

고지우의 난문현답

[기출 + 킬러]

제 2 회

1. 2017년 6월 평가원
2. 2016년 9월 평가원
3. 2017년 수능
4. 2017년 3월 교육청
5. 마약N제 미적분 II
6. 마약N제 미적분 II
7. 마약N제 미적분 II
8. 2017년 수능
9. 2016년 9월 평가원
10. 2016년 9월 평가원
11. 마약N제 기하와 벡터
12. 2016년 10월 교육청
13. 2017년 4월 교육청
14. 2011년 경찰대
15. 2014년 경찰대

1. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 에 대하여

$$F(x) = \ln|f(x)|$$

라 하고, 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$ 에 대하여

$$G(x) = \ln|g(x)\sin x|$$

라 하자.

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x-1)F'(x) = 3, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{F'(x)}{G'(x)} = \frac{1}{4}$$

일 때, $f(3)+g(3)$ 의 값은?

- ① 57 ② 55 ③ 53
④ 51 ⑤ 49

[추가문항 1]

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $\int_{-x}^x (x+t)f'(x-t)dt = f(2x) + 4x - 1$ 을 만족시킨다.

$\int_0^2 f(x)dx - f'(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 14

2. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 와 함수

$$g(x) = |2\sin(x+2|x|)+1|$$

에 대하여 함수 $h(x)=f(g(x))$ 는 실수 전체의 집합에서 이계도 함수 $h''(x)$ 를 갖고, $h''(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다. $f'(3)$ 의 값을 구하시오.

[추가문항 2]

두 함수

$$f(x)=2\sin x+3, g(x)=\frac{\pi(2x+7)}{3-x}$$

에 대하여 $-10\leq x\leq -3$ 일 때, 함수 $(f\circ g)(x)$ 의 최댓값은?
[3점]

- | | | |
|-----|-----|-----|
| ① 1 | ② 2 | ③ 3 |
| ④ 4 | ⑤ 5 | |

3. 함수 $f(x) = e^{-x} \int_0^x \sin(t^2) dt$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

- ㄱ. $f(\sqrt{\pi}) > 0$
 ㄴ. $f'(a) > 0$ 을 만족시키는 a 가 열린구간 $(0, \sqrt{\pi})$ 에 적어도 하나 존재한다.
 ㄷ. $f'(b) = 0$ 을 만족시키는 b 가 열린구간 $(0, \sqrt{\pi})$ 에 적어도 하나 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

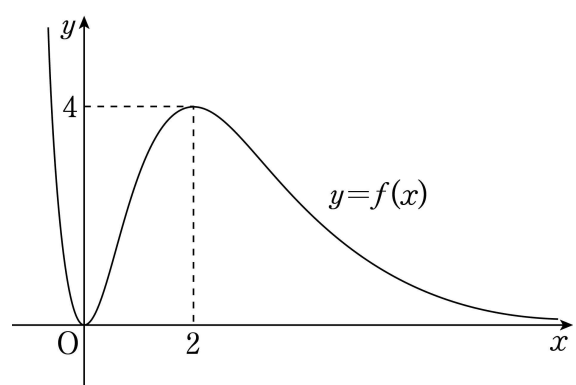
[추가문항 3]

좌표평면에서 함수 $f(x) = \frac{1}{2}(e^x - x^2 e^{-x})$ 과 실수 t 에 대하여 중심의 좌표가 $(t, f(t))$ 이고 x 축에 접하는 원이 있다. 이 원 위의 점 P에 대하여 선분 OP의 길이의 최솟값을 $g(t)$ 라 할 때, $g'(-1) \times g'(3)$ 의 값은?

(단, $f(t) \neq 0$ 이고, O는 원점이다.) [4점]

- ① $-e^{-4}$ ② $-2e^{-4}$ ③ $-3e^{-4}$
 ④ $-4e^{-4}$ ⑤ $-5e^{-4}$

4. 그림은 함수 $f(x) = x^2 e^{-x+2}$ 의 그래프이다.

