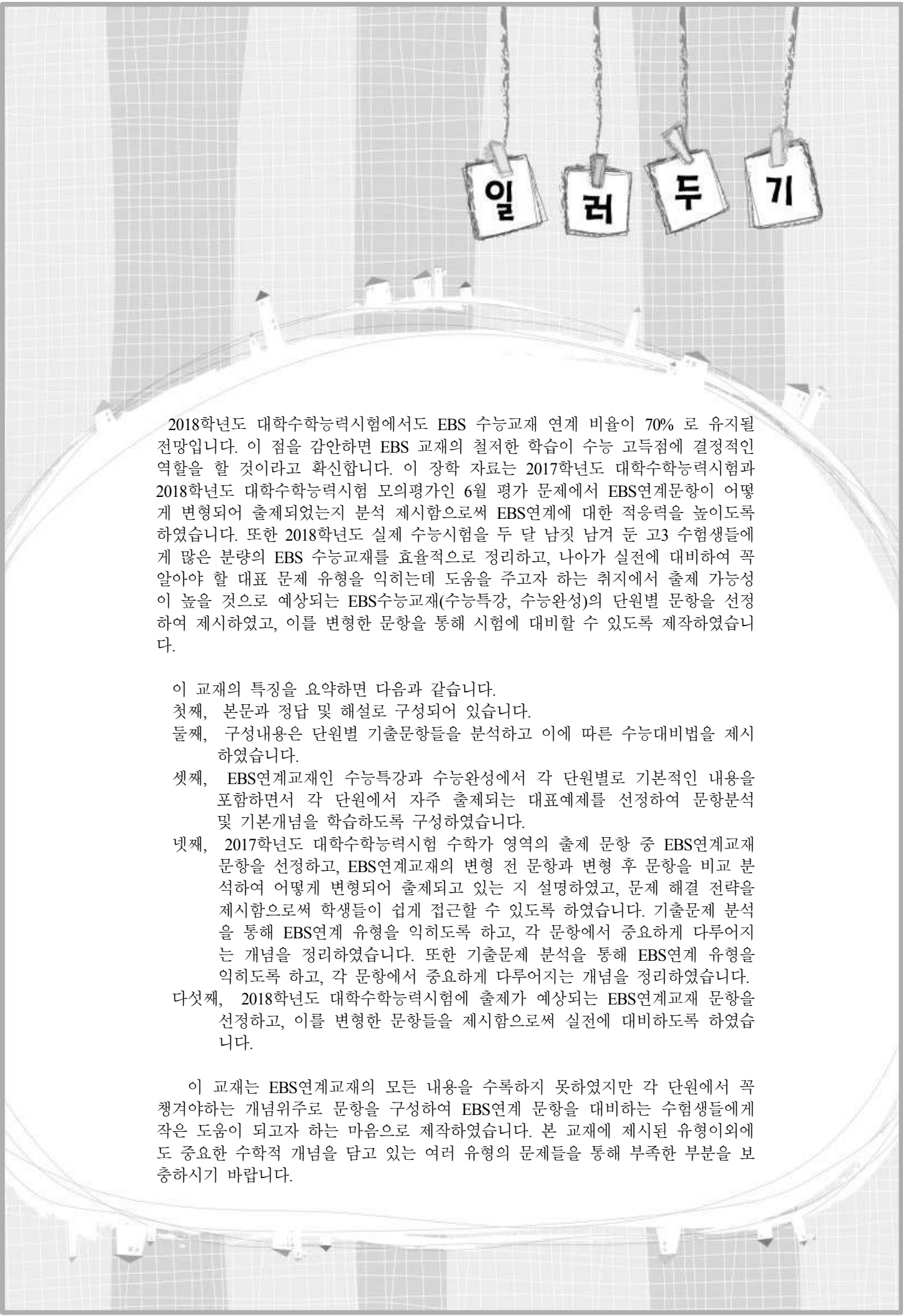


2018 수능 대비 EBS 연계 장학자료

# 수 학 (가형)



**부산광역시교육청**  
BUSAN METROPOLITAN CITY OFFICE OF EDUCATION



# 일러두기

2018학년도 대학수학능력시험에서도 EBS 수능교재 연계 비율이 70%로 유지될 전망입니다. 이 점을 감안하면 EBS 교재의 철저한 학습이 수능 고득점에 결정적인 역할을 할 것이라고 확신합니다. 이 장학 자료는 2017학년도 대학수학능력시험과 2018학년도 대학수학능력시험 모의평가인 6월 평가 문제에서 EBS연계문항이 어떻게 변형되어 출제되었는지 분석 제시함으로써 EBS연계에 대한 적응력을 높이도록 하였습니다. 또한 2018학년도 실제 수능시험을 두 달 남짓 남겨 둔 고3 수험생들에게 많은 분량의 EBS 수능교재를 효율적으로 정리하고, 나아가 실전에 대비하여 꼭 알아야 할 대표 문제 유형을 익히는데 도움을 주고자 하는 취지에서 출제 가능성이 높을 것으로 예상되는 EBS수능교재(수능특강, 수능완성)의 단원별 문항을 선정하여 제시하였고, 이를 변형한 문항을 통해 시험에 대비할 수 있도록 제작하였습니다.

이 교재의 특징을 요약하면 다음과 같습니다.

첫째, 본문과 정답 및 해설로 구성되어 있습니다.

둘째, 구성내용은 단원별 기출문항들을 분석하고 이에 따른 수능대비법을 제시 하였습니다.

셋째, EBS연계교재인 수능특강과 수능완성에서 각 단원별로 기본적인 내용을 포함하면서 각 단원에서 자주 출제되는 대표예제를 선정하여 문항분석 및 기본개념을 학습하도록 구성하였습니다.

넷째, 2017학년도 대학수학능력시험 수험가 영역의 출제 문항 중 EBS연계교재 문항을 선정하고, EBS연계교재의 변형 전 문항과 변형 후 문항을 비교 분석하여 어떻게 변형되어 출제되고 있는 지 설명하였고, 문제 해결 전략을 제시함으로써 학생들이 쉽게 접근할 수 있도록 하였습니다. 기출문제 분석을 통해 EBS연계 유형을 익히도록 하고, 각 문항에서 중요하게 다루어지는 개념을 정리하였습니다. 또한 기출문제 분석을 통해 EBS연계 유형을 익히도록 하고, 각 문항에서 중요하게 다루어지는 개념을 정리하였습니다.

다섯째, 2018학년도 대학수학능력시험에 출제가 예상되는 EBS연계교재 문항을 선정하고, 이를 변형한 문항들을 제시함으로써 실전에 대비하도록 하였습니다.

이 교재는 EBS연계교재의 모든 내용을 수록하지 못하였지만 각 단원에서 꼭 챙겨야 하는 개념위주로 문항을 구성하여 EBS연계 문항을 대비하는 수험생들에게 작은 도움이 되고자 하는 마음으로 제작하였습니다. 본 교재에 제시된 유형이외에도 중요한 수학적 개념을 담고 있는 여러 유형의 문제들을 통해 부족한 부분을 보충하시기 바랍니다.

