



01. [이해원모의고사 “가형” 1회 30번 변형]

$f(0) = \frac{3}{5}, f(\frac{3}{5}) = \frac{3}{5}$ 이고, 최고차항의 계수가 정수 a 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여,

함수 $g(x) = f(f(x))$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 0을 포함하지 않고, $\frac{3}{5}$ 을 포함하는 어떤 열린구간에서, $f(x) \leq \frac{3}{5}$ 이다.

(나) $0 < x < \frac{3}{5}$ 인 어떤 실수 x 에 대하여, $g(x) \leq f(x)$ 이다.

정수 a 가 최대일 때, $f(1)$ 의 값을 구하면 $-\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. [4점]

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수)



02. [박주혁t]

실수 a 와 함수 $f(x) = x^2 + bx - c$ ($c > 0$ 인 상수)에 대하여, 함수 $g(x)$ 를 $g(x) = \int_a^x f(t)dt$ 라 하자.

이 때, $g'(x) = g'(-x)$ 이다.

또한, 함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 x 축과 만나는 서로 다른 점의 개수가 2가 되도록 하는 모든 a 의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열하면 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ (m 은 자연수)이다. $a = \alpha_1$ 일 때, 함수 $g(x)$ 와 상수 k 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$ 는 $x = 1$ 에서 극솟값을 갖는다.

(나) $\int_{\alpha_1}^{\alpha_m} g(x)dx = k\alpha_m \int_0^1 |f(x)|dx$

$mk + c$ 의 값을 구하시오. [4점]



03. [고2 교육청 기출]

실수 t 에 대하여 정의역이 $\{x \mid 8 \leq x \leq 10\}$ 인 함수

$$f(x) = x^2 - 18x + 2|x - t| + 80$$

의 최솟값을 $g(t)$ 라 하자. 함수 $h(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1 + \{g(t)\}^{2n}}$ 이라 할 때, 함수 $h(t)$ 가 $t = a$ 에서 불연속이 되는 모든 실수 a 의 값의 합을 구하시오. [4점]



04. [고2 교육청 기출]

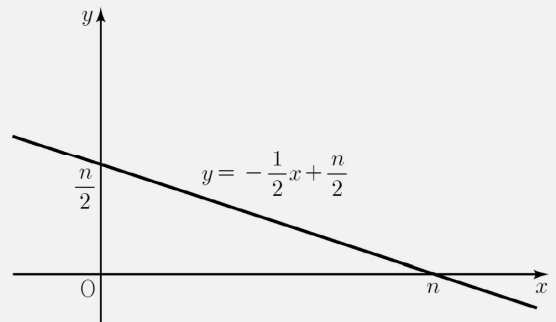
좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 연립부등식

$$x \geq 0, y \geq 0, y \leq -\frac{1}{2}x + \frac{n}{2}$$

의 영역의 점 중에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점의

개수를 a_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{20} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 945 ② 946 ③ 947 ④ 948 ⑤ 949





05. [고2 교육청 기출]

좌표평면에서 반지름의 길이가 t 인 원 $x^2 + y^2 = t^2$ 의 내부에 포함되고 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점의 개수를 $f(t)$ 라 하자. 예를 들어, $f(1) = 1$ 이고 $f(\sqrt{2}) = 5$ 이다. $0 < t < 6$ 인 실수 t 에 대하여 함수 $f(t)$ 가 불연속이 되는 t 의 개수는? [4점]

- ① 15 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23



06. [박주혁]

자연수 n 에 대하여 좌표평면 위에 네 점

$A(1,1), B_n(n+1,1), C_n(n+1,n+1), D_n(1,n+1)$ 을 연결한

정사각형 $AB_nC_nD_n$ 의 경계 및 내부를 포함하는 영역 D 가 있다.

함수 $f(x) = \sqrt{\frac{1}{a^2}(x-2)} + \frac{1}{2} (x \geq 2)$ 가 다음 조건을 만족한다.

(가) a 는 2 이상의 자연수이다.

(나) $f(x)$ 의 그래프는 영역 D 를 지난다.

이 때, 조건을 만족하는 a 의 개수를 $h(n)$ 이라 하자.

예를 들어, $h(3) = 1, h(4) = 2$ 이다. $\sum_{n=2}^{26} h(n)$ 의 값을 구하시오. [4점]

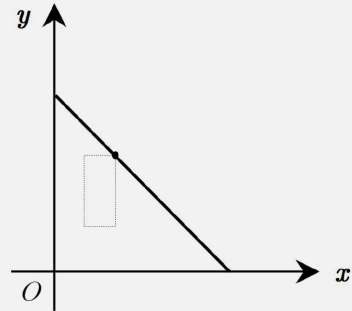
- ① 135 ② 147 ③ 154 ④ 168 ⑤ 172



07. [박주혁t]

2이상의 자연수 n 에 대하여, 높이와 밑변의 길이가 모두 n 인 직각 이등변 삼각형의 내부에 다음의 세 조건을 만족시키는 직사각형 (정사각형 포함을 그리자.

