2018학년도 수능 대비 ivy 기출문제선별

수학 영역
(가 형)

성명			수험번호						–				

○ 자신이 선택한 유형(가형/나형)의 문제지인지 확인하시오.

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정확히 기재하시오.

기출분석은 이걸로 합시다.

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 정답에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점, 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

Ivy 수학연구소

제 2 교시

수학 영역(가 형)

2018학년 9월 평가원 30번

30. 함수 $f(x)=\ln(e^x+1)+2e^x$에 대하여 이차함수 $g(x)$와 실수 k는 다음 조건을 만족시킨다.

> 함수 $h(x)=|g(x)-f(x-k)|$는 $x=k$에서 최솟값 $g(k)$를 갖고, 닫힌구간 $[k-1, k+1]$에서 최댓값 $2e+\ln(\frac{1+e}{\sqrt{2}})$를 갖는다.

$g'(k-\frac{1}{2})$의 값을 구하시오. (단, $\frac{5}{2}<e<3$이다.) [4점]

2018학년 9월 평가원 29번

29. 좌표공간에 세 점 $\mathrm{O}(0,0,0)$, $\mathrm{A}(1,0,0)$, $\mathrm{B}(0,0,2)$가 있다. 점 P가 $\overrightarrow{\mathrm{OB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OP}}=0$, $|\overrightarrow{\mathrm{OP}}| \le 4$를 만족시키며 움직일 때,

$$|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}|=1, \overrightarrow{\mathrm{PQ}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OA}} \ge \frac{\sqrt{3}}{2}$$

을 만족시키는 점 Q에 대하여 $|\overrightarrow{\mathrm{BQ}}|$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 하자. $M+m=a+b\sqrt{5}$일 때, $6(a+b)$의 값을 구하시오. (단, a, b는 유리수 이다.) [4점]

2018 9월 평가원 21번

21. 수열 $\{a_n\}$이

$$a_1 = -1, a_n = 2 - \frac{1}{2^{n-2}} (n \geq 2)$$

이다. 구간 $[-1, 2)$에서 정의된 함수 $f(x)$가 모든 자연수 n에 대하여

$$f(x) = \sin(2^n \pi x)\,(a_n \leq x \leq a_{n+1})$$

이다. $-1 < \alpha < 0$인 실수 α에 대하여 $\int_{\alpha}^{t} f(x)dx = 0$을 만족시키는 $t(0 < t < 2)$의 값의 개수가 103일 때, $\log_2(1-(2\pi\alpha))$의 값은?

2018 6월 평가원 30번

실수 a와 함수 $f(x) = \ln(x^4+1) - c$ $(c > 0$인 상수$)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x) = \int_a^x f(t)dt$$

라 하자. 함수 $y = g(x)$의 그래프가 x축과 만나는 서로 다른 점의 개수가 2가 되도록 하는 모든 a의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열하면 $\alpha_1, \alpha_2,$ • • • α_m(m은 자연수이다.) $a = \alpha_1$일 때, 함수 $g(x)$와 상수 k는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 $x = 1$에서 극솟값을 갖는다.
(나) $\int_{\alpha_1}^{\alpha_m} g(x)dx = k\alpha_m \int_0^1 \lvert f(x) \rvert dx$

$mk \times e^c$의 값을 구하시오.

2018학년 6월 평가원 29번

29. 좌표평면에서 중심이 O이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 한 점을 A, 중심이 O이고 반지름의 길이가 3인 원 위의 한 점을 B라 할 때, 점 P가 다음 조건을 만족 시킨다.

(가) $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OP} = 3\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP}$
(나) $\lvert\overrightarrow{PA}\rvert^2 + \lvert\overrightarrow{PB}\rvert = 20$

$\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$의 최솟값은 m이고 이때 $\lvert\overrightarrow{OP}\rvert = \mathrm{k}$이다.
$m+k^2$의 값을 구하시오.

2018학년 6월 평가원 21번

21. 최고차항의 계수가 1인 사차함수$f(x)$에 대하여

$$F(x) = \ln\lvert f(x)\rvert$$

라 하고, 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$에 대하여

$$G(x) = \ln\lvert g(x)\sin x\rvert$$

라 하자.

$$\lim_{x\to1}(x-1)F'(x) = 3,\ \lim_{x\to0}\frac{F'(x)}{G'(x)} = \frac{1}{4}$$

일 때, $f(3)+g(3)$의 값은?

2018학년 6월 평가원 20번

20. 양수 a와 실수 b에 대하여 함수 $f(x)=ae^{3x}+be^{x}$이 다음 조건을 만족시킬 때, $f(0)$의 값은?