# C/O/N/T/E/N/T/S

|                            |     |                              |     |
|----------------------------|-----|------------------------------|-----|
| <b>I. 지수함수와 로그함수</b> ..... | 1   | 13. 평면벡터의 성분과 내적 .....       | 131 |
| 01. 지수함수와 로그함수의 뜻과 그래프     | 2   | 14. 평면 운동                    | 142 |
| 02. 지수함수와 로그함수의 미분         | 12  | <b>VII. 공간도형과 공간벡터</b> ..... | 150 |
| <b>II. 삼각함수</b> .....      | 23  | 15. 공간도형                     | 151 |
| 03. 삼각함수의 뜻과 그래프           | 24  | 16. 공간좌표                     | 159 |
| 04. 삼각함수의 미분               | 33  | 17. 공간벡터                     | 168 |
| <b>III. 미분법</b> .....      | 45  | 18. 도형의 방정식                  | 178 |
| 05. 여러 가지 미분법              | 46  | <b>VIII. 순열과 조합</b> .....    | 188 |
| 06. 도함수의 활용                | 57  | 19. 순열                       | 189 |
| <b>IV. 적분법</b> .....       | 66  | 20. 조합                       | 198 |
| 07. 부정적분                   | 67  | 21. 이항정리와 분할                 | 208 |
| 08. 정적분                    | 75  | <b>IX. 확률</b> .....          | 218 |
| 09. 정적분의 활용                | 90  | 22. 확률                       | 219 |
| <b>V. 평면 곡선</b> .....      | 102 | 23. 조건부확률                    | 229 |
| 10. 이차곡선                   | 103 | <b>X. 통계</b> .....           | 241 |
| 11. 평면 곡선의 접선              | 113 | 24. 이산확률분포                   | 242 |
| <b>VI. 평면벡터</b> .....      | 122 | 25. 연속확률분포                   | 250 |
| 12. 벡터의 연산                 | 123 | 26. 통계적 추정                   | 259 |
|                            |     | 정답 및 해설                      | 269 |

# I. 지수함수



## 기출 문항 분석

지수함수와 로그함수의 그래프에서 점근선, 평행이동, 대칭이동 등을 이용하는 문제와 밑의 크기에 대한 주의가 필요한 지수에 미지수를 포함한 방정식과 부등식 및 로그의 진수에 미지수를 포함한 부등식 문제가 출제되고 있다. 또한 지수함수와 로그함수의 극한을 묻거나  $e$ 의 정의를 이용한 극한을 묻는 문제 및 로그함수와 지수함수의 미분법을 활용하여 연속성, 미분가능성을 묻는 문제가 출제되고 있다.

특히 로그를 이용하여 실생활 문제를 해결하는 문제가 매년 출제되어 왔으나 2017학년도 대학수학능력시험에는 나오지 않았다. 하지만 출제여부와 상관없이 중요한 단원이기 때문에 기출문제 및 비슷한 유형의 문제를 통해 연습한다면 큰 어려움 없이 해결 가능할 것이다.

또한 지수함수와 로그함수의 역함수 관계를 이용하고 그래프를 그린 후 해결하는 문제가 높은 난도로 출제되고 있으며 점근선 및 평행이동 그래프를 그리는 연습을 충분히 하고, 각 함수의 그래프의 특징을 정확히 정리해 두는 것이 필요하다.

### 출제경향포인트

| 출제 연도           | 기출 문항의 형태                          |
|-----------------|------------------------------------|
| 2015수능. B형. 22번 | 로그를 이용하여 실생활 문제를 해결하는 문제(단답형 3점)   |
| 2015수능. B형. 25번 | 로그방정식의 해를 구하는 문제(단답형 3점)           |
| 2016수능. B형. 10번 | 지수방정식을 활용한 실생활 문제(정답형 3점)          |
| 2017수능. 가형. 2번  | 지수함수와 로그함수의 극한을 구하는 문제(정답형 2점)     |
| 2017수능. 가형. 23번 | 지수에 미지수가 있는 부등식의 해를 구하는 문제(단답형 3점) |

# 01 지수함수와 로그함수의 뜻과 그래프



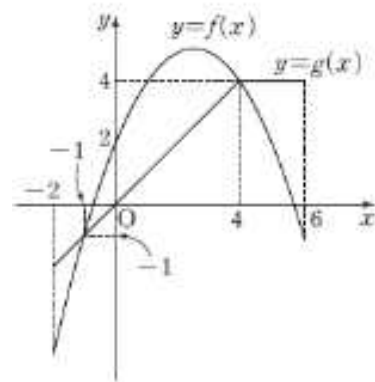
2018수능대비 EBS 대표 예제 /

2017년 수능특강 미적분 II 13쪽 4번

그림과 같이 닫힌 구간  $[-2, 6]$ 에서 두 함수  $y=f(x)$ ,  $y=g(x)$ 의 그래프가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $f(-1) = -1$ ,  $f(0) = 2$ ,  $f(4) = 4$

(나)  $g(-1) = -1$ ,  $g(0) = 0$ ,  $g(4) = 4$



닫힌 구간  $[-2, 6]$ 에서 부등식  $2 - \log_2 \{4f(x)\} \leq \log_{\frac{1}{2}} g(x)$ 를 만족시키는 모든 정수  $x$ 의 값의 합을 구하시오.

## EBS 문항 분석

- 가. 로그 부등식의 해를 주어진 그래프를 이용하여 찾는 문제이다.  
나. 부등식의 해를 구하고 진수 조건도 확인해야 오류를 피할 수 있다.



## 다시 보는 개념 !!

가. 로그 부등식 풀이

1)  $\log_a f(x) < b \Leftrightarrow \log_a f(x) < \log_a a^b$

①  $a > 1$ 인 경우 : 부등식  $0 < f(x) < a^b$ 으로 변형하여  $x$ 의 값의 범위를 구한다.

②  $0 < a < 1$ 인 경우 : 부등식  $f(x) > a^b$ 으로 변형하여  $x$ 의 값의 범위를 구한다.

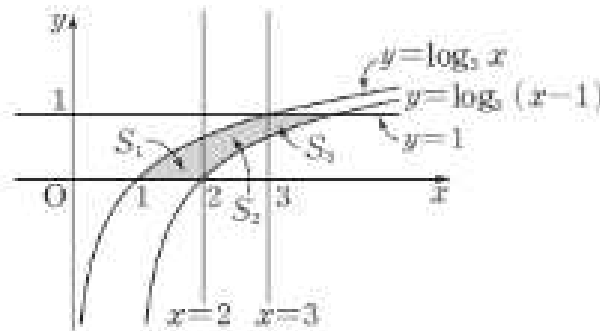
2) 부등식  $\log_a f(x) < \log_a g(x)$ 의 풀이

①  $a > 1$ 인 경우 : 부등식  $0 < f(x) < g(x)$ 으로 변형하여  $x$ 의 값의 범위를 구한다.

