

2018학년도 대학수학능력시험 실전모의고사 문제지

수 학 영 역 (가 형)

성명		수험번호					-			
----	--	------	--	--	--	--	---	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(가형/나형)의 문제지인지 확인하십시오.
 - 문제지의 해당란에 서명과 수험 번호를 정확히 쓰십시오.
 - 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.
- ○○○○○ ○○○○
- 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
 - 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
 - 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
 - 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

2교시

수학 영역(가형)

100분
100점

5지선다형

1. $\sin \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{3}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{\ln(2x+1)}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ 3

3. ${}_4C_1 + {}_4C_2 + {}_4C_3$ 의 값은? [2점]

- ① 4 ② 6 ③ 10 ④ 14 ⑤ 16

4. $\int_0^1 \sqrt{x^2 - x^4} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ 1 ⑤ 2

5. 곡선 $e^{3x} + \ln y = 1$ 위의 점 $(0, 1)$ 에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 7 ④ 10 ⑤ 15

7. 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 네 개를 택해 일렬로 나열하여 만든 네 자리의 자연수가 4의 배수인 경우의 수는? [3점]

- ① 105 ② 110 ③ 115 ④ 120 ⑤ 125

6. $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$ 에서 $\cos \theta = -\frac{1}{3}$ 일 때, $\sin 2\theta$ 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 7 ③ 6 ④ 5 ⑤ 4

8. 좌표공간에서 직선 $l: x-1=y=\frac{z-1}{a}$ 와 평면 $\alpha: 2x+by-z=3$ 은 서로 수직이다. $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수) [3점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

9. 좌표공간에서 두 점 $A(1, 3, 0), B(3, 5, 2)$ 와 직선 $x-2=y+1=2-z$ 위의 점 P 에 대하여 $|\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{BP}|$ 의 최솟값을 구하면? [3점]

- ① $2\sqrt{10}$ ② $2\sqrt{11}$ ③ $4\sqrt{3}$
 ④ $2\sqrt{13}$ ⑤ $2\sqrt{14}$

10. 좌표평면 위를 움직이는 점 P 의 시각 t 에서의 위치 (x, y) 가

$$x=e^t+e^{-t}, y=e^t-e^{-t}$$

일 때, $t=\ln 2$ 에서의 점 P 의 속력은? [3점]

- ① \sqrt{e} ② $\sqrt{5}$ ③ $\frac{\sqrt{34}}{2}$ ④ $2e$ ⑤ $2\sqrt{5}$

11. 그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{7} = 1$ 의 초점을 중심으로

하는 원 $(x - \sqrt{2})^2 + y^2 = 7$ 이 있다. 원 위의 점 A에서 그은 접선이 타원의 다른 초점을 지날 때 이 접선과 1사분면에서 만나는 타원 위의 점을 B라 하자. 삼각형 ABF'의 넓이를 S라고 할 때 $100S^2$ 값은? [3점]

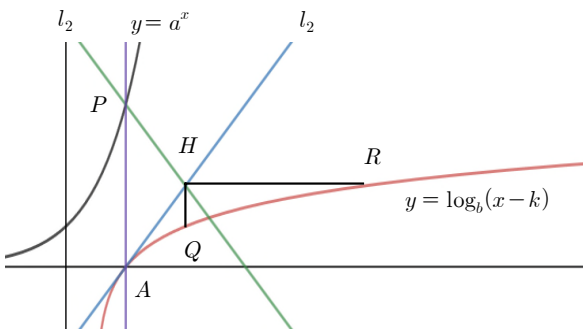
- ① 567 ② 576 ③ 600 ④ 626 ⑤ 647

12. 주머니 A에는 검은 공이 1개, 흰 공이 2개 들어있고 주머니 B에는 검은 공이 2개, 흰 공이 1개가 들어있다. 주사위 1개를 던져서 나온 눈의 수가 3의 배수이면 주머니 A에서 공 1개를 꺼내고 3의 배수가 아니면 주머니 B에서 공 2개를 꺼내는 시행을 한다. 검은 공이 1개가 나왔을 때 이 검은 공이 주머니 A에서 꺼낸 공일 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

