2018학년도 대학수학능력시험 대비

2018학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 정답 및 해설 - 수학나형

• 수학 영역 •

수학 '나'형 정답 및 해설

문항번호	정 답	배 점	문항번호	정 답	배 점	문항번호	정 답	배 점	문항번호	정 답	배 점
1	③	2	9	⑤	3	17	⑤	4	25	20	3
2	①	2	10	⑤	3	18	③	4	26	8	4
3	③	2	11	①	3	19	①	4	27	25	4
4	⑤	3	12	②	3	20	③	4	28	28	4
5	④	3	13	④	3	21	②	4	29	10	4
6	④	3	14	③	4	22	210	3	30	200	4
7	②	3	15	②	4	23	4	3			
8	②	3	16	④	4	24	3	3			

1) 정답 ③

$3^{\frac{2}{3}+\frac{1}{3}}=3$

2) 정답 ①

$A\cap B=\{1,\ 3\}$

3) 정답 ③

$f(3)=4$

$f^{-1}(4)=3$

4) 정답 ⑤

$\lim_{n\to\infty}\frac{4\cdot 3+0}{1}=12$

5) 정답 ④

$\lim_{x\to 0}f(x)=0$

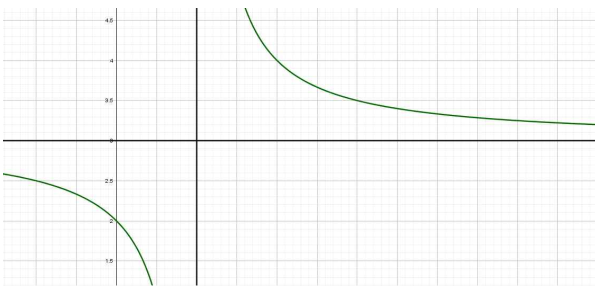
$\lim_{x\to 1+}f(x)=2$

$0+2=2$

6) 정답 ④

$(5-1)!=24$

7) 정답 ②



최댓값은 $f(2)=4$

8) 정답 ②

$f'(x)=(x-2)(x-3)$이므로

$f'(4)=2$

9) 정답 ⑤

진리집합으로 나타내면

$P=\{x|\ x<-2,\ -2<x<4,\ x>4\}$

$Q=\{x|\ -2\le x\le 4\}$

$Q^C\subset P$

$\therefore\ P^C\subset Q$

10) 정답 ⑤

$P(\text{짝수}|\text{검은색})=\frac{P(\text{짝수}\cap\text{검은색})}{P(\text{검은색})}=\frac{4}{9}$

11) 정답 ①

$a_n+b_n=10$

$\sum_{k=1}^{10}(a_k+2b_k)=160$에서

$\sum_{k=1}^{10}(a_k+b_k+b_k)=\sum_{k=1}^{10}(a_k+b_k)+\sum_{k=1}^{10}b_k$

$=100+\sum_{k=1}^{10}b_k=160$

$\sum_{k=1}^{10}b_k=60$

12) 정답 ②

(가), (나)에서 $f(x)=2x(x-\alpha)$라 하면

위 $f(x)$를 (나)에 대입하면

$\alpha=-\frac{3}{2}$이다.

$f(x)=2x\left(x+\frac{3}{2}\right)$

$f(2)=2\cdot 2\cdot\frac{7}{2}=14$

13) 정답 ④

$\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{b-a}{ab}=\frac{\log_2 5}{\log_3 5}=\log_2 3$

14) 정답 ③

$P(m\le X\le m+12)-P(X\le m-12)$

$=P\left(0\le Z\le\frac{12}{\sigma}\right)-P\left(Z\le\frac{-12}{\sigma}\right)=0.3664$

이때, $P\left(0\le Z\le\frac{12}{\sigma}\right)+P\left(Z\le\frac{-12}{\sigma}\right)=0.5$이므로

$P\left(0\le Z\le\frac{12}{\sigma}\right)=0.4332,\qquad \frac{12}{\sigma}=1$

15) 정답 ②

6장의 카드를 배열하는 경우의 수:

$\frac{6!}{3!2!}=60$

양 끝에 A가 나오게 나열된 경우의 수:

$\frac{4!}{2!}=12$

양 끝에 A가 나오게 나열된 확률은 $\frac{12}{60}=\frac{1}{5}$이다.