②  $0 < a < 1$ 인 경우 : 부등식  $f(x) > g(x) > 0$ 으로 변형하여  $x$ 의 값의 범위를 구한다.



그림과 같이 함수  $y = \log_3 x$ 의 그래프와  $x$ 축 및 직선  $x=2$ 로 둘러싸인 색칠된 부분의 넓이를  $S_1$ , 두 함수  $y = \log_3 x, y = \log_3(x-1)$ 의 그래프와 두 직선  $x=2, x=3$ 으로 둘러싸인 색칠된 부분의 넓이를  $S_2$ , 함수  $y = \log_3(x-1)$ 의 그래프와 두 직선  $x=3, y=1$ 로 둘러싸인 색칠된 부분의 넓이를  $S_3$ 이라 하자. 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?



&lt; 보 기 &gt;

㉠.  $S_1 < \frac{1}{2} \log_3 2$

㉡.  $S_1 + S_2 > \frac{1 + \log_3 2}{2}$

㉢.  $S_1 + S_2 + S_3 < 1$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉡

⑤ ㉡, ㉢

## EBS 문항 분석

가. 로그함수 그래프의 평행이동을 통한 넓이의 변화 관계를 알아보는 문제이다.

나. 평행이동한 그래프의 주어진 구간에서의 넓이가 같다는 것을 이용하면 쉽게 해결할 수 있다.



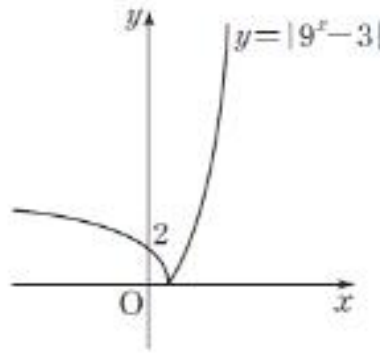
## 다시 보는 개념 !!

가. 로그함수의 그래프

- 1)  $a > 0, a \neq 1$ 인 실수  $a$ 에 대하여 로그함수  $y = \log_a x$ 의 그래프는 두 점  $(1, 0), (a, 1)$ 을 지나고,  $y$ 축(또는 직선  $x=0$ )을 점근선으로 한다.
- 2)  $a > 0, a \neq 1$ 인 실수  $a$ 에 대하여 로그함수  $y = \log_a x$ 의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $m$ 만큼,  $y$ 축으로  $n$ 만큼 평행이동한 그래프의 식은  $y = \log_a(x-m) + n$ 이고,  $x=m$ 을 점근선으로 한다.



좌표평면 위의 두 곡선  $y=|9^x-3|$ 과  $y=2^{x+k}$ 이 만나는 서로 다른 두 점의  $x$ 좌표를  $x_1, x_2$  ( $x_1 < x_2$ )라 할 때,  $x_1 < 0, 0 < x_2 < 2$ 를 만족시키는 모든 자연수  $k$ 의 값의 합은?



① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

## EBS 문항 분석

가. 지수함수의 그래프를 이용하여 주어진 조건을 만족시키는 자연수를 구할 수 있는지를 묻는 문제이다.

나.  $x=0$ 일 때는  $y=2^{x+k}$ 의 그래프가 2이상이어야 하고 와  $x=2$ 일 때는  $y=|9^x-3|$ 의 그래프보다 아래에 있어야 함을 알면 문제를 해결할 수 있다.



## 다시 보는 개념 !!

가. 지수함수  $y=a^x$  ( $a>0, a\neq 0$ )의 성질

- 1) 정의역은 실수 전체의 집합, 치역은 양의 실수 전체의 집합이다.
- 2) 그래프는 점  $(0, 1)$ 을 지나고,  $x$ 축을 점근선으로 한다.
- 3)  $a > 1$ 일 때 증가함수,  $0 < a < 1$ 일 때 감소함수이다.

나. 도형의 이동

방정식  $f(x, y)=0$ 이 나타내는 도형을

- 1)  $x$ 축의 방향으로  $a$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $b$ 만큼 평행이동한 도형의 방정식

$$f(x-a, y-b)=0$$

- 2)  $x$ 축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식

$$f(x, -y)=0$$

- 3)  $y$ 축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식

$$f(-x, y)=0$$

- 4) 원점에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식

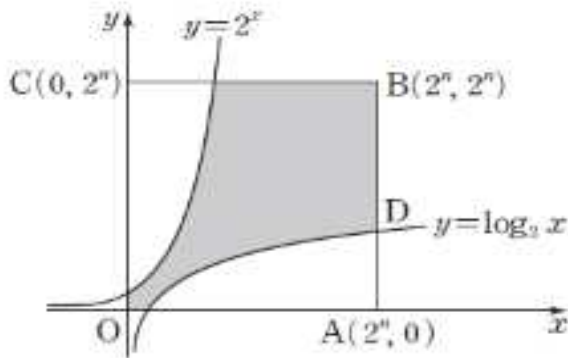
$$f(-x, -y)=0$$

- 5) 직선  $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식

$$f(y, x)=0$$



자연수  $n$ 에 대하여 좌표평면에서 꼭짓점의 좌표가  
 $O(0, 0)$ ,  $A(2^n, 0)$ ,  $B(2^n, 2^n)$ ,  $C(0, 2^n)$ 인 정사각형  $OABC$ 와 두 곡선  
 $y = 2^x$ ,  $y = \log_2 x$ 가 있다.



선분  $AB$ 가 곡선  $y = \log_2 x$ 와 만나는 점을  $D$ 라 하자. 선분  $AD$ 를  $2:3$ 으로 내분하는 점을 지나고  $y$ 축에 수직인 직선이 곡선  $y = \log_2 x$ 와 만나는 점을  $E$ , 점  $E$ 를 지나고  $x$ 축에 수직인 직선이 곡선  $y = 2^x$ 과 만나는 점을  $F$ 라 하자. 점  $F$ 의  $y$ 좌표가  $16$ 일 때, 직선  $DF$ 의 기울기는?

- ①  $-\frac{13}{28}$       ②  $-\frac{25}{56}$       ③  $-\frac{3}{7}$       ④  $-\frac{23}{56}$       ⑤  $-\frac{11}{28}$

### EBS 문항 분석

가. 지수함수의 그래프와 로그함수의 그래프를 이용하여 조건에 맞는 직선  $DF$ 의 기울기를 구할 수 있는지를 묻는 문제이다.

나. 점  $F$ 의 좌표를  $(a, 16)$ 으로 두고 다른 점들을 찾아가면 점  $E$ 의 좌표를 구할 수 있고 또한 점  $D$ 의 좌표도 구할 수 있으므로 직선  $DF$ 의 기울기를 구할 수 있다.



### 다시 보는 개념 !!

가.  $a > 0, a \neq 1$ 인 실수  $a$ 에 대하여 로그함수  $y = \log_a x$ 는 지수함수  $y = a^x$ 의 역함수이다.