(가) $x_1 < \ln\frac{2}{3} < x_2$를 만족시키는 모든 실수 x_1, x_2에 대하여

$f''(x_1)f''(x_2) < 0$이다.

(나) 구간 $[k, \infty)$에서 함수 $f(x)$의 역함수가 존재하도록 하는 실수 k의 최솟값을 m이라 할때,
$f(2m)=-\frac{80}{9}$이다.

2017 수능 30번

30. $x>a$에서 정의된 함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 -1인 사차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x>a$인 모든 실수 x에 대하여 $(x-a)f(x)=g(x)$이다.

(나) 서로 다른 두 실수 α, β에 대하여 함수 $f(x)$는 $x=\alpha$와 $x=\beta$에서 동일한 극댓값 M을 갖는다.

(다) 함수 $f(x)$가 극대 또는 극소가 되는 x의 개수는 함수 $g(x)$가 극대 또는 극소가 되는 x의 개수보다 많다.

$\beta-\alpha=6\sqrt{3}$일 때, M의 최솟값을 구하시오.

2017 수능 29번

29. 한 모서리의 길이가 4인 정사면체ABCD에서 삼각형ABC의 무게중심을 O, 선분AD의 중점을 P라 하자. 정사면체 ABCD의 한 면 BCD위의 점 Q에 대하여 두 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$와 $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$가 서로 수직일 때, $|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}|$의 최댓값은 $\frac{q}{p}$이다.

$p+q$의 값을 구하시오. (단, p와q는 서로소인 자연수이다.)

2017수능 21번

21. 닫힌구간 $[0,1]$에서 증가하는 연속함수 $f(x)$가

$$\int_0^1 f(x)dx=2,\ \int_0^1 |f(x)|dx=2\sqrt{2}$$

를 만족 시킨다.

함수 $F(x)=\int_0^x |f(t)|dt\ (0\le x\le 1)$일 때,

$\int_0^1 f(x)F(x)dx$의 값은?

2017 수능 20번

20. 함수 $f(x)=e^{-x}\int_0^x \sin(t^2)dt$에 대하여 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

ㄱ. $f(\sqrt{\pi})>0$

ㄴ. $f'(a)>0$을 만족시키는 a가 열린구간 $(0, \sqrt{\pi})$에 적어도 하나 존재한다.

ㄷ. $f'(b)=0$을 만족시키는 b가 열린구간 $(0, \sqrt{\pi})$에 적어도 하나 존재한다.

2017 9월 평가원 30번

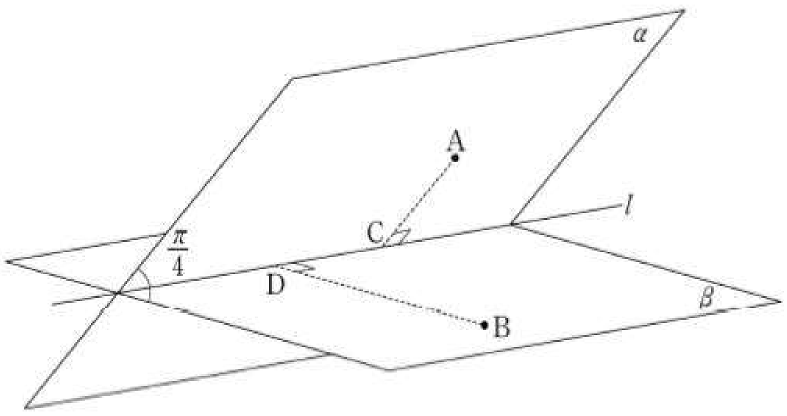
30. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$와 함수

$$g(x)=|2\sin(x+2|x|)+1|$$

에 대하여 함수 $h(x)=f(g(x))$는 실수 전체의 집합에서 이계도함수 $h''(x)$를 갖고, $h''(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다. $f'(3)$의 값을 구하시오. [4점]

2017 9월 평가원 29번

29. 그림과 같이 직선 l을 교선으로 하고 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{4}$인 두 평면 α와 β가 있고, 평면 α위의 점 A와 평면 β위의 점 B가 있다. 두 점 A, B 에서 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=2$, $\overline{\mathrm{AD}}=\sqrt{3}$이고 직선 AB와 평면 β가 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{6}$일 때, 사면체 ABCD의 부피는 $a+b\sqrt{2}$이다. $36(a+b)$의 값을 구하시오. (단, a, b는 유리수이다.) [4점]



2017 9월 평가원 21번

21. 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 모든 양의 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\left(\frac{f(x)}{x}\right)' = x^2 e^{-x}$
>
> (나) $g(x) = \frac{4}{e^4}\int_1^x e^{t^2} f(t)\,dt$

