현빈 양우석 유열 정지윤 채종현

검토 : (고려대학교 수학교육과) 김정문 심재운 이경민

본 모의평가에 대한 저작권은 고려대학교 수학교육과 소모임 KUME(쿠메)팀에게 있으며

저작권자의 허락 없이 전부 또는 일부를 영리적 목적으로 사용하거나 2차적 저작물 작성

등으로 이용하는 일체의 행위는 정보통신망 이용촉진 및 정보보호, 저작권 관련 법률에 따라 금지되어 있습니다.

문의사항은 count_luv@naver.com으로 보내주시기 바랍니다.

제 2 교시

수학 영역(가 형)

5지선다형

1. 두 벡터 $\vec{a}=(1,2)$, $\vec{b}=(-3,1)$에 대하여 벡터 $\vec{a}+\vec{b}$의 모든 성분의 합은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\int_0^1 \frac{1}{(x+1)^2}dx$의 값은? [2점]

① $\frac{5}{6}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

3. 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(100, \frac{1}{5}\right)$을 따를 때, $\mathrm{V}(X)$의 값은? [2점]

① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

4. $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$인 실수 α에 대하여 $\sin\alpha=\frac{3}{5}$일 때, $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$의 값은? [3점]

① $-\frac{4}{5}$ ② $-\frac{3}{5}$ ③ $-\frac{2}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

이 문제지에 관한 저작권은 KUME(쿠메)팀에게 있습니다.

5. 서로 독립인 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{2},\quad \mathrm{P}(A\cap B^C)=\frac{1}{3}$$

일 때, $\mathrm{P}(A\cup B)$의 값은? (단, B^C은 B의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{7}{12}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{11}{12}$

6. 좌표공간에서 두 직선

$$x=\frac{y-1}{2}=\frac{z-2}{3},\quad \frac{x+2}{3}=\frac{y+1}{2}=z$$

이 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\cos\theta$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{3}{7}$ ④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

7. 검은 공 2개, 흰 공 3개가 들어 있는 주머니에서 2개의 공을 동시에 꺼낸다. 꺼낸 2개의 공 중 적어도 한 공이 흰 공일 때, 두 공이 모두 흰 공일 확률은? [3점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{5}{9}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{7}{9}$

이 문제지에 관한 저작권은 KUME(쿠메)팀에게 있습니다.

8. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 $e^x f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 하자.

$$F(x)=e^x f(x)+e^{2x}$$

을 만족시키고 $f(1)=0$일 때, $f(0)$의 값은? [3점]

① $2e+2$ ② $2e+1$ ③ $2e$ ④ $2e-1$ ⑤ $2e-2$

9. 타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{5}=1$의 두 초점은 $\mathrm{F}(2,0)$, $\mathrm{F}'(-2,0)$이고 타원 위에 점 A가 있다. 점 A를 중심으로 하고 점 F를 지나는 원의 반지름의 길이가 2일 때, 원 위의 점 Q에 대하여 $\overline{\mathrm{QF}'}$의 최솟값은? [3점]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

10. 확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$을 따르고,

$$\mathrm{P}(X\geq 13)+\mathrm{P}(X\geq 7)=1,$$

$$\mathrm{P}(X\geq 12)+\mathrm{P}(X\geq 10)=0.6587$$

일 때, $m+\sigma$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, $\sigma>0$) [3점]

z	$\mathrm{P}(0\leq Z\leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

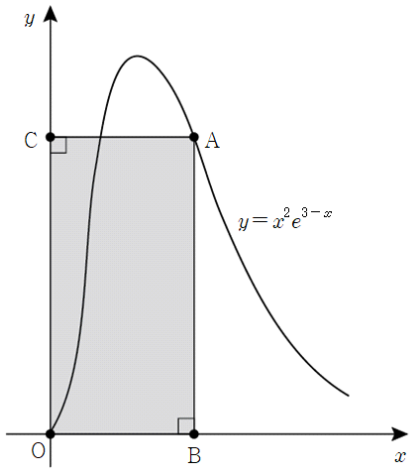
이 문제지에 관한 저작권은 KUME(쿠메)팀에게 있습니다.

