

160328

28. 함수 $f(x) = \frac{e^{\cos x}}{1 + e^{\cos x}}$ 에 대하여

$$a = f(\pi - x) + f(x), \quad b = \int_0^\pi f(x) dx$$

일 때, $a + \frac{100}{\pi}b$ 의 값을 구하시오. [4점]

160330

30. 함수 $f(x) = x^2 e^{ax}$ ($a < 0$) 에 대하여 부등식 $f(x) \geq t$ ($t > 0$) 을 만족시키는 x 의 최댓값을 $g(t)$ 라 정의하자. 함수 $g(t)$ 가

$t = \frac{16}{e^2}$ 에서 불연속일 때, $100a^2$ 의 값을 구하시오.

(단, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$) [4점]

160421

21. 닫힌 구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & (-2 \leq x \leq 0) \\ -x+2 & (0 < x \leq 2) \end{cases}$$

이다. 좌표평면에서 $k > 1$ 인 실수 k 에 대하여 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 타원 $\frac{x^2}{k^2} + y^2 = 1$ 이 만나는 서로 다른 점의 개수를 $g(k)$ 라 하자. 함수 $g(k)$ 가 불연속이 되는 모든 k 의 값들의 제곱의 합은? [4점]

- ① 6 ② $\frac{25}{4}$ ③ $\frac{13}{2}$
④ $\frac{27}{4}$ ⑤ 7

160430

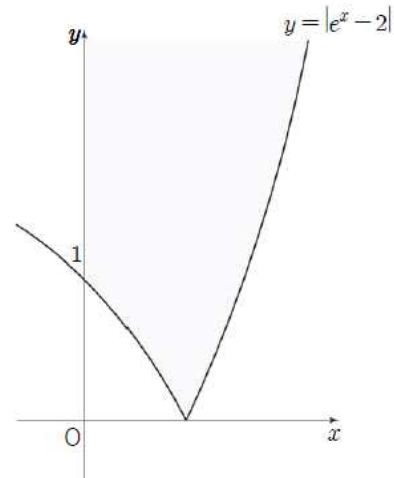
30. 좌표평면에서 x, y 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq |e^x - 2| \end{cases}$$

가 나타내는 영역을 D 라 하자. 양의 실수 t 에 대하여 영역 D 의 서로 다른 네 점을 꼭짓점으로 하는 정사각형 A 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 정사각형 A 의 한 변의 길이는 t 이다.
(나) 정사각형 A 의 한 변은 x 축과 평행하다.

정사각형 A 의 두 대각선의 교점의 y 좌표의 최솟값을 $f(t)$ 라 할 때, $f'(\ln 2) + f'(\ln 5) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



160621

21. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(x) \neq 1$
(나) $f(x) + f(-x) = 0$
(다) $f'(x) = \{1 + f(x)\}\{1 + f(-x)\}$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = -1$ 이다.
ㄴ. 함수 $f(x)$ 는 어떤 열린 구간에서 감소한다.
ㄷ. 곡선 $y = f(x)$ 는 세 개의 변곡점을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

160629

29. 양의 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(t)$ 에 대하여 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t \geq 1)$ 에서의 위치 (x, y) 가

$$\begin{cases} x=2\ln t \\ y=f(t) \end{cases}$$

이다. 점 P가 점 $(0, f(1))$ 로부터 움직인 거리가 s 가 될 때

시간 t 는 $t = \frac{s + \sqrt{s^2 + 4}}{2}$ 이고, $t=2$ 일 때 점 P의 속도는

$\left(1, \frac{3}{4}\right)$ 이다. 시간 $t=2$ 일 때 점 P의 가속도를 $\left(-\frac{1}{2}, a\right)$ 라

할 때, $60a$ 의 값을 구하시오. [4점]

160630

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가

상수 $a(0 < a < 2\pi)$ 와 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) f(x) = f(-x)$$

$$(나) \int_x^{x+a} f(t) dt = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

단원 구간 $\left[0, \frac{a}{2}\right]$ 에서 두 실수 b, c 에 대하여

$f(x) = b\cos(3x) + c\cos(5x)$ 일 때 $abc = -\frac{a}{p}\pi$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]

160720

20. 두 함수 $f(x) = \ln x$, $g(x) = \ln \frac{1}{x}$ 의 그래프가 만나는 점을

P라 할 때 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4점]

— <보 기> —

ㄱ. 점 P의 좌표는 $(1, 0)$ 이다.