- (가) 직사각형의 한 꼭짓점은 직각이등변삼각형의 빗변 위에 있고, 꼭짓점의 좌표를 (a, b) 라 하면, a, b 는 모두 정수이다.
- (나) 직사각형의 네 변은 직각이등변삼각형의 높이 혹은 밑변에 평행하다.
- (다) 직사각형의 네 변의 길이는 자연수이다.



이와 같은 규칙에 따라 직각이등변삼각형의 내부에 그릴 수 있는 직사각형의 개수를 a_n 이라 하자. 예를 들어, $a_2 = 1, a_3 = 4$ 이다. 이 때, $f(k) = a_{2k+1} - a_{2k}$ 라 하면,

$f(3) + f(4) + \dots + f(7)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- ① 234 ② 263 ③ 284 ④ 295 ⑤ 302



08. [2017 9월 리듬농구 수학기형 변형]

실수 t 와 사차 이하의 다항함수 $f(x)$ 에 대하여,
미분가능한 함수 $g(x)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < 3) \\ \frac{1}{x-2} & (x \geq 3) \end{cases}$$

이 때, 방정식 $g(x) - g(t) = 0$ 를 만족시키는 x 의 개수를 $h(t)$ 라 하자. 두 함수 $f(x)$ 와 $h(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(0) = 0$, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^4} = h(\beta) - 2$, $f'(3) = -1$

(나) 집합 $S = \{ a \mid \text{함수 } h(t) \text{는 } t = a \text{에서 불연속이다.} \}$

(다) $S = \{ \alpha, 0, \beta \}$ (단, $\alpha < 0 < \beta$)

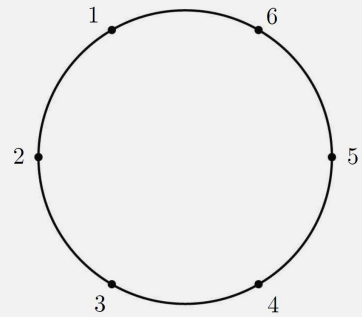
$3f(6)f'(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]



09. [영남권]

그림과 같이 원을 6등분한 각 점에 차례로 1부터 6까지의 번호를 붙였다. 이 점들 중에서 한 개의 주사위를 n 번 던져서 한 번 이상 나온 눈의 수가 붙은 점만 남기고 나머지 점은 모두 지울 때, 남아 있는 점 중에서 서로 다른 3개의 점을 연결하여 만들 수 있는 직각삼각형이 존재하지 않을 확률을 p_n 이라 하자.

$\sum_{n=1}^{\infty} p_n = \frac{b}{a}$ 일 때, 서로소인 두 자연수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, 남아 있는 서로 다른 점의 개수가 2 이하이면 만들 수 있는 직각삼각형은 존재하지 않는 것으로 한다.)

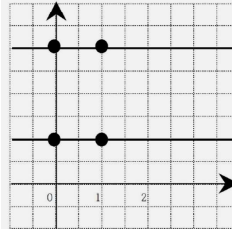




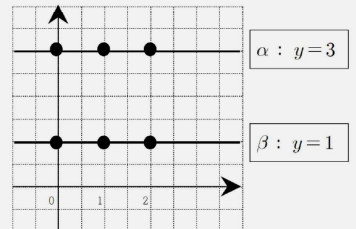
10. [박주혁t]

그림과 같이, 거리가 2인 평행한 두 직선 α, β 위에 그림처럼 간격이 1씩 떨어지도록 각각 n 개 씩의 점을 찍는다. 그리고 아래의 규칙에 따라서 사각형을 만들어 보자.

- (가) $2n$ 개의 점들 중, 직선 α 와 직선 β 에서 각각 2개씩 뽑아서 이 4개의 점으로 사각형을 만든다.
 (나) 이 때 만들어진 사각형의 넓이가 n 인 경우의 수를 $f(n)$ 이라 한다.



< $n=2$ 인 경우 >



< $n=3$ 인 경우 >

예를 들어, $f(2)=1, f(3)=4$ 이다. 이때, $\sum_{n=1}^{10} f(n)$ 의 값은? [4점]

- ① 396 ② 495 ③ 524 ④ 603 ⑤ 824



11. [경남교육청]

최고차항의 계수가 양수이고 $f(1) = 0$ 인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_1^x f(t) dt$$

라 할 때, 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(2) = -6$

(나) 방정식 $|g(x)| = -g(3)$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.