16) 정답 ④
전체 경우의 수는 ${}_3H_{10}=66$
$y+z=0,\ x=10$인 경우의 수는 1가지
$y+z=10,\ x=0$인 경우의 수는 ${}_2H_{10}={}_{11}C_{10}=11$
조건을 만족하는 경우의 수는 $66-12=54$

17) 정답 ⑤
$\lim_{x\to0-}\{f(x)+g(x)\}=4$ ……… ㉠
$\lim_{x\to0+}\{f(x)-g(x)\}=8$ ……… ㉡
위 두 식을 연립하여 정리하면 ㉠+㉡
$\lim_{x\to0}\{2f(x)\}+\lim_{x\to0-}g(x)-\lim_{x\to0+}g(x)=12$
$\lim_{x\to0-}g(x)-\lim_{x\to0+}g(x)=6$이므로
$\lim_{x\to0}\{2f(x)\}=6$
$f(0)=\lim_{x\to0}f(x)=3$

18) 정답 ③
$S_1=\frac{4\pi}{3}-\sqrt{3}+\sqrt{3}=\frac{4\pi}{3}$
직각 삼각형 $A_1B_1D_1$의 내접원 O_2의 반지름의 길이를 r이라 하면
$2\sqrt{3}=(\sqrt{3}-r)+(3-r)$에서
$r=\frac{3-\sqrt{3}}{2}$
O_1의 반지름의 길이가 2이므로
반지름의 길이가 $2\to\frac{3-\sqrt{3}}{2}$에서
닮음비는 $\frac{3-\sqrt{3}}{4}$이다.
∴ 공비는 $\frac{12-6\sqrt{3}}{16}$

$$\lim_{n\to\infty}S_n=\frac{\frac{4\pi}{3}}{1-\left(\frac{12-6\sqrt{3}}{16}\right)}=\frac{32(3\sqrt{3}-2)\pi}{69}$$

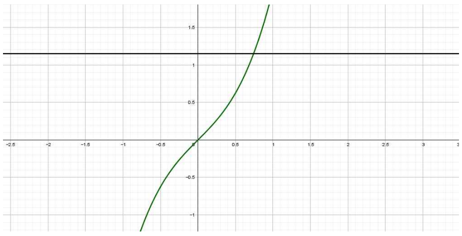
19) 정답 ①
$a_1=1,\ a_2=1,\ a_3=0,\ a_4=-1,\ a_5=1,\ a_6=0,\ a_7=-1,\ \cdots$
a_n은 $n=2$부터 규칙성을 가진다.

$$\begin{aligned}b_{n+2}&=a_{n+1}-b_{n+1}+(n+1)\\&=a_{n+1}-(a_n-b_n+n)+(n+1)\\&=a_{n+1}-(a_n-b_n)+1\\&=a_{n+1}-a_n+b_n+1\end{aligned}$$
$b_{n+2}-b_n=a_{n+1}-a_n+1$

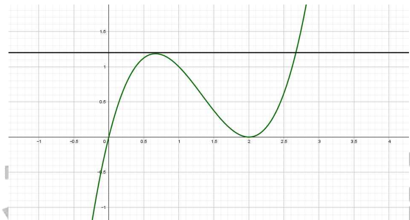
$b_{19}-b_{17}=a_{18}-a_{17}+1$
$b_{17}-b_{15}=a_{16}-15+1$
…
$b_5-b_3=a_4-a_3+1$
$b_3-b_1=a_2-a_1+1$

$b_{19}=k+7$
$b_{20}=a_{19}-k-7+19=-k+11$
$\therefore k=-3$

20) 정답 ③
ㄱ. $f(x)=x^3$와 $y=-x+t$의 교점의 개수
$x^3=-x+t$
$x^3+x=t$

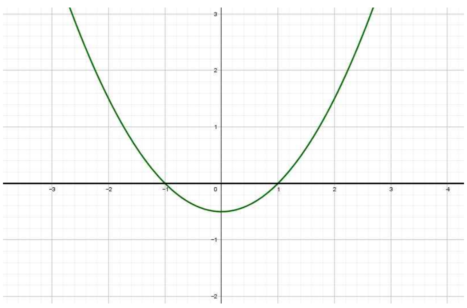


ㄴ. $g(1)=2$이면, $f(x)$와 $y=-x+1$의 교점의 개수가 2개

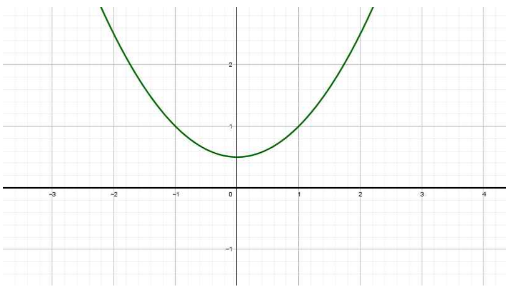


일차함수의 상수값 t가 다른 값을 가지면 서로 다른 세 교점을 가질 수 있다.
ㄷ. $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$라 하면
$f'(x)=3ax^2+2bx+c$
$f(x)+x=h(x)$라 하면
$h'(x)=3ax^2+2bx+c+1$이다.
따라서, $h'(x)\geq0$일 때,
반드시 $f'(x)\geq0$이라 할 수 없다.