11. 두 함수 $f(x)=x^3-3x^2$, $g(x)=\sin x+a$가 있다. 함수 $h(x)=(f\circ g)(x)$에 대하여 $h'(0)=-3$일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. 좌표평면에서 곡선 $y=x^2e^{3-x}$ $(x>0)$ 위의 점 A에서 x축, y축에 내린 수선의 발을 각각 B, C라 하자. 원점 O에 대하여 사각형 OBAC의 넓이의 최댓값은? [3점]

① e^2 ② $8e$ ③ 27 ④ $\frac{64}{e}$ ⑤ $\frac{125}{e^2}$



이 문제지에 관한 저작권은 KUME(쿠메)팀에게 있습니다.

13. 평면 α 위에 한 변의 길이가 4 인 정삼각형 ABC 가 있고, 점 D 에서 평면 α 에 내린 수선의 발은 A 이다. 직선 BC 위를 움직이는 점 E 에 대하여 $\overline{\mathrm{DE}}$ 의 최솟값이 $4\sqrt{2}$ 일 때, $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 값은? [3점]

① $\sqrt{14}$ ② 4 ③ $3\sqrt{2}$ ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{22}$

14. 서로 다른 종류의 사탕 5 개와 같은 종류의 접시 3 개가 있다. 빈 접시가 없도록 사탕을 접시에 나누어 담는 경우의 수는? [4점]

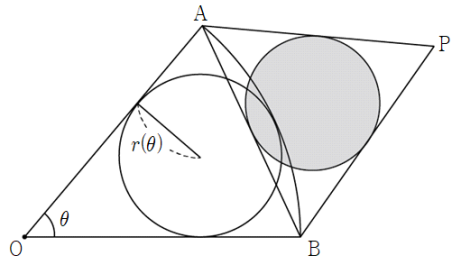
① 20 ② 25 ③ 30 ④ 35 ⑤ 40

이 문제지에 관한 저작권은 KUME(쿠메)팀에게 있습니다.

15. 길이가 4인 선분 OA에 대하여 점 O를 중심으로 하고 반지름의 길이가 3인 원 위에 두 점 B, P가 있다. 두 벡터 $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$가 서로 수직일 때, 두 벡터 $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$의 내적 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$의 최댓값은? (단, 네 점 A, B, O, P는 한 평면에 있다.) [4점]

① 8 ② 12 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24

16. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 θ $(0<\theta<\pi)$인 부채꼴 OAB에 내접하는 원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$라 하자. 점 P를 삼각형 ABP가 정삼각형이 되도록 잡고, 삼각형 ABP에 내접하는 원의 넓이를 $S(\theta)$라 할 때, $\lim_{\theta\to0+}\frac{S(\theta)}{\theta\times r(\theta)}$의 값은? [4점]



① $\frac{\pi}{12}$ ② $\frac{\pi}{8}$ ③ $\frac{\pi}{6}$ ④ $\frac{\pi}{3}$ ⑤ $\frac{\pi}{2}$

이 문제지에 관한 저작권은 KUME(쿠메)팀에게 있습니다.

17. 지윤이가 -3 이상이고 3 이하인 서로 다른 정수 3개를 임의로 고를 때, 이 정수 3개를 원소로 갖는 집합을 X라 하자. 예를 들어, 0, 1, 2를 고르면 $X=\{0,\ 1,\ 2\}$이다. 집합 $Q=\{x+y \mid x\in X,\ y\in X\}$에 대하여 집합 Q의 원소의 개수가 5일 확률은? [4점]

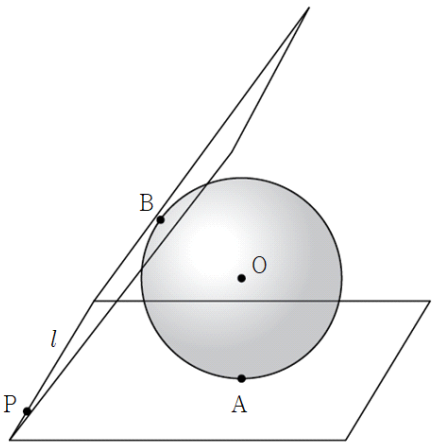
① $\frac{3}{35}$ ② $\frac{1}{7}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{9}{35}$ ⑤ $\frac{11}{35}$

18. 중심이 O이고 반지름의 길이가 2인 구 S에 대하여 두 평면 α, β는 구 S와 각각 점 A, B에서 접하고 $\angle \mathrm{AOB} > \frac{\pi}{2}$이다. 두 평면 α, β의 교선을 l라 할 때, l 위에 있는 점 P와 두 평면 α, β가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 두 평면 α, β가 이루는 예각의 크기는 $\frac{\pi}{3}$이다.
(나) 교선 l과 직선 BP가 이루는 예각의 크기는 $\frac{\pi}{4}$이다.