나. 지수함수  $y = a^x$  ( $a > 0, a \neq 0$ )의 정의역은 실수 전체의 집합, 치역은 양의 실수 전체의 집합이고 그래프는 점  $(0, 1)$ 을 지나고,  $x$ 축을 점근선으로 한다.

다.  $a > 0, a \neq 1$ 인 실수  $a$ 에 대하여 로그함수  $y = \log_a x$ 의 그래프는 두 점  $(1, 0)$ ,  $(a, 1)$ 을 지나고,  $y$ 축(또는 직선  $x = 0$ )을 점근선으로 한다.



## EBS 기출분석 1

### 기출 문항

2017학년도 대수능 수학 가형 23번

부등식  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-5} \geq 4$ 를 만족시키는 모든 자연수  $x$ 의 값의 합을 구하시오. [3점]



EBS 교재

연계문항 없음.



### 문항풀이 Point !!

가. 지수부등식의 풀이

1)  $a^{f(x)} < a^{g(x)}$ 의 꼴 (단,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ )

①  $a > 1$ 일 때,  $a^{f(x)} < a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$

②  $0 < a < 1$ 일 때,  $a^{f(x)} < a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$

2)  $a^{f(x)} < b^{g(x)}$ 의 꼴 (단,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $b > 0$ ,  $b \neq 1$ )

양변에 로그를 취하여 푼다. 즉,  $f(x)\log a < g(x)\log b$



## EBS 기출분석 2

### 기출 문항

2018학년도 대수능 6월 모의평가 수학 가형 8번

부등식

$$2\log_2|x-1| \leq 1 - \log_2 \frac{1}{2}$$

을 만족시키는 모든 정수  $x$ 의 개수는? [3점]

- ① 2                      ② 4                      ③ 6                      ④ 8                      ⑤ 10



EBS 교재

2017 수능특강 미적분Ⅱ 11쪽 예제4번

부등식  $\log_{\frac{1}{2}}(x-2) > 1 - \log_2 x$ 를 만족시키는 모든 실수  $x$ 값의 범위가  $\alpha < x < \beta$ 이다.

$\alpha + \beta$ 의 값은?

- ① 2                      ② 4                      ③ 6                      ④ 8                      ⑤ 10



### EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 문항의 축소, 확대, 변형을 이용한 출제

나. 기출문항과 EBS교재의 문항은 같은 유형의 문제로 진수자리에 절댓값이 추가되어 변형되어 출제되었으며 기출문항이 연계문항보다 어렵다.



### 문항포인트 Point !!

가.  $a > 1$ 인 경우 :  $\log_a f(x) < \log_a g(x) \Leftrightarrow 0 < f(x) < g(x)$

나.  $0 < a < 1$ 인 경우 :  $\log_a f(x) < \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x) > 0$



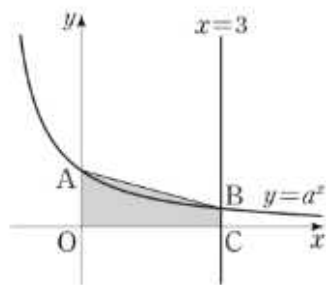
## EBS연계 예상문항



2018수능대비 EBS연계 예상문항/

2017 수능특강 미적분Ⅱ 5쪽 예제 1번 변형

그림과 같이 지수함수  $y = a^x$ 의 그래프가  $y$ 축과 만나는 점을 A, 직선  $x = 3$ 과 만나는 점을 B라 하자. 원점 O와 점 C(3, 0)에 대하여 사각형 OCBA의 넓이가 2일 때, 양수  $a$ 의 값은?



①  $\frac{1}{2}$

②  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

③  $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$

④  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

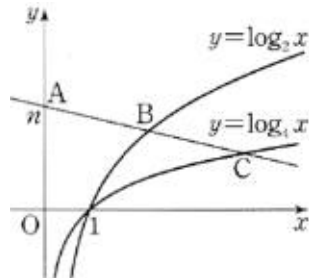
⑤  $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$



풀 이



그림과 같이 점  $A(0, n)$  을 지나는 직선이 두 함수  $y = \log_2 x$ ,  $y = \log_4 x$  의 그래프와 만나는 점을 각각 B, C 라 하자. 점 B 의  $x$  좌표는 1000 보다 작은 자연수일 때,  $\overline{AB} = \overline{BC}$  가 되도록 하는 자연수  $n$  의 개수를 구하시오.



풀 이



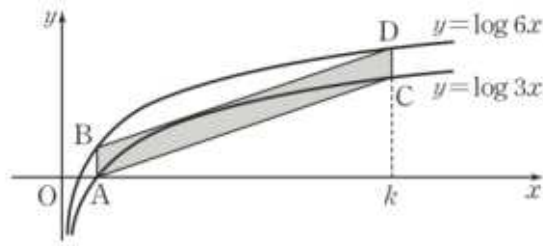
함수  $y = 2^x$ 의 그래프를  $y$ 축에 대하여 대칭이동한 후,  $x$ 축의 방향으로  $m$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $n$ 만큼 평행이동하였더니 함수  $y = \frac{4}{2^x} - 6$ 의 그래프와 일치하였다.  $m - n$ 의 값을 구하시오.



풀 이



그림과 같이 두 함수  $f(x) = \log 3x$ ,  $g(x) = \log 6x$ 에 대하여 곡선  $y = f(x)$ 가  $x$ 축과 만나는 점을 A라 하고, 점 A를 지나고  $x$ 축에 수직인 직선이 곡선  $y = g(x)$ 와 만나는 점을 B라 하자. 1보다 큰 실수  $k$ 에 대하여 직선  $x = k$ 가 곡선  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ 와 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 사각형 BACD의 넓이가  $\log 8$ 일 때, 상수  $k$ 의 값은?



- ①  $\frac{8}{3}$       ② 3      ③  $\frac{10}{3}$       ④  $\frac{11}{3}$       ⑤ 4



풀이

# 02 지수함수와 로그함수의 미분



2018수능대비 EBS 대표 예제 /

2017년 수능특강 미적분Ⅱ 17쪽 유제2번

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log_2 x + 4}{\log_3 x + 2}$ 의 값은?

- ① 0                      ②  $\log_3 2$                       ③ 1                      ④  $\log_2 3$                       ⑤ 2

## EBS 문항 분석

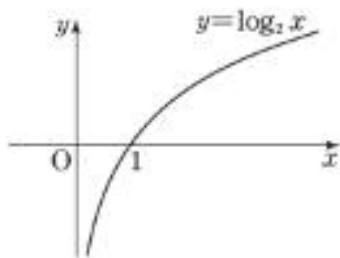
가. 로그함수의 극한을 구할 수 있는지를 묻는 문제이다.

나. 로그함수의 밑변환 공식을 이용하여 극한 값을 구하면 쉽게 해결할 수 있다.