13. $y = \log_b(x-k)$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 A 라 하고, 점 A 를 지나고 y 축에 평행인 직선이 $y = a^x$ 과 만나는 점을 P 라 하자. 점 A 를 지나고 기울기가 1인 직선 l_1 과 점 P 를 지나고 기울기가 -1 인 직선 l_2 가 만나는 점을 H 라 하면, $\overline{PH} = 2\sqrt{2}$ 이고, 점 H 에서 y 축에 평행한 직선을 그어서 $y = \log_b(x-k)$ 와 만나는 점을 Q , x 축에 평행한 직선을 그어 $y = \log_b(x-k)$ 와 만나는 점을 R 이라고 하면, $\overline{HQ} = 1$, R 점의 x 좌표는 10이다. 이때, $a+b+k$ 의 값은?

[3점]



- ① 4
- ② 6
- ③ 8
- ④ 10
- ⑤ 12

14. 흰 공과 검은 공이 2:1의 비율로 들어 있는 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때 흰 공이 1개, 검은 공이 2개 나올 확률이 $\frac{1}{5}$ 이다. 주머니 속에 들어 있는 공의 개수는?

[4점]

- ① 6
- ② 9
- ③ 12
- ④ 15
- ⑤ 18

15. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를 $g(x) = f(x)e^{-x}$ 라고 할 때 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g'(0) = 0$

(나) 임의의 실수 x_1, x_2 에 대하여

$$x_1 > x_2 \text{ 이면 } g(x_1) \leq g(x_2) \text{ 이다.}$$

$f(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

16. 이산확률변수 X ($1 \leq X \leq 5$)에 대하여

$$P(X=k) + P(X=6-k) = \frac{1}{a} \text{ 이 성립한다.}$$

$$E(X) = \frac{16}{5} \text{ 이다. } P(X=4) + P(X=5) \text{ 의 값은?}$$

(단, a 는 상수) [4점]

- ① $\frac{5}{16}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{7}{10}$ ⑤ $\frac{9}{10}$

17. 다음은 10개의 불량품을 포함한 30개의 당구공이 들어 있는 주머니에서 동시에 7개의 공을 꺼냈을 때 꺼낸 공에 포함된 불량품인 공의 개수를 X 라고 할 때, 확률변수 X 의 기댓값 $E(X)$ 를 구하는 과정이다.

확률변수 X 가 취할 수 있는 값은 $0 \leq X \leq 7$ 인 자연수이고

$$P(X=k) = \frac{{}_{10}C_k \times {}_{20}C_{<가>}}{{}_{30}C_7} \quad \text{이고}$$

$$E(X) = \sum_{k=0}^7 \{k \times P(X=k)\} \quad \text{이므로}$$

$$E(X) = \sum_{k=0}^7 k \frac{{}_{10}C_k \times {}_{20}C_{<가>}}{{}_{30}C_7}$$

그런데 $k \geq 1$ 이면 $k \cdot {}_n C_k = n \cdot {}_{n-1} C_{k-1}$ 이므로

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum_{k=1}^7 \frac{10 \cdot {}_9 C_{k-1} \cdot {}_{20} C_{<가>}}{{}_{30} C_7} \\ &= \frac{10}{{}_{30} C_7} \sum_{k=1}^7 {}_9 C_{k-1} \cdot {}_{20} C_{<가>} \end{aligned}$$

그런데 $r \leq a \leq n$ 일 때 ${}_n C_r = \sum_{k=0}^r {}_a C_k \cdot {}_{n-a} C_{r-k}$ 이므로

$$E(X) = \frac{10}{{}_{30} C_7} <나> C_6 = <다> \text{이다.}$$

<가>에 들어갈 식을 $f(k)$, <나>, <다>에 들어갈 수를 p, q 라고 할 때 $f(5) + p + 3q$ 의 값은? [4점]

- ① 25 ② 30 ③ 38 ④ 40 ⑤ 45

18. 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad f(0) = f(6) = 0$$

$$(나) \quad f'(x) = 0 \text{를 만족하는 } x \text{좌표는 } 1 \text{과 } 5 \text{뿐이다.}$$

$$(다) \quad f''(1) < 0, f''(5) > 0 \text{이다.}$$

집합 S 를 $S = \{n | f(n) < 0, n \text{은 자연수}\}$ 라고 할 때 $n(S)$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