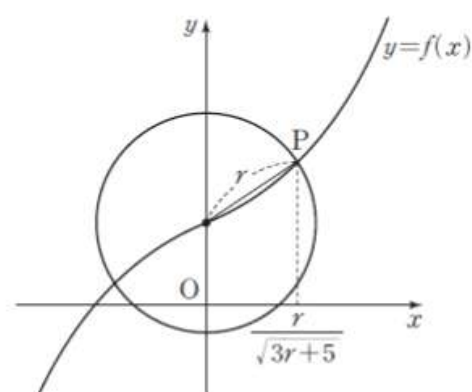


함수 $y = (f \circ f)(x)$ 의 그래프와 직선 $y = \frac{15}{e^2}$ 의 교점의 개수는? (단, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$)

- ① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

[추가문항 4]

실수 전체의 집합에서 증가하고 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 있다. 그림과 같이 모든 양수 r 에 대하여 중심이 점 $(0, f(0))$ 이고 반지름의 길이가 r 인 원이 곡선 $y=f(x)$ 와 만나는 점 중 x 좌표가 양수인 점을 P라 하자. 점 P의 x 좌표가 $\frac{r}{\sqrt{3r+5}}$ 일 때, $f'(0)$ 의 값은? (단, $f(0) > 0$) [4점]



- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2
④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

[추가문항 5]

함수 $f(x) = \cos x + x^2$ 에 대하여 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

보기

- ㄱ. 곡선 $y=f(x)$ 는 변곡점을 갖는다.
- ㄴ. 방정식 $f'(x)=0$ 은 열린 구간 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.
- ㄷ. 음이 아닌 실수 전체의 집합에서 $f(x) \geq k$ 가 성립하도록 하는 실수 k 의 최댓값은 1이다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[추가문항 6]

양수 a 에 대하여 함수 $f(x) = ax + \sqrt{x}$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자.

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(a+1+h) - g(a+1)}{h} = 1$ 일 때, $30a$ 의 값을 구하시오.

[3점]

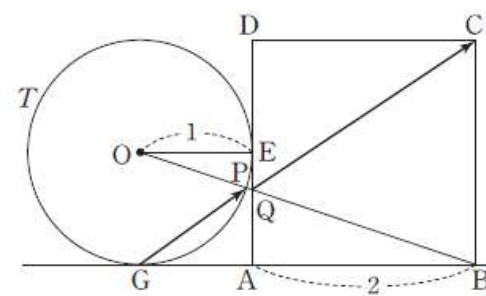
[추가문항 7]

양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여
 $f'(x) = \frac{1}{2} \left(x^2 - \frac{1}{x^2} \right)$ 일 때, $1 \leq x \leq 2$ 에서 곡선 $y=f(x)$ 의 길
이는 l 이다. $12l$ 의 값을 구하시오. [3점]

8. 한 모서리 길이가 4인 정사면체 ABCD 에서 삼각형 ABC 의 무게중심을 O, 선분 AD의 중점을 P라 하자. 정사면체 ABCD의 한 면 BCD 위의 점 Q 에 대하여 두 벡터 $\overrightarrow{OQ}$ 와 $\overrightarrow{OP}$ 가 서로 수직일 때, $|\overrightarrow{PQ}|$ 의 최댓값은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

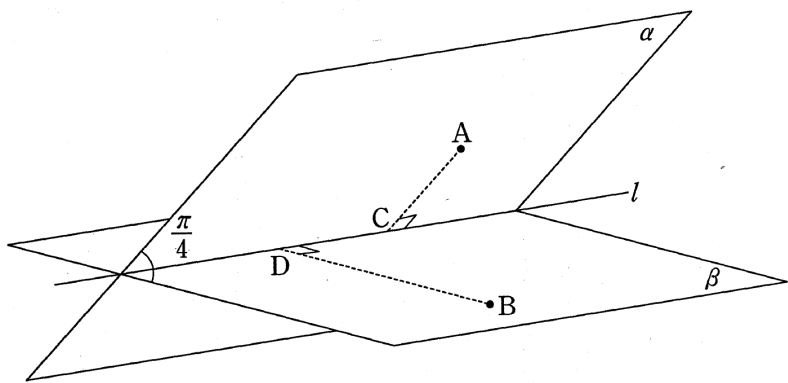
[추가문항 8]

그림과 같이 평면 위에 한 변의 길이가 2인 정사각형 ABCD와 중심이 O이고 반지름의 길이가 1인 원 T가 있다. 원 T는 정사각형 ABCD와 선분 AD의 중점인 점 E에서 접하고, 직선 AB와 점 G에서 접한다. 선분 OB와 원 T가 만나는 점을 P, 선분 OB와 선분 AD가 만나는 점을 Q라 할 때, $\overrightarrow{GP} \cdot \overrightarrow{QC}$ 의 값은?
(단, 점 O는 정사각형 ABCD의 외부에 있다.) [4점]