## 다시 보는 개념 !!

가.  $a > 1$ 인 경우  $\lim_{x \rightarrow \infty} \log_a x = \infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \log_a x = -\infty$



나. 로그의 성질

$a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $c > 0$ ,  $c \neq 1$ ,  $m > 0$ ,  $n > 0$  일 때,

(1)  $\log_a 1 = 0$ ,  $\log_a a = 1$

(2)  $\log_a mn = \log_a m + \log_a n$

(3)  $\log_a \frac{m}{n} = \log_a m - \log_a n$

(4)  $\log_a m^r = r \log_a m$  ( $r$ 는 임의의 실수)

나. 로그의 밑의 변환 공식  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $c > 0$ ,  $c \neq 1$  일 때,

(1)  $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$  (단,  $b > 0$ )

(2)  $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$  (단,  $b > 0$ ,  $b \neq 1$ )



함수  $f(x) = x \times 2^x$ 에 대하여  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1-2h)}{h}$ 의 값은?

- ①  $2(1 + \ln 2)$     ②  $4(1 + \ln 2)$     ③  $6(1 + \ln 2)$     ④  $8(1 + \ln 2)$     ⑤  $10(1 + \ln 2)$

### EBS 문항 분석

가. 미분계수의 정의를 이용하여 주어진 함수의 미분계수를 구하는 문항이다.

나. 주어진 식이  $3f'(1)$ 임을 알면 주어진 함수를 곱의 미분법에 의해 미분하여 쉽게 구할 수 있다.



### 다시 보는 개념 !!

가. 함수  $y = f(x)$ 의  $x = a$ 에서의 미분계수  $f'(a)$ 는 다음과 같다.

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

나. 극한  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a-2h)}{h}$ 은  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a) + f(a) - f(a-2h)}{h}$ 의 꼴로 변형시킬 수 있다.

다. 미분가능한 두 함수  $f(x), g(x)$ 에 대하여  $\{f(x)g(x)\}' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

라. 지수함수  $y = a^x$  ( $a > 0, a \neq 1$ )에 대하여  $y' = a^x \ln a$



함수  $f(x) = \log_3(3x^2)$ 에 대하여  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1)}{h}$ 의 값은?

- ①  $\frac{5}{\ln 3}$       ②  $\frac{4}{\ln 3}$       ③  $\frac{3}{\ln 3}$       ④  $\frac{2}{\ln 3}$       ⑤  $\frac{1}{\ln 3}$

### EBS 문항 분석

- 가. 미분계수의 정의를 이용하는 가장 대표적인 문제이다.  
 나. 위의 문제처럼 미분계수의 정의를 이용하여 복잡한 식에서 미분계수를 구하는 문제가 출제될 가능성이 높다.  
 다. 로그함수의 도함수와 로그의 성질을 이용하면 주어진 함수의 도함수를 쉽게 구할 수 있다.



### 다시 보는 개념 !!

가. 함수  $y = f(x)$ 의  $x = a$ 에서의 미분계수  $f'(a)$ 는 다음과 같다.

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

나. 로그의 성질

$a > 0, a \neq 1, M > 0, N > 0$  일 때

- (1)  $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$   
 (2)  $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$   
 (3)  $\log_a M^k = k \log_a M$  (단,  $k$ 는 실수)



$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{a(x-1)} - 3x + b}{\log_2 x} = 3 \ln 2 \text{ 일 때, } a+b \text{의 값은? (단, } a, b \text{는 상수이다.)}$$

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

**EBS 문항 분석**

가. 지수함수와 로그함수의 극한값을 구하는 문항이다.

나. 극한값이 존재하므로 분모에 있는 식의 값이 0으로 가면 분자에 있는 식의 값도 0이 되어야 하며 이를 이용하여 상수  $b$ 의 값을 구할 수 있다.

다. 주어진 식을 정리하면 두 함수의 미분계수 식을 유도할 수 있으므로 상수  $a, b$ 를 쉽게 구할 수 있다.

**다시 보는 개념 !!**

가. 지수함수의 도함수

①  $y = e^{f(x)}$  이면  $y' = e^{f(x)} \cdot f'(x)$

②  $y = a^{f(x)}$  이면  $y' = a^{f(x)} \cdot \ln a \cdot f'(x)$  (단,  $a > 0, a \neq 1$ )

나. 로그함수의 도함수

①  $y = \ln |f(x)|$  이면  $y' = \frac{f'(x)}{f(x)}$  (단,  $f(x) \neq 0$ )

②  $y = \log_a |f(x)|$  이면  $y' = \frac{f'(x)}{f(x) \ln a}$  (단,  $a > 0, a \neq 1, f(x) \neq 0$ )



## EBS 기출분석 1

### 기출 문항

2017학년도 대수능 수학 가형 2번

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{6x} - 1}{\ln(1+3x)}$  의 값은? [2점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5



### EBS 교재

2016 수능완성 수학기형 170쪽 3번

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{6x} - 1}{\ln(2x+1)}$  의 값은 ?

- ① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

### EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 동일한 개념 및 원리를 활용하여 출제

나. 기출문항과 EBS교재의 문항은 동일한 개념을 묻고 있으며 난이도 역시 같은 수준으로 확실한 연계문항이다.



### 문항포인트 Point !!

가.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$

나.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(1+x)}{x} = \log_a e$

다.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a$

라.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = \ln e = 1$

마.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = \ln e = 1$



## EBS 기출분석 2

### 기출 문항

2018학년도 대수능 6월 모의평가 수학 가형 5번

함수  $f(x) = e^x(2x+1)$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ①  $8e$       ②  $7e$       ③  $6e$       ④  $5e$       ⑤  $4e$



### EBS 교재

2017 수능특강 미적분Ⅱ 24쪽 4번

함수  $f(x) = a^x + (\ln 2)x$ 에 대하여  $f'(0) = 0$ 일 때,  $f'(-1)$ 의 값은? (단,  $a > 0, a \neq 1$ )

- ①  $-3\ln 2$       ②  $-\ln 2$       ③  $\ln 2$       ④  $3\ln 2$       ⑤  $5\ln 2$



### EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 문항의 축소, 확대, 변형을 이용한 출제

나. 기출문항과 EBS교재의 문항은 같은 유형의 문제로 변형되어 출제되었으며 기출문항이 연계문항보다 쉽다.



### 문항포인트 Point !!

가. 지수함수의 도함수

- ①  $y = e^{f(x)}$ 이면  $y' = e^{f(x)} \cdot f'(x)$   
 ②  $y = a^{f(x)}$ 이면  $y' = a^{f(x)} \cdot \ln a \cdot f'(x)$  (단,  $a > 0, a \neq 1$ )

나. 로그함수의 도함수

- ①  $y = \ln |f(x)|$ 이면  $y' = \frac{f'(x)}{f(x)}$  (단,  $f(x) \neq 0$ )  
 ②  $y = \log_a |f(x)|$ 이면  $y' = \frac{f'(x)}{f(x)\ln a}$  (단,  $a > 0, a \neq 1, f(x) \neq 0$ )



## EBS 기출분석 3

### 기출 문항

2018학년도 대수능 6월 모의평가 수학 가형 3번

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{x}$  의 값은? [2점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5



### EBS 교재

2017 수능특강 미적분Ⅱ 19쪽 유제4번

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(ax+1)}{x+b} = 2$  일 때,  $a+b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.)