ㄴ. 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 위의 점 P에서의 각각의 접선은 서로 수직이다.

ㄷ. $t > 1$ 일 때, $-1 < \frac{f(t)g(t)}{(t-1)^2} < 0$ 이다.

① ㄱ

② ㄷ

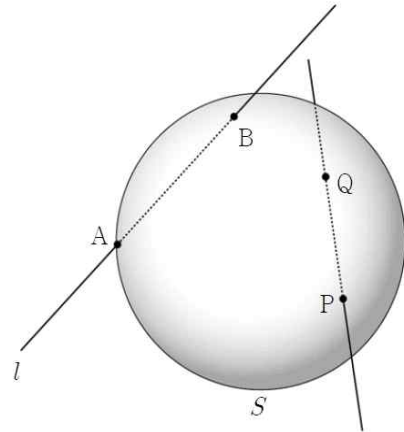
③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

160729

29. 그림과 같이 반지름의 길이가 2인 구 S 와 서로 다른 두 직선 l, m 이 있다. 구 S 와 직선 l 이 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A, B, 구 S 와 직선 m 이 만나는 서로 다른 두 점을 각각 P, Q라 하자. 삼각형 APQ는 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$ 인 정삼각형이고 $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$, $\angle ABQ = \frac{\pi}{2}$ 일 때 평면 APB와 평면 APQ가 이루는 각의 크기 θ 에 대하여 $100\cos^2\theta$ 의 값을 구하시오. [4점]



160730

30. $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ 인 θ 에 대하여 좌표평면 위의 두 직선 l, m 은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 두 직선 l, m 은 서로 평행하고 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기는 각각 θ 이다.

(나) 두 직선 l, m 은 곡선 $y = \sqrt{2-x^2} (-1 \leq x \leq 1)$ 과 각각 만난다.

두 직선 l 과 m 사이의 거리의 최댓값을 $f(\theta)$ 라 할 때,

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\theta) d\theta = a + b\sqrt{2}\pi$ 이다. $20(a+b)$ 의 값을 구하시오.

(단, a 와 b 는 유리수이다.) [4점]

160916

16. 직사각형 ABCD의 내부의 점 P가

$$\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD} = \overrightarrow{CA}$$

를 만족시킨다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PD} = 2\overrightarrow{CP}$
 ㄴ. $\overrightarrow{AP} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$
 ㄷ. 삼각형 ADP의 넓이가 3이면 직사각형 ABCD의 넓이는 8이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

160921

21. 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 모든 양의 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\left(\frac{f(x)}{x}\right)' = x^2 e^{-x^2}$
 (나) $g(x) = \frac{4}{e^4} \int_1^x e^{t^2} f(t) dt$

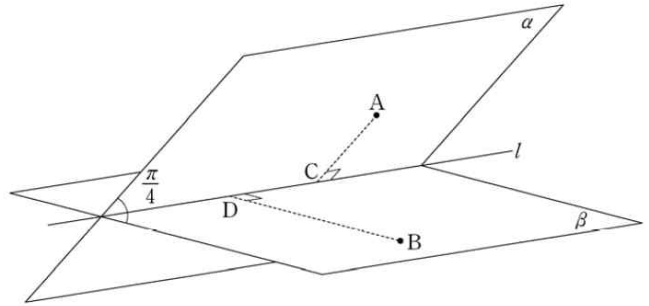
$f(1) = \frac{1}{e}$ 일 때, $f(2) - g(2)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{16}{3e^4}$ ② $\frac{6}{e^4}$ ③ $\frac{20}{3e^4}$ ④ $\frac{22}{3e^4}$ ⑤ $\frac{8}{e^4}$