- ① $\frac{2}{3} + \frac{\sqrt{10}}{5}$ ② $\frac{2}{3} + \frac{4\sqrt{10}}{15}$ ③ $\frac{4}{3} + \frac{\sqrt{10}}{3}$
 ④ $\frac{4}{3} + \frac{2\sqrt{10}}{5}$ ⑤ $\frac{4}{3} + \frac{7\sqrt{10}}{15}$

9. 그림과 같이 직선 l 을 교선으로 하고 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{4}$ 인 두 평면 α 와 β 가 있고, 평면 α 위의 점 A 와 평면 β 위의 점 B 가 있다. 두 점 A, B 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 C, D 라 하자. $\overline{AB}=2$, $\overline{AD}=\sqrt{3}$ 이고 직선 AB 와 평면 β 가 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{6}$ 일 때, 사면체 $ABCD$ 의 부피는 $a+b\sqrt{2}$ 이다. $36(a+b)$ 의 값을 구하시오.(단, a, b 는 유리수이다.)



[추가문항 9]

점 $A(2, a, b)$ 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 5인 구가 x 축에 접하고 xy 평면과 만나서 생기는 도형의 둘레의 길이가 8π 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, $a>0, b>0$) [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

10. 직사각형 ABCD 의 내부의 점 P 가

$$\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD} = \overrightarrow{CA}$$

를 만족시킨다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PD} = 2\overrightarrow{CP}$

ㄴ. $\overrightarrow{AP} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

ㄷ. 삼각형 ADP 의 넓이가 3이면 직사각형 ABCD 의 넓이는 8이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

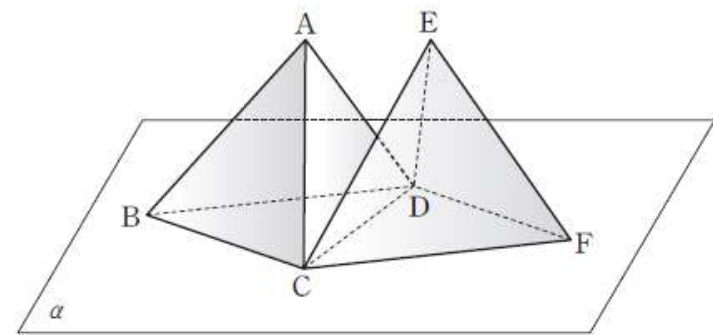
[추가문항 10]

좌표평면 위에 세 점 $A(2, \sqrt{5})$, $B(6, 3\sqrt{5})$, $C(5, \sqrt{5})$ 가 있다. 선분 AB를 지름으로 하는 원 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BP}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은? [3점]

- ① 16 ② 17 ③ 18
④ 19 ⑤ 20

[추가문항 11]

그림과 같이 모서리의 길이가 같은 두 정사면체 ABCD, EDCF의 네 꼭짓점 B, C, D, F가 평면 α 위에 놓여 있다. 평면 ABC와 평면 EDF가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos \theta$ 의 값은? (단, 선분 AE는 평면 α 와 만나지 않는다.) [3점]



① $\frac{1}{3}$
④ $\frac{2}{3}$

② $\frac{4}{9}$
⑤ $\frac{7}{9}$

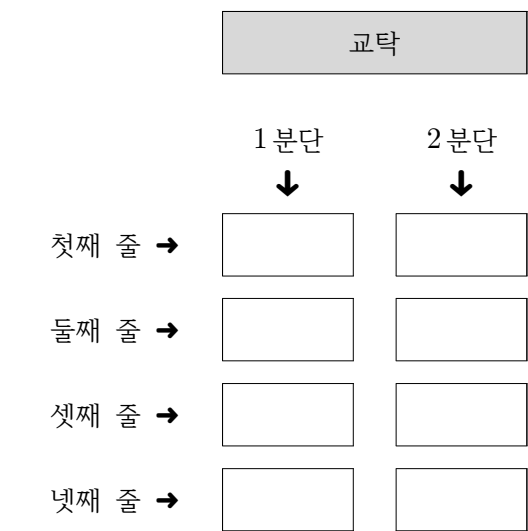
③ $\frac{5}{9}$

12. 교내 수학경시대회에 A 학급 학생 3명, B 학급 학생 3명, C 학급 학생 2명이 참가 신청하였다. 그림과 같이 두 분단, 네 줄의 좌석에 다음 조건을 만족시키도록 이 학생 8명을 배정하는 방법의 수를 구하시오.