$y=f'(x)$



$y=h'(x)=f'(x)+1$



21) 정답 ②

$y=g(f(x))$가 실수 전체에서 정의되므로 치역이 실수 전체이어야 하고 극값을 갖지 않아야 한다.

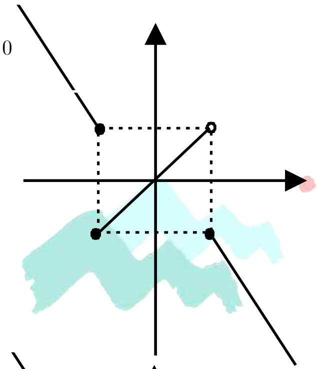
$f(x)=X$라 하면

$x<-1$에서 $X<a-1$

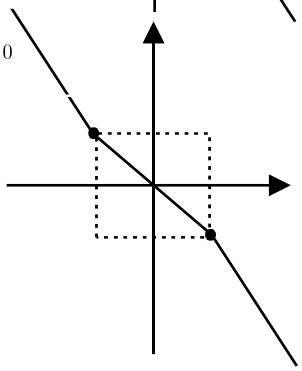
$x\geq 1$이면 $X\geq c+1$

$-1\leq x<1$이면 $b<X\leq -b \quad (b<0)$

$b>0$



$b<0$



극값이 존재하지 않으므로

$a-1\leq -1 \qquad a\leq 0$

$c+1\geq 1 \qquad c\geq 0$

$0<b\leq 1$

이다.

$$g(x)=\begin{cases}-x-2 & (x<-1)\\ x & (-1\leq x<1)\\ -x+2 & (x\geq 1)\end{cases}$$

실수 전체에서 정의되려면 $b<0$이므로

$y=g(f(x))$이 연속이어야 한다.

$g(a-1)=g(-b)$

$a-b=-1 \qquad \cdots\cdots ㉠$

$g(b)=g(c+1)$

$b+c=1 \qquad \cdots\cdots ㉡$

㉠$\times 2+$㉡

$a+b+2c=1$

22) 정답 210

$7\times 6\times 5=210$

23) 정답 4

$f'(x)=6x-2$

$f'(1)=4$

24) 정답 3

$y=2\sqrt{x}+k$에서

$(1,\ 5)$를 대입하면

$k=3$

25) 정답 20

첫째항을 a, 공차를 a라 하면

$a_n=an$

$a_2+a_4=24$에서

$2a+4a=6a=24$

$a=4$

$a_5=20$

26) 정답 8

이차함수와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는

$$S=\frac{|a|(\beta-\alpha)^3}{6}=\frac{6\cdot(2-0)^3}{6}=8$$

27) 정답 25

월 교통비는 정규분포 $N(8,\ 1.2^2)$를 따른다.

임의추출한 n명의 교통비의 표본평균은 정규분포 $N\left(8,\ \left(\frac{1.2}{n}\right)^2\right)$을 따른다.

$$P\left(\frac{7.76-8}{\frac{1.2}{\sqrt{n}}}\leq Z\leq \frac{8.24-8}{\frac{1.2}{\sqrt{n}}}\right)$$

$=P\left(-0.2\sqrt{n}\leq Z\leq 0.2\sqrt{n}\right)$

$0.2\sqrt{n}\geq 1$

$\sqrt{n}\geq 5$

$\therefore\ n\geq 25$

28) 정답 28

확률변수 X의 확률분포표에서 확률을 다음과 같이 나타낸다.

X	1	2	3	4	5
P	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5

$E(X)=p_1+2p_2+3p_3+4p_4+5p_5=4$

$$E(Y)=\sum_{k=1}^{5}k\cdot\left(\frac{1}{2}p_k+\frac{1}{10}\right)$$

$$=\frac{1}{2}(p_1+2p_2+3p_3+4p_4+5p_5)+\frac{1}{10}(1+2+3+4+5)$$

$$=2+\frac{3}{2}=\frac{7}{2}=a$$

$8a=28$

29) 정답 10

$f(x)g(x)=(x-1)^2(x-2)^2(x-3)^2$이므로

$f(2)g(2)=0$이다. $f(2)=0$또는 $g(2)=0$

$g'(2)=0$이므로,

① $f(2)=0$일 때,

$g(2)\neq 0$이다.