- ① -2                      ② -1                      ③ 0                      ④ 1                      ⑤ 2

### EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 문항의 축소, 확대, 변형을 이용한 출제

나. 기출문항과 EBS교재의 문항은 같은 유형의 문제로 변형되어 출제되었으며 기출문항이 연계문항보다 쉽다.



### 문항포인트 Point !!

가.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$

나.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$  임을 이용하여 극한값을 구해야 한다.



## EBS연계 예상문항



2018수능대비 EBS연계 예상문항/

2017 수능특강 미적분Ⅱ 19쪽 유제 4번 변형

연속함수  $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \{1 + f(2x)\}}{x} = 10$$

일 때,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5



풀 이



함수  $f(x)$ 가  $x > 0$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여 부등식

$$e \ln x \leq f(x) \leq e^x - e$$

를 만족시킬 때,  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^2 - 1}$ 의 값은?

①  $\frac{e}{4}$

②  $\frac{e}{3}$

③  $\frac{e}{2}$

④  $e$

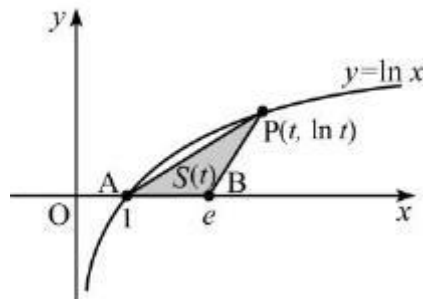
⑤  $2e$



풀 이



곡선  $y = \ln x$  위를 움직이는 점  $P(t, \ln t)$  와 두 점  $A(1, 0)$ ,  $B(e, 0)$  에 대하여 삼각형 PAB 의 넓이를  $S(t)$  라 할 때,  $\lim_{t \rightarrow 1+} \frac{S(t)}{t-1}$  의 값은?



- ①  $e-1$       ②  $2(e-1)$       ③  $\frac{e-1}{2}$       ④  $\frac{e-1}{2e}$       ⑤  $\frac{e(e-1)}{2}$



풀이



세 양수  $a, b, c$ 에 대하여 함수  $f(x) = a \log_b x + c$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 곡선  $y = f(x)$ 는 두 점  $(1, 4), (b, 6)$ 을 지난다.

(나)  $f'(1) = \frac{1}{\ln 2}$

$a+b+c$ 의 값을 구하시오. (단,  $b \neq 1$ )



풀 이

## II. 삼각함수



### 기출 문항 분석

이 단원에서는 2015년에 3문항, 2016년에 4문항, 2017년에 2문항이 출제되었다. 그 중에서도 삼각함수를 활용하여 극한값을 구하는 문항은 매년 출제가 되었고, 2015~2016년과 2017년의 수학과 출제 범위가 약간 조정되어 2015년에 출제되었던 삼각함수의 합성을 이용하는 문항은 2017년에 출제 범위에서 제외되었으며, 삼각방정식의 근을 구하는 문항이 2017년에 출제 되었다. 출제 내용을 살펴보면, 삼각함수의 성질과 삼각함수 사이의 관계를 이용하여 문제에서 요구하는 삼각함수식을 만든 후에 삼각함수의 극한을 이용하여 극한값을 구하는 문제, 삼각함수의 미분법 등이 출제되었다. 출제된 내용이 반복해서 출제되므로 관련된 개념을 잘 숙지하고 삼각함수의 그래프를 이용하는 방정식, 부등식에 대해서도 공부해야 한다.

### 출제경향포인트

| 출제 연도           | 기출 문항의 형태                           |
|-----------------|-------------------------------------|
| 2015수능, B형, 3번  | 삼각함수의 합성을 이용하여 최댓값을 구하는 문항 (정답형 2점) |
| 2015수능, B형, 20번 | 삼각함수를 활용하여 극한값을 구하는 문항 (정답형 4점)     |
| 2015수능, B형, 23번 | 삼각함수를 미분하여 미분계수를 구하는 문항 (단답형 3점)    |
| 2016수능, B형, 2번  | 함수의 극한값을 구하는 문항 (정답형 2점)            |
| 2016수능, B형, 15번 | 삼각함수의 합성을 이용하여 최댓값을 구하는 문항 (정답형 4점) |
| 2016수능, B형, 23번 | 삼각함수를 미분하여 미분계수를 구하는 문항 (단답형 3점)    |
| 2016수능, B형, 28번 | 삼각함수를 활용하여 극한값을 구하는 문항 (단답형 4점)     |
| 2017수능, 가형, 14번 | 삼각함수를 활용하여 극한값을 구하는 문항 (정답형 4점)     |
| 2017수능, 가형, 25번 | 삼각방정식의 근을 구하는 문항 (단답형 3점)           |

# 03 삼각함수의 뜻과 그래프



2018수능대비 EBS 대표 예제 /

2017년 수능특강 미적분Ⅱ 39쪽 4번

$0 < x < 2\pi$ 에서 방정식  $\cos^2 x + a \sin x - \sin^2 x - 1 = 0$ 의 실근을 작은 수부터 크기순으로 나열하면 그 순서대로 등차수열을 이룬다고 할 때, 상수  $a$ 의 값은? (단,  $0 < a < 2$ )

- ①  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       ②  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       ③ 1      ④  $\sqrt{2}$       ⑤  $\sqrt{3}$



EBS 문항 분석

- 가. 삼각함수 사이의 관계를 이용하여 한가지 삼각함수로 방정식을 정리한 후 주어진 범위에서 근을 구하는 문제이다.
- 나.  $\sin x$ 에 관한 식으로 정리한 후 삼각함수의 그래프와 등차중항의 성질을 이용하여 방정식의 근을 구한다.



다시 보는 개념 !!

가. 삼각함수 사이의 관계

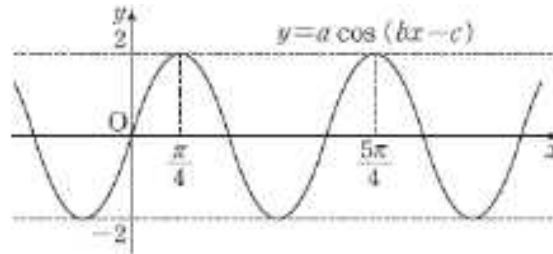
- 1)  $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ ,  $\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$
- 2)  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ ,  $1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$ ,  $1 + \cot^2 \theta = \csc^2 \theta$

나. 함수  $y = \sin x$ 의 그래프

- 1) 정의역은 실수 전체의 집합이고, 치역은  $\{y | -1 \leq y \leq 1\}$ 이다.
- 2) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $\sin(2n\pi + x) = \sin x$  ( $n$ 은 정수)이고 주기가  $2\pi$ 인 함수이다.
- 3) 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.



