

제 2 교시

# 수학 영역(가형)

**미적분II**

2018학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 21번

1. 수열  $\{a_n\}$ 이

$$a_1 = -1, \quad a_n = 2 - \frac{1}{2^{n-2}} \quad (n \geq 2)$$

이다. 구간  $[-1, 2)$ 에서 정의된 함수  $f(x)$ 가 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$f(x) = \sin(2^n \pi x) \quad (a_n \leq x \leq a_{n+1})$$

이다.  $-1 < \alpha < 0$ 인 실수  $\alpha$ 에 대하여  $\int_{\alpha}^t f(x) dx = 0$ 을 만족시키는  $t$  ( $0 < t < 2$ )의 값의 개수가 103일 때,  $\log_2(1 - \cos(2\pi\alpha))$ 의 값은? [4점]

- ① -48    ② -50    ③ -52    ④ -54    ⑤ -56

2018학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 30번

2. 함수  $f(x) = \ln(e^x + 1) + 2e^x$ 에 대하여 이차함수  $g(x)$ 와 실수  $k$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

함수  $h(x) = |g(x) - f(x - k)|$ 는  $x = k$ 에서 최솟값  $g(k)$ 를 갖고, 닫힌 구간  $[k - 1, k + 1]$ 에서 최댓값  $2e + \ln\left(\frac{1+e}{\sqrt{2}}\right)$ 를 갖는다.

$g'\left(k - \frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하시오. (단,  $\frac{5}{2} < e < 3$ 이다.) [4점]

2018학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 21번

3. 최고차항의 계수가 1인 사차함수  $f(x)$ 에 대하여

$$F(x) = \ln|f(x)|$$

라 하고, 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $g(x)$ 에 대하여

$$G(x) = \ln|g(x)\sin x|$$

라 하자.

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x-1)F'(x) = 3, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{F'(x)}{G'(x)} = \frac{1}{4}$$

일 때,  $f(3)+g(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 57      ② 55      ③ 53      ④ 51      ⑤ 49

2018학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 30번

4. 실수  $a$ 와 함수  $f(x) = \ln(x^4+1) - c$  ( $c > 0$ 인 상수)에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_a^x f(t) dt$$

라 하자. 함수  $y = g(x)$ 의 그래프가  $x$ 축과 만나는 서로 다른 점의 개수가 2가 되도록 하는 모든  $a$ 의 값을 작은 수부터크기순으로 나열하면  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$  ( $m$ 은 자연수)이다. $a = \alpha_1$ 일 때, 함수  $g(x)$ 와 상수  $k$ 는 다음 조건을 만족시킨다.(가) 함수  $g(x)$ 는  $x=1$ 에서 극솟값을 갖는다.

$$(나) \int_{\alpha_1}^{\alpha_m} g(x) dx = k\alpha_m \int_0^1 |f(x)| dx$$

 $mk \times e^c$ 의 값을 구하시오. [4점]

2017학년도 대학수학능력시험 21번

5. 닫힌 구간  $[0, 1]$ 에서 증가하는 연속함수  $f(x)$ 가

$$\int_0^1 f(x) dx = 2, \int_0^1 |f(x)| dx = 2\sqrt{2}$$

를 만족시킨다. 함수  $F(x)$ 가

$$F(x) = \int_0^x |f(t)| dt \quad (0 \leq x \leq 1)$$

일 때,  $\int_0^1 f(x)F(x) dx$ 의 값은? [4점]

- ①  $4 - \sqrt{2}$       ②  $2 + \sqrt{2}$       ③  $5 - \sqrt{2}$   
 ④  $1 + 2\sqrt{2}$       ⑤  $2 + 2\sqrt{2}$

2017학년도 대학수학능력시험 30번

6.  $x > a$ 에서 정의된 함수  $f(x)$ 와 최고차항의 계수가  $-1$ 인 사차함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다. (단,  $a$ 는 상수이다.)

- (가)  $x > a$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여  $(x-a)f(x) = g(x)$ 이다.  
 (나) 서로 다른 두 실수  $\alpha, \beta$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 는  $x = \alpha$ 와  $x = \beta$ 에서 동일한 극댓값  $M$ 을 갖는다. (단,  $M > 0$ )  
 (다) 함수  $f(x)$ 가 극대 또는 극소가 되는  $x$ 의 개수는 함수  $g(x)$ 가 극대 또는 극소가 되는  $x$ 의 개수보다 많다.