160929

29. 그림과 같이 직선 l 을 교선으로 하고 이루는 각의 크기가

$\frac{\pi}{4}$ 인 두 평면 α 와 β 가 있고, 평면 α 위의 점 A와 평면 β 위의 점 B가 있다. 두 점 A, B에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자. $\overline{AB} = 2$, $\overline{AD} = \sqrt{3}$ 이고 직선 AB와 평면 β 가 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{6}$ 일 때, 사면체 ABCD의 부피는 $a+b\sqrt{2}$ 이다. $36(a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 유리수이다.) [4점]



160930

30. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 와 함수

$$g(x) = |2\sin(x+2|x|)+1|$$

에 대하여 함수 $h(x) = f(g(x))$ 는 실수 전체의 집합에서 이계도함수 $h''(x)$ 를 갖고, $h''(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다. $f'(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

161021

21. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(-x)$ 이다.
 (나) 모든 양의 실수 x 에 대하여 $f'(x) > 0$ 이다.
 (다) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \pi$

함수 $g(x) = \frac{\sin f(x)}{x}$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. 모든 양의 실수 x 에 대하여 $g(x) + g(-x) = 0$ 이다.
 ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0$
 ㄷ. $f(\alpha) = \frac{\pi}{2}$ ($\alpha > 0$)이면 방정식 $|g(x)| = \frac{1}{\alpha}$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

161029

29. 좌표공간에서 두 점 $A(0, 0, 2)$, $B(2, 4, -2)$ 에 대하여
두 점 P , Q 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP} = 0$, $|\overrightarrow{OP}| = 3$
(나) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BQ} = 0$, $|\overrightarrow{BQ}| = 2$

$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{AQ}$ 의 최댓값이 $a+b\sqrt{5}$ 일 때, 두 유리수 a , b 에 대하여
 ab 의 값을 구하시오. (단, 0는 원점이다.) [4점]

161118

18. 확률변수 X 는 평균이 m , 표준편차가 5인 정규분포를
따르고, 확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 가 다음 조건을
만족시킨다.

- (가) $f(10) > f(20)$
(나) $f(4) < f(22)$

m 이 자연수일 때, $P(17 \leq X \leq 18)$ 의
값을 오른쪽 표준정규분포표를
이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.6	0.226
0.8	0.288
1.0	0.341
1.2	0.385
1.4	0.419

- ① 0.044 ② 0.053 ③ 0.062 ④ 0.078 ⑤ 0.097

161120

20. 함수 $f(x) = e^{-x} \int_0^x \sin(t^2) dt$ 에 대하여 <보기>에서 옳은
것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- <보 기>
ㄱ. $f(\sqrt{\pi}) > 0$
ㄴ. $f'(a) > 0$ 을 만족시키는 a 가 열린 구간 $(0, \sqrt{\pi})$ 에
적어도 하나 존재한다.
ㄷ. $f'(b) = 0$ 을 만족시키는 b 가 열린 구간 $(0, \sqrt{\pi})$ 에
적어도 하나 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

161121

21. 닫힌 구간 $[0, 1]$ 에서 증가하는 연속함수 $f(x)$ 가

$$\int_0^1 f(x) dx = 2, \int_0^1 |f(x)| dx = 2\sqrt{2}$$

를 만족시킨다. 함수 $F(x)$ 가

$$F(x) = \int_0^x |f(t)| dt \quad (0 \leq x \leq 1)$$

일 때, $\int_0^1 f(x) F(x) dx$ 의 값은? [4점]

- ① $4 - \sqrt{2}$ ② $2 + \sqrt{2}$ ③ $5 - \sqrt{2}$
④ $1 + 2\sqrt{2}$ ⑤ $2 + 2\sqrt{2}$

161129

29. 한 모서리의 길이가 4인 정사면체 ABCD에서
삼각형 ABC의 무게중심을 O, 선분 AD의 중점을 P라 하자.
정사면체 ABCD의 한 면 BCD 위의 점 Q에 대하여 두 벡터
 $\overrightarrow{OQ}$ 와 $\overrightarrow{OP}$ 가 서로 수직일 때, $|\overrightarrow{PQ}|$ 의 최댓값은 $\frac{q}{p}$ 이다.
 $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p , q 는 서로소인 자연수이다.)
[4점]

161130

30. $x > a$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 -1 인
사차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.
(단, a 는 상수이다.)