평면 ABP와 평면 α가 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\tan\theta$의 값은? [4점]

① 2 ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{6}$ ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{2}$



이 문제지에 관한 저작권은 KUME(쿠메)팀에게 있습니다.

19. 양의 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 양수 x에 대하여

$$f(x^2)=4f(x),\quad f(x)-f\left(\frac{x}{e}\right)=2\ln x-1$$

을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $2\int_1^e \frac{f(x^2)}{x}dx=\int_1^{e^2}\frac{f(x)}{x}dx$

ㄴ. $7\int_1^e \frac{f(x)}{x}dx=\int_e^{e^2}\frac{f(x)}{x}dx$

ㄷ. $\int_1^e \frac{f(x)}{x}dx=\frac{1}{3}$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 1부터 n까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 n장의 카드가 있다. 이 카드 중에서 임의로 1장의 카드를 선택할 때, 카드에 적혀있는 숫자를 3으로 나눈 나머지를 확률변수 X라 하자. 다음은 $\mathrm{E}(X)>1$을 만족시킬 때, $\mathrm{V}(X)$를 구하는 과정이다. (단, n은 자연수이다.)

카드에 적혀있는 숫자를 3으로 나눈 나머지는 0, 1, 2만 가능하므로 확률변수 X는 $X=0,\ 1,\ 2$의 값을 가질 수 있다. 이때 $n=3l$, $n=3l-1$, $n=3l-2$ (l은 자연수) 꼴로 나타나는 경우로 나눌 수 있다.

(i) $n=3l$ 꼴로 나타나는 경우

$$\mathrm{P}(X=i)=\frac{1}{3}\ (i=0,\ 1,\ 2)$$

이므로 확률변수 X의 평균은

$$\mathrm{E}(X)=1$$

이다. 따라서 $\mathrm{E}(X)>1$을 만족시키지 않는다.

(ii) $n=3l-2$ 꼴로 나타나는 경우

$$\mathrm{P}(X=0)=\mathrm{P}(X=2)=\frac{\boxed{(가)}-1}{3l-2},\ \mathrm{P}(X=1)=\frac{\boxed{(가)}}{3l-2}$$

이므로 확률변수 X의 평균은

$$\mathrm{E}(X)=\boxed{(나)}$$

이다. 따라서 $\mathrm{E}(X)>1$을 만족시키지 않는다.

(iii) $n=3l-1$ 꼴로 나타나는 경우

$\mathrm{P}(X=0)$, $\mathrm{P}(X=1)$, $\mathrm{P}(X=2)$를 구하면 두 확률변수 X, X^2의 평균 $\mathrm{E}(X)$, $\mathrm{E}(X^2)$은

$$\mathrm{E}(X)=\sum_{i=0}^{2}\{i\times\mathrm{P}(X=i)\}$$

$$\mathrm{E}(X^2)=\sum_{i=0}^{2}\{i^2\times\mathrm{P}(X=i)\}$$

이다. 이 경우의 모든 자연수 l에 대하여 $\mathrm{E}(X)>1$을 만족시킨다.

이때 확률변수 X의 분산을 n에 대한 식으로 나타내면

$$\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2=\boxed{(다)}$$

이다.

(가), (다)에 알맞은 식을 $f(l)$, $g(n)$이라 하고, (나)에 알맞은 수를 a라 할 때, $a\times f(25)\times g(5)$의 값은? [4점]

① 7 ② 14 ③ 21 ④ 28 ⑤ 35

이 문제지에 관한 저작권은 KUME(쿠메)팀에게 있습니다.

21. 함수 $f(x)=2\pi x-\sin(2\pi x)$와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$가 있다. 정의역이 $\{x \mid |x|<n\}$인 함수 $(g \circ f)(x)$에 대하여 역함수가 존재하고, 그 역함수를 $h(x)$라 하자. 함수 $h(x)$가 $x=g(f(a))$ $(|a|<n)$에서 미분가능하지 않도록 하는 실수 a의 개수가 18이고, 실수 a의 값의 합이 $\frac{13}{2}$일 때, $g'(n\pi)$의 값은? (단, n은 자연수이다.) [4점]

① $32\pi^2$ ② $40\pi^2$ ③ $48\pi^2$ ④ $56\pi^2$ ⑤ $64\pi^2$

단답형

22. 함수 $f(x)=3\ln(x+1)$에 대하여 $f'(0)$의 값을 구하시오. [3점]

23. ${}_6\mathrm{P}_2-{}_6\mathrm{C}_2$의 값을 구하시오. [3점]

이 문제지에 관한 저작권은 KUME(쿠메)팀에게 있습니다.