- (가) 같은 줄의 바로 옆에 같은 학급 학생이 앉지 않도록 배정한다.

(나) 같은 분단의 바로 앞뒤에 같은 학급 학생이 앉지 않도록 배정한다.

(다) 같은 학급 학생을 같은 분단에 배정 할 경우 학급 번호가 작을수록 교탁에 가까운 자리에 배정한다.



[추가문항 12]

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7의 일곱 개의 수를 일렬로 나열하여 일곱 자리의 자연수를 만들 때, 백만 자리의 수부터 나열된 7개의 수 중에서 홀수는 크기순으로 점점 크게, 짝수는 크기순으로 점점 작게 만들 수 있는 모든 경우의 수를 구하시오. [3점]

13. 자연수 n 에 대하여 0부터 n 까지 정수가 하나씩 적힌 $(n+1)$ 개의 공이 들어 있는 상자가 있다. 이 상자에서 한 개의 공을 꺼내어 공에 적힌 수를 확인하고 다시 넣는 과정을 5번 반복할 때, 확인한 5개의 수가 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 a_n 이라 하자.

- (가) 꺼낸 공에 적힌 수는 먼저 꺼낸 공에 적힌 수보다 작지 않다.
 (나) 세 번째 꺼낸 공에 적힌 수는 첫 번째 꺼낸 공에 적힌 수보다 1이 더 크다.

$\sum_{n=1}^{18} \frac{a_n}{n+2}$ 의 값을 구하시오.

[추가문항 13]

만의 자리의 수부터 차례로 일의 자리의 수까지 다음 규칙에 따라 두 수 1, 2를 중복 사용하여 다섯 자리의 자연수를 만든다.

- (가) 한 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수가 6의 약수이면 1을 연속하여 2개 쓰고 6의 약수가 아니면 2를 1개 쓴다.
 (나) 남은 자리의 수가 1개이면 2를 쓴다.

규칙에 따라 만든 다섯 자리의 자연수의 각 자리의 수 중 1이 2개 일 때, 그 자연수가 짝수일 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{7}{10}$
 ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{9}{10}$

14. 다항식 $(x^3 + 3x^2 + 3x + a)^4$ 의 전개식에서 x^7 의 계수가 $2^3 \times 3^5$ 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① 9 ② 18 ③ 27
④ 36 ⑤ 45

[추가문항 14]

확률변수 X 의 확률질량함수가

$$P(X=k) = {}_{120}C_k p^k (1-p)^{120-k} \quad (k=0, 1, 2, \dots, 120)$$

이고, 확률변수 X 의 평균이 30이다. $V(2X-3)$ 의 값을 구하시오. (단, p 는 상수이다.) [3점]

15. 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=0}^n k(k-1)(k-2) {}_nC_k p^k (1-p)^{n-k} = \boxed{2p} \times p^3$$

이 성립한다. $\boxed{2p}$ 에 알맞은 식을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(10)$ 의 값을 구하여라. (단, $0 < p < 1$)

[추가문항 15]

어느 과수원에서 생산되는 복숭아 한 개의 무게는 평균이 260 g, 표준편차가 6 g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 과수원에서 생산된 복숭아 중에서 9개를 임의추출하여 한 상자에 넣어 판매할 때, 복숭아 한 상자의 무게가 2322 g 이상이고 2376 g 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 상자의 무게는 생각하지 않는다.) [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.5328 ② 0.6247 ③ 0.6387
 ④ 0.7745 ⑤ 0.8185

[기출 + 킬러 정답]

- 1. 4
- 2. 48
- 3. 5
- 4. 3
- 5. 2
- 6. 5
- 7. 8
- 8. 19
- 9. 12
- 10. 5
- 11. 8
- 12. 396
- 13. 760
- 14. 1
- 15. 720

[추가문항 정답]

- 1. 2
- 2. 4
- 3. 3
- 4. 3
- 5. 4
- 6. 15
- 7. 17
- 8. 5
- 9. 4
- 10. 3
- 11. 5
- 12. 35
- 13. 5
- 14. 90
- 15. 5