$g(-1)$ 의 값은? [4점]

- ① -68 ② -66 ③ -64 ④ -62 ⑤ -60



12. [박주형t]

좌표평면에서 유리함수 $f(x) = \left| \frac{36}{x-12} + 16 \right|$ 와 자연수 n 에 대하여, 다음의 집합이 정의된다.

$$A = \{(x, y) \mid (x-n)^2 + (y-f(n))^2 \leq k^2\}$$

$$B = \{(x, y) \mid y \leq f(x)\}$$

두 집합 모두 x, y 는 정수 조건이며, $k=3$ 일 때의 집합 $A \cap B$ 의 원소의 개수를 $p(n)$ 이라 하자. 예를 들어, $p(7) = 14$ 이다.

$k=3$ 일 때, $\sum_{n=6}^{11} p(n)$ 의 값은? [4점]

- ① 91 ② 92 ③ 93 ④ 94 ⑤ 95



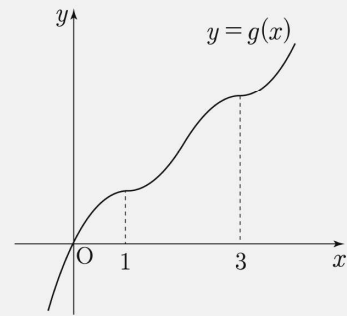
13. [리듬농구]

이차함수 $f(x)$ 는 $f(0) < 0$ 이고, 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_0^x |f(t)| dt$$

라 할 때, 함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

(단, $g'(1) = g'(3) = 0$)



<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. 방정식 $f(x) = 0$ 의 모든 실근의 합은 4이다.
- ㄴ. $\lim_{x \rightarrow \infty} \int_0^x f(t) dt = -\infty$
- ㄷ. 방정식 $\int_k^x f(t) dt = 0$ 의 실근의 개수가 2가 되도록 하는 실수 k 의 값의 합은 8이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



14. [리듬농구]

함수 $f(x)$ 는

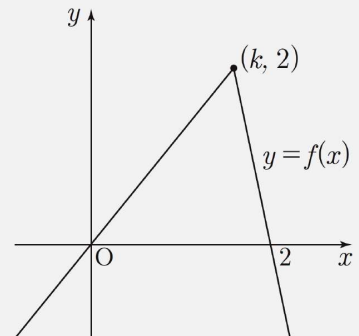
$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{k}x & (x \leq k) \\ \frac{2}{k-2}(x-2) & (x > k) \end{cases} \quad (0 < k < 2)$$

이고, 부등식

$$\left(\int_x^2 f(t) dt \right)^2 \leq \int_0^x f(t) dt$$

의 해가 $a \leq x \leq -\frac{4}{3}$, $b \leq x \leq c$ 일 때, $\frac{ab}{k}$ 의 값은? [4점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1





15. [리듬농구]

함수 $f(x) = x^2 - 3x$ 와 사차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $g(4)$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. $M - m$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) $3f(n) = g(n)$ ($n = 0, 2, 3$)

(나) 함수 $|g(x) - f(x)|$ 는 $x > 1$ 에서 미분가능하다.



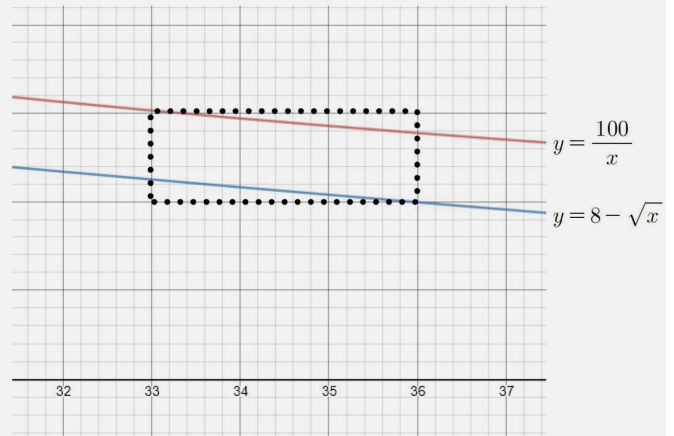
16. [리듬농구변형]

자연수 n 에 대하여, 좌표평면에서 다음 조건을 만족시키는 정사각형 중 두 함수 $y = \frac{100}{x}$, $y = n - \sqrt{x}$ 의 그래프가 모두 내부를 지나는 것의 개수를 $f(n)$ 이라 하자.

- (가) 꼭짓점의 x, y 좌표가 모두 자연수이다.
- (나) 한 변의 길이가 1이다.

아래의 그래프를 참고하면, $f(8) = 3$ 임을 알 수 있다.

이 때, $f(8) + f(9) + f(10)$ 의 값을 구하시오. [4점]





수학나형 정답표

01.	58	02.	9	03.	27	04.	①	05.	②	06.	①	07.	④	08.	48
09.	9	10.	②	11.	⑤	12.	④	13.	⑤	14.	④	15.	32	16.	68