($\because g(2)=0$이면, $(x-2)^2$이 $g(x)$의 인수가 되면 모순)

이 때, $f(x)$는 $(x-2)^2$을 인수로 가진다.

$g(x)=3(x-1)^2(x-3)$ 또는 $g(x)=3(x-1)(x-3)^2$

두 경우 모두 $g'(2)\neq 0$이다.

② $g(2)=0$일 때,

최고차항의 계수가 양수이므로 $g(x)=3(x-2)^2(x-3)$ ($x=2$에서 극대이므로)

이 때의 $f(x)=\frac{1}{3}(x-1)^2(x-3)$이 된다.

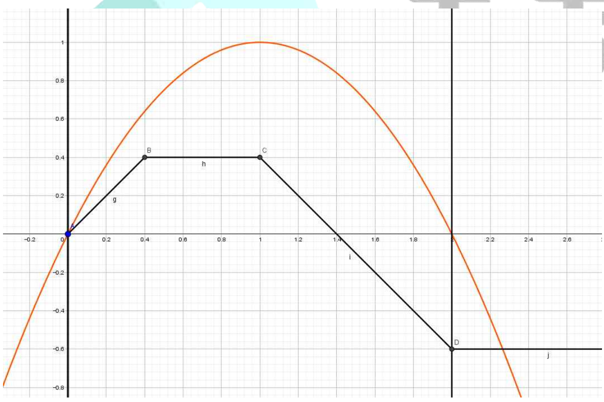
$\therefore f'(0)=\frac{7}{3}$

$p+q=10$

30) 정답 200

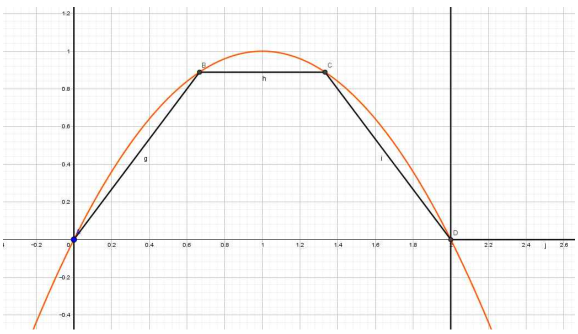
구간에 따라 $h(x)$의 식을 구해보면

$$h(x)=\begin{cases} 0 & (x<0) \\ kx & (0\le x<a) \\ ka & (a\le x<b) \\ k(-x+(a+b)) & (b\le x<2) \\ k(a+b-2) & (x\ge 2) \end{cases}$$



위 그래프에서 이차함수의 양의 부분과 꺾인 직선 사이의 넓이가 최소가 되게 하는 상수 k, a, b의 값을 구하면 된다.

이 함수가 최대가 되기 위해서는 꺾인 직선으로 이루어진 그래프가 $x=1$에 대칭이고, 이차함수에 내접하며 $(2, 0)$을 지나야 한다.

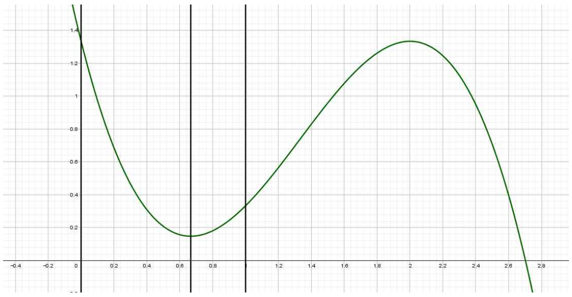


위 그래프와 같은 모양일 때, 정적분의 값이 최소이다.

$$\int_0^2\{g(x)-h(x)\}dx=\frac{4}{3}-\frac{1}{2}\cdot(4-2a)\cdot(-a^2+2a)$$

위 식을 $F(a)$라 하면

$F(a)=\frac{4}{3}-a(2-a)^2$의 최소를 구하면 된다.



구간 $[0, 1]$에서의 최소값을 구하면

$a=\frac{2}{3}$, $b=\frac{4}{3}$, $k=4$

$\therefore k+a+b=\frac{10}{3}$

$60(k+a+b)=200$