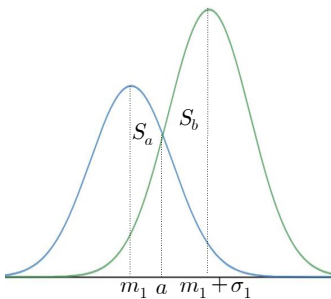
19. 다음은 정규분포 $N(m_1, \sigma_1^2)$ 을 따르는 확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 와 정규분포 $N(m_2, \sigma_2^2)$ 을 따르는 확률변수 Y 의 확률밀도함수 $g(x)$ 의 그래프를 나타낸 것이다. $f(x) = g(x)$ 을 만족하는 x 값을 a 라 하고

$$S_a = \int_{m_1}^a \{f(x) - g(x)\} dx$$

$$S_b = \int_a^{m_1 + \sigma_1} \{g(x) - f(x)\} dx$$

라 하자.

$m_2 = m_1 + \sigma_1$ 이고 $\sigma_2 = \frac{\sigma_1}{2}$ 일 때 $S_b - S_a$ 값을 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]



z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.0668 ② 0.0919 ③ 0.1359 ④ 0.1498 ⑤ 0.1587

20. 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & (x \leq 0) \\ e^x - 1 & (x > 0) \end{cases}, \quad g(x) = x^2 + 3x \quad \text{이다.}$$

$y = f(g(x))$ 위의 점 $(a, f(g(a)))$ 에서의 접선이 y 축과 만나는 점이 $(0, f(g(a)))$ 가 되도록 하는 모든 a 값의 합은? [4점]

- ① $-\frac{15}{2}$ ② $-\pi - 3$ ③ $-\frac{9}{2}$
 ④ $-\frac{\pi + 3}{2}$ ⑤ $-\frac{3}{2}$

21. 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) \text{를 } g(x) = \frac{f(x)}{x^2 + 2x + 2} \text{라고 하고}$$

두 집합 S, T 를 각각

$S = \{t \mid |g(x) - t| \text{는 미분가능하지 않은 점이 오직 하나 존재한다}\}$

$T = \{t \mid |g(x) - t| \text{는 미분가능하지 않은 점이 2 개 존재한다}\}$.라고 하면 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 집합 S 와 집합 T 는 모두 공집합이 아니다.

(나) $S \cup T = \{x \mid 0 < x < 10\}$

$f(3)$ 으로 가능한 모든 값의 합은 ? [4점]

- ① 50 ② 60 ③ 70 ④ 80 ⑤ 90

단답형

22. 두 벡터 $\vec{a} = (1, 2, -1), \vec{b} = (0, 3, 1)$ 에 대하여 $2\vec{a} + \vec{b}$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]

23. 방정식 $2^x + 2^{3-x} = a$ 가 실근을 갖기 위한 자연수 a 의 최솟값을 구하시오. [3점]

24. 구간 $[0, 2]$ 의 모든 실수 값을 가지는 연속확률변수 X 에 대하여 $P(x \leq X \leq 2) = k(2-x)$ ($0 \leq x \leq 2$) 가

성립할 때 $P(0 \leq X \leq 1) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하

시오. (단, k 는 상수이고 p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[3점]

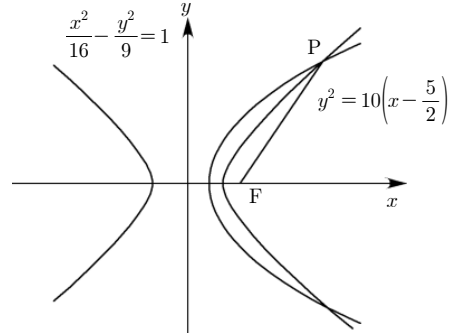
25. 좌표공간에 두 점 $A(1, 0, 1)$, $B(1, 2, 3)$ 이 있다.