- (가) $x > a$ 인 모든 실수 x 에 대하여
 $(x-a)f(x) = g(x)$ 이다.
(나) 서로 다른 두 실수 α, β 에 대하여 함수 $f(x)$ 는
 $x = \alpha$ 와 $x = \beta$ 에서 동일한 극댓값 M 을 갖는다.
(단, $M > 0$)
(다) 함수 $f(x)$ 가 극대 또는 극소가 되는 x 의 개수는
함수 $g(x)$ 가 극대 또는 극소가 되는 x 의 개수보다
많다.

$\beta - \alpha = 6\sqrt{3}$ 일 때, M 의 최솟값을 구하시오. [4점]

170321

21. 구간 $[0, 1]$ 에서 정의된 연속함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$F(x) = \int_0^x f(t) dt \quad (0 \leq x \leq 1)$$

은 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad F(x) = f(x) - x$$

$$(나) \quad \int_0^1 F(x) dx = e - \frac{5}{2}$$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

$$\neg. F(1) = e$$

$$\neg. \int_0^1 xF(x) dx = \frac{1}{6}$$

$$\neg. \int_0^1 \{F(x)\}^2 dx = \frac{1}{2}e^2 - 2e + \frac{11}{6}$$

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

170328

28. 연속함수 $f(x)$ 와 그 역함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad f(1)=1, f(3)=3, f(7)=7$$

$$(나) \quad x \neq 3 \text{인 모든 실수 } x \text{에 대하여 } f''(x) < 0 \text{이다.}$$

$$(다) \quad \int_1^7 f(x) dx = 27, \quad \int_1^3 g(x) dx = 3$$

$$12 \int_3^7 |f(x) - x| dx \text{의 값을 구하시오. [4점]}$$

170430

30. 최고차항의 계수가 1인 다항함수 $f(x)$ 와 함수

$$g(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad \text{방정식 } f(x)=0 \text{의 실근은 } 0 \text{과 } 2 \text{뿐이고 허근은 존재하지 않는다.}$$

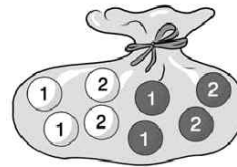
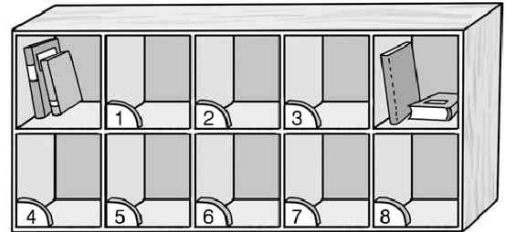
$$(나) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)^3}{f(x)} \text{이 존재한다.}$$

$$(다) \quad \text{함수 } \left| \frac{g(x)}{x} \right| \text{는 } x = \frac{5}{4} \text{에서 연속이고 미분가능하지 않다.}$$

함수 $g(x)$ 의 극솟값을 k 라 할 때, $27k$ 의 값을 구하시오. [4점]

170428

28. 그림과 같이 주머니에 숫자 1이 적힌 흰 공과 검은 공이 각각 2개, 숫자 2가 적힌 흰 공과 검은 공이 각각 2개가 들어 있고, 비어 있는 8개의 칸에 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 진열장이 있다.



숫자가 적힌 8개의 칸에 주머니 안의 공을 한 칸에 한 개씩 모두 넣을 때, 숫자 4, 5, 6이 적힌 칸에 넣는 세 개의 공이 적힌 수의 합이 5이고 모두 같은 색이 되도록 하는 경우의 수를 구하시오. (단, 모든 공은 크기와 모양이 같다.) [4점]