24. 함수 $f(x)=4^x$ 에 대하여

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(2+2h)-a}{h}=b\ln 2$$

일 때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 좌표공간에서 두 점 $\mathrm{A}(1,\ -2,\ 3)$, $\mathrm{B}(1,\ 1,\ 0)$ 에 대하여 $|\overrightarrow{\mathrm{PA}}+2\overrightarrow{\mathrm{PB}}|$ 의 값이 최소가 되도록 하는 점 P 의 좌표가 $(a,\ b,\ c)$ 일 때, $a^2+b^2+c^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 좌표평면에서 두 곡선 $y=\log_a x$, $y=\log_b x$ $(a>b>1)$ 이 직선 $y=1$ 과 만나는 점을 각각 A, B 라 할 때, 점 A 를 지나고 x 축에 수직인 직선이 곡선 $y=\log_b x$ 와 만나는 점을 C 라 하자. 직선 BC 의 기울기가 $\frac{1}{2}$ 이고 $\overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{5}$ 일 때, a^2+b^2 의 값을 구하시오. [4점]

이 문제지에 관한 저작권은 KUME(쿠메)팀에게 있습니다.

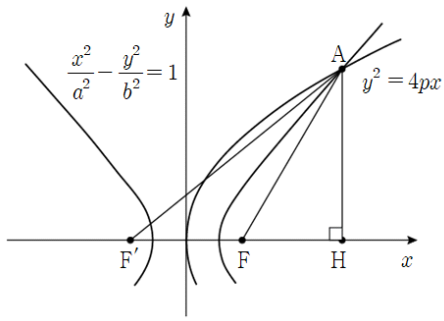
27. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c,\ d)$의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $(a+b+c)^2-d^2=64$
(나) $2a \le 3d$

28. 두 초점이 F, F′인 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$과 초점이 F인 포물선 $y^2=4px$ $(p>0)$가 만나는 한 점을 A라 하고, 점 A에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 할 때,

$$\overline{\mathrm{AF}}+\overline{\mathrm{HF}}=20,\quad \overline{\mathrm{AF'}}-\overline{\mathrm{HF'}}=4$$

를 만족시킨다. b^2의 값을 구하시오. [4점]



이 문제지에 관한 저작권은 KUME(쿠메)팀에게 있습니다.

29. 좌표공간에 점 $\mathrm{A}(0,\ 0,\ 2)$를 중심으로 하고 원점 O를 지나는 구 위에 점 P가 있고, 두 점 P, Q가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\overrightarrow{\mathrm{AP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AQ}} = 12$
> (나) 삼각형 APQ의 넓이는 $6\sqrt{3}$이다.
> (다) $\overrightarrow{\mathrm{AP}} \cdot (\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{PQ}}) \le 8$

점 $\mathrm{R}\left(\frac{2}{3},\ \frac{1}{2},\ 2\right)$에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{OR}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OQ}}$의 최댓값과 최솟값의 합은 $a+b\sqrt{3}$이다. $b-a$의 값을 구하시오. (단, a, b는 정수이다.) [4점]

30. 사차함수 $f(x)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$xg(x) = \{f(x) - x^4 + 2\}e^x$$

을 만족시킨다. 실수 k에 대하여 함수 $\int_0^x g(t)dt - g(k)x$가 극대 또는 극소가 되는 x의 개수를 $h(k)$라 할 때, 두 함수 $g(x)$, $h(k)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $g(x)$가 극대가 되는 x의 개수와 극소가 되는 x의 개수는 같다.
> (나) 함수 $h(k)$가 <u>$k=a$에서 불연속</u>이 되는 실수 a의 값은 3개 존재하고, 그 중 최솟값은 -2이다.
> (다) $f'\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{e}{4} \times g(-1)$

$f(3)$의 값을 구하시오. [4점]

이 문제지에 관한 저작권은 KUME(쿠메)팀에게 있습니다.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.