$\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = 0$ 를 만족하는 점 P 에 대하여 $|\overrightarrow{OP}|$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라고 할 때 $(M+m)^2$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 좌표공간의 원점이다.) [3점]

26. 남학생 5명과 여학생 3명이 놀이공원에 있는 놀이기구 A, B 를 선택하여 탑승하려고 한다. 놀이기구 A, B 의 최대 탑승 인원은 5명이고 각각의 놀이기구에는 적어도 1명의 여학생이 탑승한다고 할 때, 놀이기구 A, B 에 8명의 학생이 탑승하는 방법의 수를 구하시오. [4점]

27. 어떤 회사가 작년에 생산한 가공식품 A의 무게는 평균이 m_1g 이고 표준편차가 $10g$ 인 정규분포를 따른다고 한다. 작년에 생산된 가공식품 A 중에서 25개를 임의추출하여 표본평균을 구하였더니 그 값이 $509g$ 이었다. 같은 회사에서 금년에 생산한 가공식품 A의 무게는 평균이 m_2g 이고 표준편차가 $10g$ 인 정규분포를 따른다. 금년에 생산된 가공식품 A에서 n 개를 임의로 추출하여 표본평균을 구하였더니 그 값은 $502g$ 이었다. 모평균 m_1, m_2 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 각각 $[l_1, l_2], [r_1, r_2]$ 일 때 두 신뢰구간의 교집합이 공집합이 없도록 하는 자연수 n 의 최댓값을 구하시오. (단, 확률변수 Z 가 표준정규분포를 따를 때, $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.4750$ 이다.) [4점]

28. 그림과 같이 쌍곡선 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 과 포물선 $y^2 = 10\left(x - \frac{5}{2}\right)$ 가 1사분면 위의 점 P에서 만나고 있다. 쌍곡선의 초점 중에서 x 좌표가 양수인 점을 F라고 할 때 선분 PF의 길이를 구하시오. [4점]



29. 좌표공간에서 구 $S: x^2 + y^2 + z^2 = 16$ 와 평면 $\alpha: x + 2y + 2z = 6$ 이 만나는 생기는 원을 C 라고 하고 원 C 의 중심을 C_0 라 하자. 평면 α 와 이루는 예각의 크기가 $\frac{\pi}{6}$ 인 직선 l 위의 점 Q 와 원 C 위의 점 P 에 대하여 다음 조건이 성립한다.

- (가) Q 에서 평면 α 에 내린 수선의 발을 H 라고 하면 $\overrightarrow{PH} = t\overrightarrow{PC_0}$ 를 만족하는 $t > 1$ 인 실수 t 가 존재한다.
- (나) $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{PQ} = -12$ 이다.
- (다) 점 O 와 평면 α 와 직선 l 의 교점 사이의 거리는 $2\sqrt{3}$ 이다.

점 Q 에서 평면 α 까지의 거리를 m 이라고 할 때 $5m^2$ 의 값을 구하십시오. (단, O 는 좌표공간의 원점이다.)[4점]

30. 함수 $f(x) = p\sin(\omega x) + q$ 에 대하여 (단, $1 < q < 1 + p$, $\omega q \neq 0$) 함수 $g(x)$ 와 $F(x)$ 를 각각

$$g(x) = \ln\{f(x)\}$$

$$F(x) = \int_0^x f'(t)g(t)dt \text{ 라고 하자.}$$

$x \geq 0$ 에서 $g'(x) = 0$ 를 만족시키는 점의 x 좌표를 작은 수부터 차례로 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 이라고 하고 $F'(x) = 0$ 를 만족시키는 점의 x 좌표를 작은 수부터 차례로 b_1, b_2, \dots, b_n 이라고 하면 다음 조건을 만족시키고 있다.

- (가) $\sum_{k=1}^5 \{g(a_{k+1}) - g(a_k)\} = \ln \frac{1}{2e-1}$
- (나) $\sum_{k=1}^5 F(b_{2k}) = -5$

$\int_{a_1}^{b_5} \omega f(x)dx$ 의 값을 M 이라고 할 때 $\frac{10M}{e\pi}$ 의 값을 구하십시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.