$\beta - \alpha = 6\sqrt{3}$  일 때,  $M$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

2017학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 21번

7. 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수  $f(x)$ 와  $g(x)$ 가 모든 양의 실수  $x$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \left( \frac{f(x)}{x} \right)' = x^2 e^{-x^2}$$

$$(나) g(x) = \frac{4}{e^4} \int_1^x e^{t^2} f(t) dt$$

$f(1) = \frac{1}{e}$  일 때,  $f(2) - g(2)$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{16}{3e^4}$     ②  $\frac{6}{e^4}$     ③  $\frac{20}{3e^4}$     ④  $\frac{22}{3e^4}$     ⑤  $\frac{8}{e^4}$

2017학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 30번

8. 최고차항의 계수가 1인 사차함수  $f(x)$ 와 함수

$$g(x) = |2 \sin(x+2|x|) + 1|$$

에 대하여 함수  $h(x) = f(g(x))$ 는 실수 전체의 집합에서 이계도함수  $h''(x)$ 를 갖고,  $h''(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.  $f'(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

2017학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 21번

9. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $f(x) \neq 1$
- (나)  $f(x) + f(-x) = 0$
- (다)  $f'(x) = \{1 + f(x)\}\{1 + f(-x)\}$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- <보 기>
- ㄱ. 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x) \neq -1$ 이다.
  - ㄴ. 함수  $f(x)$ 는 어떤 열린 구간에서 감소한다.
  - ㄷ. 곡선  $y = f(x)$ 는 세 개의 변곡점을 갖는다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2017학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 30번

10. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 상수  $a(0 < a < 2\pi)$ 와 모든 실수  $x$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $f(x) = f(-x)$
- (나)  $\int_x^{x+a} f(t) dt = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

단한 구간  $\left[0, \frac{a}{2}\right]$ 에서 두 실수  $b, c$ 에 대하여

$$f(x) = b \cos(3x) + c \cos(5x)$$

일 때,  $abc = -\frac{q}{p}\pi$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

## 기하와 벡터

## 2018학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 29번

11. 좌표공간에 세 점  $O(0, 0, 0)$ ,  $A(1, 0, 0)$ ,  $B(0, 0, 2)$ 가 있다.  
점  $P$ 가  $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OP} = 0$ ,  $|\overrightarrow{OP}| \leq 4$ 를 만족시키며 움직일 때,

$$|\overrightarrow{PQ}| = 1, \quad \overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{OA} \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$$

을 만족시키는 두 점  $Q$ 에 대하여  $|\overrightarrow{BQ}|$ 의 최댓값과 최솟값을 각각  $M, m$ 이라 하자.  $M+m = a+b\sqrt{5}$  일 때,  $6(a+b)$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 유리수이다.) [4점]

## 2018학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 29번

12. 좌표평면에서 중심이  $O$ 이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 한 점을  $A$ , 중심이  $O$ 이고 반지름의 길이가 3인 원 위의 한 점을  $B$ 라 할 때, 점  $P$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OP} = 3\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP}$$

$$(나) \quad |\overrightarrow{PA}|^2 + |\overrightarrow{PB}|^2 = 20$$

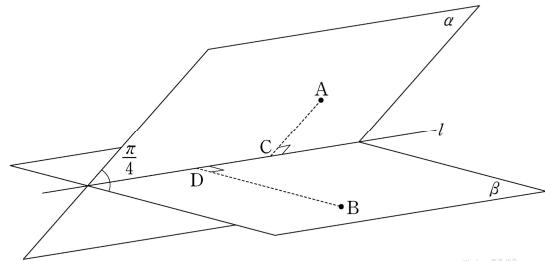
$\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ 의 최솟값은  $m$ 이고 이때  $|\overrightarrow{OP}| = k$ 이다.  $m+k^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

2017학년도 대학수학능력시험 29번

13. 한 모서리의 길이가 4인 정사면체 ABCD에서 삼각형 ABC의 무게중심을 O, 선분 AD의 중점을 P라 하자. 정사면체 ABCD의 한 면 BCD 위의 점 Q에 대하여 두 벡터  $\overrightarrow{OQ}$ 와  $\overrightarrow{OP}$ 가 서로 수직일 때,  $|\overrightarrow{PQ}|$ 의 최댓값은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

2017학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 29번

14. 그림과 같이 직선  $l$ 을 교선으로 하고 이루는 각의 크기가  $\frac{\pi}{4}$ 인 두 평면  $\alpha$ 와  $\beta$ 가 있고, 평면  $\alpha$  위의 점 A와 평면  $\beta$  위의 점 B가 있다. 두 점 A, B에서 직선  $l$ 에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자.  $\overline{AB} = 2$ ,  $\overline{AD} = \sqrt{3}$  이고 직선 AB와 평면  $\beta$ 가 이루는 각의 크기가  $\frac{\pi}{6}$ 일 때, 사면체 ABCD의 부피는  $a+b\sqrt{2}$ 이다.  $36(a+b)$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 유리수이다.) [4점]



2017학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 29번

15. 양의 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수  $f(t)$ 에 대하여 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시간  $t(t \geq 1)$ 에서의 위치  $(x, y)$ 가

$$\begin{cases} x = 2\ln t \\ y = f(t) \end{cases}$$

이다. 점 P가 점  $(0, f(1))$ 로부터 움직인 거리가  $s$ 가 될 때

시간  $t$ 는  $t = \frac{s + \sqrt{s^2 + 4}}{2}$  이고,  $t=2$ 일 때 점 P의 속도는

$\left(1, \frac{3}{4}\right)$ 이다. 시간  $t=2$ 일 때 점 P의 가속도를  $\left(-\frac{1}{2}, a\right)$ 라

할 때,  $60a$ 의 값을 구하시오. [4점]