$f(1)=\frac{1}{e}$일 때, $f(2)-g(2)$의 값은? [4점]

2017 6월 평가원 30번

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 상수 a $(0<a<2\pi)$와 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)=f(-x)$
(나) $\int_{x}^{x+a} f(t)dt=\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$

닫힌구간 $\left[0, \frac{a}{2}\right]$에서 두 실수 b, c에 대하여

$$f(x)=b\cos(3x)+c\cos(5x)$$

일 때, $abc=-\frac{q}{p}\pi$이다. $p+q$의 값을 구하시오.(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

2017 6월 평가원 29번

29. 양의 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(t)$에 대하여 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t\geq 1)$에서의 위치 (x, y)가

$$\begin{cases} x=2\ln t \\ y=f(t) \end{cases}$$

이다. 점 P가 점 $(0, f(1))$로부터 움직인 거리가 s가 될 때 시각 t는 $t=\frac{s+\sqrt{s^2+4}}{2}$이고, $t=2$일 때 점 P의 속도는 $(1, \frac{3}{4})$이다. 시각 $t=2$일 때 점 P의 가속도를 $(-\frac{1}{2}, a)$라 할 때, $60a$의 값을 구하시오. [4점]

2017 6월 평가원 21번

21. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x) \neq 1$

(나) $f(x)+f(-x)=0$

(다) $f'(x)=\{1+f(x)\}\{1+f(-x)\}$

보기에서 옳은 것만 있는 대로 고른 것은?

ㄱ. 모든 실수 x에 대하여 $f(x) \neq 1$이다.

ㄴ. 함수 $f(x)$는 어떤 열린구간에서 감소한다.

ㄷ. 곡선 $y=f(x)$는 세 개의 변곡점을 갖는다.

2016 수능 30번

30. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x \leq b$일 때, $f(x)=a(x-b)^2+c$이다. (단, a, b, c는 상수이다.)

(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=\int_0^x \sqrt{4-2f(t)}\,dt$이다.

$\int_0^6 f(x)dx=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. [4점]

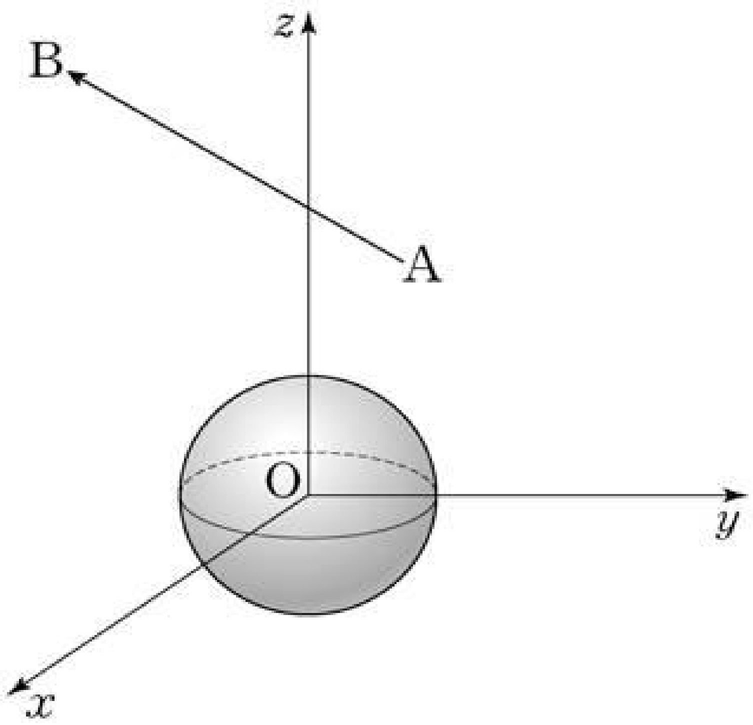
2016 수능 29번

29. 좌표공간의 두 점 $A(2, \sqrt{2}, \sqrt{3})$, $B(1, -\sqrt{2}, 2\sqrt{3})$에 대하여 점 P는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $|\overrightarrow{AP}| = 1$

(나) $\overrightarrow{AP}$와 $\overrightarrow{AB}$가 이루는 각의 크기는 $\frac{\pi}{6}$이다.