그림은 함수  $y = a \cos(bx - c)$ 의 그래프이다.  $a < 0, b > 0, c > 0$ 일 때,  $a + b + c$ 의 최솟값은?  
(단,  $a, b, c$ 는 상수이다.)



- ①  $\frac{\pi}{2}$       ②  $\frac{3\pi}{4}$       ③  $\pi$       ④  $\frac{5\pi}{4}$       ⑤  $\frac{3\pi}{2}$

### EBS 문항 분석

- 가. 삼각함수의 그래프의 성질을 이용하여 해결하는 문제이다.  
나. 주어진 그래프를 보고 주기와 최댓값, 최솟값, 평행이동한 값을 구한 후, 주어진 함수식에 대입하여  $a, b, c$ 의 값을 구한다.



### 다시 보는 개념 !!

- 가. 함수  $y = \cos x$ 의 그래프
- 1) 정의역은 실수 전체의 집합이고, 치역은  $\{y | -1 \leq y \leq 1\}$ 이다.
  - 2) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $\cos(2n\pi + x) = \cos x$  ( $n$ 은 정수)이고 주기가  $2\pi$ 인 주기함수이다.
  - 3) 그래프는  $y$ 축에 대하여 대칭이다.
- 나. 함수  $y = \tan x$ 의 그래프
- 1) 정의역은  $x \neq n\pi + \frac{\pi}{2}$  ( $n$ 은 정수)인 실수 전체의 집합이고, 치역은 실수 전체의 집합이다.
  - 2) 정의역에 속하는 모든 실수  $x$ 에 대하여  $\tan(n\pi + x) = \tan x$  ( $n$ 은 정수)이고 주기가  $\pi$ 인 주기함수이다.
  - 3) 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.
  - 4) 그래프의 점근선은 직선  $x = n\pi + \frac{\pi}{2}$  ( $n$ 은 정수)이다.



반지름의 길이가  $r$ 인 부채꼴의 호의 길이를  $l$ 이라 하자. 100보다 작은 자연수  $n$ 에 대하여 부채꼴의 넓이를 유지하면서 반지름의 길이를  $\frac{100-n}{100}$ 배로 줄인 부채꼴의 호의 길이를  $l_n$ 이라 할 때,  $\frac{l}{l_n}$ 의 값을  $f(n)$ 이라 하자.  $\sum_{n=1}^{50} f(n) = \frac{q}{p}$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)

### EBS 문항 분석

- 가. 부채꼴의 넓이가 유지되므로 반지름의 길이에 따른 두 부채꼴의 넓이를 구한 후 등식을 세워 해결하면 되는 문제이다.  
나. 부채꼴의 넓이 구하는 공식을 이용하면 된다.



### 다시 보는 개념 !!

- 가. 부채꼴의 호의 길이와 넓이 : 반지름의 길이가  $r$ , 중심각의 크기가  $\theta$ (라디안)인 부채꼴에서 호의 길이를  $l$ , 넓이를  $S$ 라 하면  $l = r\theta$ ,  $S = \frac{1}{2}rl = \frac{1}{2}r^2\theta$  이다.



$1 \leq t < 13$ 일 때, 부등식  $\cos \frac{(t-1)\pi}{6} < \frac{\sqrt{3}}{2}$ 을 만족시키는 모든 자연수  $t$ 의 값의 합을 구하시오.

### EBS 문항 분석

가. 코사인함수의 그래프를 이용하여 주어진 부등식의 해를 구하는 문제이다.

나. 먼저  $\frac{(t-1)\pi}{6} = x$ 라 두고 주어진 부등식을 해결하면 된다.



### 다시 보는 개념 !!

삼각함수의 부등식에의 활용 : 각의 크기가 미지수인 삼각함수를 포함한 부등식의 해는 삼각함수의 그래프를 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

가. 주어진 부등식을  $\sin x > k$  ( $\sin x \leq k$ ) 꼴로 변형한다.

나. 주어진 범위에서 삼각함수  $y = \sin x$ 의 그래프와 직선  $y = k$ 를 그린다.

다. 두 그래프의 교점의  $x$ 좌표를 구한다.

라. 부등식  $\sin x > k$  ( $\sin x \leq k$ )의 해는 함수  $y = \sin x$ 의 그래프가 직선  $y = k$ 보다 위쪽에 (직선  $y = k$ 와 만나거나 직선  $y = k$ 보다 아래쪽에) 있는  $x$ 의 값의 범위와 같다.

삼각함수  $\cos x$ ,  $\tan x$ 에 대한 부등식도  $\sin x$ 에 대한 부등식과 같은 방법으로 해결한다.



## EBS 기출분석 1

### 기출 문항

2018학년도 대수능 6월 모의평가 수학 가형 2번

$\sin \frac{7\pi}{3}$  의 값은? [2점]

①  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

②  $-\frac{1}{2}$

③  $\frac{1}{2}$

④  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

⑤  $\frac{\sqrt{3}}{2}$



EBS 교재

2017 수능특강 미적분Ⅱ 38쪽 1번

$\sin \frac{11\pi}{3}$  의 값은?

①  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

②  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

③  $-\frac{1}{2}$

④  $\frac{1}{2}$

⑤  $\frac{\sqrt{3}}{2}$



### EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 문항의 축소, 확대, 변형

나. 기출문항은 EBS교재의 문항을 변형하여 출제되었다.



### 문항포인트 Point !!

삼각함수의 성질을 이용하여 삼각함수의 값을 구하면 된다.



## EBS연계 예상문항



2018수능대비 EBS연계 예상문항/

2017 수능특강 미적분Ⅱ 37쪽 유제 10번 변형

$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  일 때,  $x$ 에 대한 이차방정식  $3x^2 - 6x \tan \theta + 1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 모든  $\theta$ 의 값의 범위는  $\alpha < \theta < \beta$ 이다.  $\alpha + \beta$ 의 값은?

①  $\frac{\pi}{6}$

②  $\frac{\pi}{3}$

③  $\frac{\pi}{2}$

④  $\frac{2\pi}{3}$

⑤  $\frac{5\pi}{6}$



풀 이



$0 < x < \pi$ 에서 두 함수  $y = \sqrt{3} \sin x, y = -\tan x$ 의 그래프가 만나는 점의  $x$ 좌표를  $\alpha$ 라 하자.  $\sin \alpha$ 의 값은?

①  $\frac{\sqrt{6}}{2}$

②  $\frac{\sqrt{6}}{3}$

③  $\frac{\sqrt{6}}{4}$

④  $\frac{\sqrt{6}}{5}$

⑤  $\frac{\sqrt{6}}{6}$



풀 이



$x$ 에 대한 이차방정식  $3x^2 + 4x - 8 = 0$ 의 두 실근이  $\csc\theta$ ,  $\sec\theta$ 일 때,  $\sin^3\theta + \cos^3\theta$ 의 값은?