중심이 원점이고, 반지름의 길이가 1인 구 위의 점 Q에 대하여 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ}$의 최댓값은 $a+b\sqrt{33}$이다. $16(a^2+b^2)$의 값을 구하시오. (단, a와 b는 유리수 이다.) [4점]



2016 수능 21번

21. $0 < t < 41$인 실수 t에 대하여 곡선 $y = x^3 + 2x^2 - 15x + 5$와 직선 $y = t$가 만나는 세 점 중에서 x좌표가 가장 큰 점의 좌표를 $(f(t), t)$, x좌표가 가장 작은 점의 좌표를 $(g(t), t)$라 하자. $h(t) = t \times \{f(t) - g(t)\}$라 할 때, $h'(5)$의 값은? [4점]

2016 9월 평가원 30번

30. 양수 a와 두 실수 b, c에 대하여
함수 $f(x)=(ax^2+bx+c)e^x$은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)$는 $x=-\sqrt{3}$과 $x=\sqrt{3}$에서 극값을 갖는다.
(나) $0 \le x_1 < x_2$인 임의의 두 실수 x_1, x_2에 대하여 $f(x_1)-f(x_1)+x_2-x_1 \ge 0$이다.

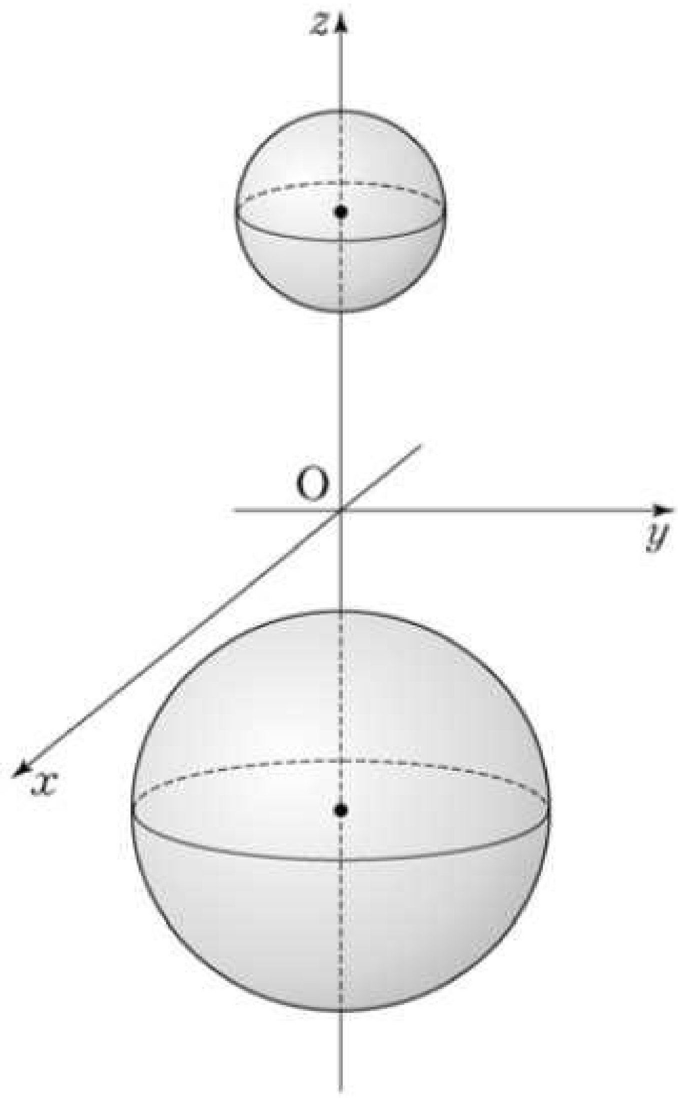
세 수 a, b, c의 곱 abc의 최댓값을 $\frac{k}{e^3}$라 할 때 $60k$의 값을 구하시오. [4점]

2016 9월 평가원 29번

29. 좌표 공간에 두 개의 구

$$S_1 : x^2+y^2+(z-3)^2=1$$
$$S_2 : x^2+y^2+(z+3)^2=4$$

가 있다. 점 $\mathrm{P}\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{6}, 0\right)$을 포함하고 S_1과 S_2에 동시에 접하는 평면을 α라 하자. 점 $\mathrm{Q}(\mathrm{k}, -\sqrt{3}, 2)$가 평면 α위의 점 일 때, $120k$의 값을 구하시오. [4점]



2016 9월 평가원 21번

21. 함수 $f(x)$를

$$f(x)\begin{cases} |\sin x| - \sin x \, (-\frac{7}{2}\pi \le x < 0) \\ \sin - |\sin x| \quad (0 \le x < \frac{7}{2}\pi) \end{cases}$$

라 하자. 닫힌구간 $\left[-\frac{7}{2}\pi, \frac{7}{2}\pi\right]$에 속하는 모든 실수 x에 대하여 $\int_a^x f(t)dt \ge 0$이 되도록 하는 실수 a의 최솟값을 α, 최댓값을 β라 할 때, $\beta - \alpha$의 값은? (단, $-\frac{7}{2}\pi \le a \le \frac{7}{2}\pi$) [4점]