①  $\frac{11}{16}$

②  $\frac{12}{16}$

③  $\frac{13}{16}$

④  $\frac{7}{8}$

⑤  $\frac{15}{16}$



풀 이



$\sum_{n=1}^{\infty} (\sin \theta)^{2n-1} = \frac{3}{8}$ 을 만족시키는 실수  $\theta$ 에 대하여  $\tan^2 \theta$ 의 값은?  $\left( \text{단, } -\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2} \right)$

①  $\frac{1}{4}$

②  $\frac{1}{5}$

③  $\frac{1}{6}$

④  $\frac{1}{7}$

⑤  $\frac{1}{8}$



풀 이

# 04 삼각함수의 미분



2018수능대비 EBS 대표 예제 /

2017년 수능특강 미적분Ⅱ 51쪽 1번

함수  $f(x) = \sin x$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $\frac{\pi}{3}$ 만큼 평행이동하면

곡선  $y = af(x) + bf\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ 와 완전히 겹쳐질 때,  $\frac{b}{a}$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.)

- ①  $-\sqrt{3}$       ②  $-\sqrt{2}$       ③  $\sqrt{2}$       ④  $\sqrt{3}$       ⑤ 2

## EBS 문항 분석

가. 사인함수의 덧셈정리를 이용하여 해결하는 문항이다.

나.  $\pi + \theta$ ,  $\frac{\pi}{2} + \theta$ 의 삼각함수의 성질을 이용하여 삼각함수를 간단히 한 후, 삼각함수의 덧셈정리를 이용하면 되는 문항이다.



## 다시 보는 개념 !!

가. 사인함수와 코사인함수의 덧셈정리

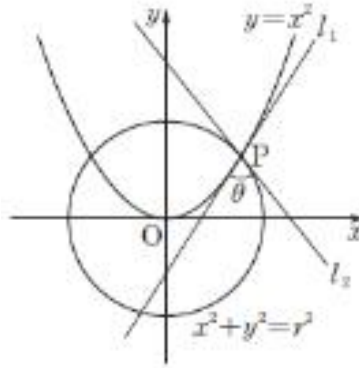
- 1)  $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$
- 2)  $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$
- 3)  $\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$
- 4)  $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

나.  $\frac{\pi}{2} + \theta$ 의 삼각함수

- 1)  $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \cos\theta$
- 2)  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\sin\theta$
- 3)  $\tan\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\cot\theta$



그림과 같이 곡선  $y = x^2$  과 원  $x^2 + y^2 = r^2$  이 제 1사분면에서 만나는 점을 P 라 하고, 점 P 를 지나고 곡선  $y = x^2$  에 접하는 직선을  $l_1$ , 점 P 를 지나고 원  $x^2 + y^2 = r^2$  에 접하는 직선을  $l_2$  라 하자. 두 직선  $l_1, l_2$  가 이루는 예각의 크기를  $\theta$  라 할 때,  $\tan \theta$  의 최솟값은?

①  $2\sqrt{2}$ ②  $\sqrt{3}$ ③  $\sqrt{2}$ 

④ 1

⑤  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 

## EBS 문항 분석

가. 삼각함수를 도형에 활용하여 해결하는 문제이다.

나. 직선의 기울기를 탄젠트함수를 이용해서 나타내고, 탄젠트함수의 덧셈정리를 이용하는 문항이다.



## 다시 보는 개념 !!

가. 탄젠트함수의 덧셈정리

$$1) \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$2) \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

나. 두 직선이 이루는 예각의 크기

기울기가 각각  $m, m'$  인 두 직선  $l, l'$  이  $x$  축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 각각  $\alpha, \beta$  ( $0 \leq \beta < \alpha < \pi$ )라 하고 두 직선이 이루는 예각의 크기를  $\theta$  라 하면

$$\tan \theta = |\tan(\alpha - \beta)| = \left| \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} \right| = \left| \frac{m - m'}{1 + mm'} \right| \quad (\text{단, } mm' \neq -1)$$



$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(a - \cos 4x)}{x^2} = b$  일 때, 두 상수  $a, b$ 의 합  $a+b$ 의 값은? (단,  $0 < a < \pi$ )

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

**EBS 문항 분석**

가. 삼각함수의 극한값을 계산할 수 있는지 묻는 문제이다.

나.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)} = L$  ( $L \neq 0$ ),  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0$  이면  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ 임을 이용하여  $a$  값을 먼저 구하고 주어진 식에 대입하면 해결가능하다.

**다시 보는 개념 !!**

삼각함수의 극한 (단,  $x$ 의 단위는 라디안)

가.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

나.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$



함수  $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + 1 & (x \geq 0) \\ b \cos x - 1 & (x < 0) \end{cases}$ 이 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, 두 상수  $a, b$ 의 합  $a+b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

**EBS 문항 분석**

가. 삼각함수의 도함수를 구할 수 있는지 묻는 문제이다.

나. 실수 전체의 집합에서 미분가능하므로 모든 실수에 대해 미분계수가 존재하며, 모든 실수에서 연속임을 이용하면 해결가능하다.

**다시 보는 개념 !!**

삼각함수의 미분

가)  $(\sin x)' = \cos x$

나)  $(\cos x)' = -\sin x$



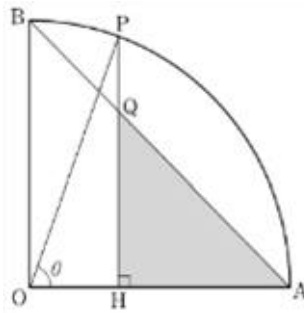
## EBS 기출분석 1

### 기출 문항

2017학년도 대수능 수학 가형 14번

그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H, 선분 PH와 선분 AB의 교점을 Q 라 하자.  $\angle POH = \theta$ 일 때, 삼각형 AQH의 넓이를  $S(\theta)$ 라 하자.  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^4}$ 의 값은? (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ )

[4점]



①  $\frac{1}{8}$

②  $\frac{1}{4}$

③  $\frac{3}{8}$

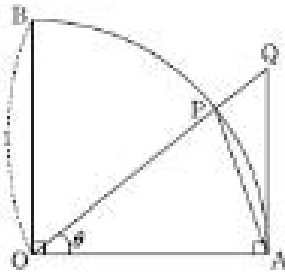
④  $\frac{1}{2}$

⑤  $\frac{5}{8}$



그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에 대하여 직선 OA에 수직이고 점 A를 지나는 직선이 직선 OP와 만나는 점을 Q라 하자.  $\angle AOP = \theta$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ )일 때, 삼각형 AQP의 넓이를  $S(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0+} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은? [4점]



①  $\frac{1}{4}$

②  $\frac{1}{3}$

③  $\frac{1}{2}$

④  $\frac{2}{3}$

⑤  $\frac{3}{4}$



## EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 자료 상황의 활용

나. 기출문항은 EBS교재의 문항의 부채꼴에서 삼각함수를 이용하여 삼각형의 넓이를 구한 후 극한을 구하는 상황을 활용하여 출제되었다.



## 문항뚫이 Point !!

삼각형의 넓이를 삼각함수로 나타내고 삼각함수의 극한을 이용하여 극한값을 구하면 된다.



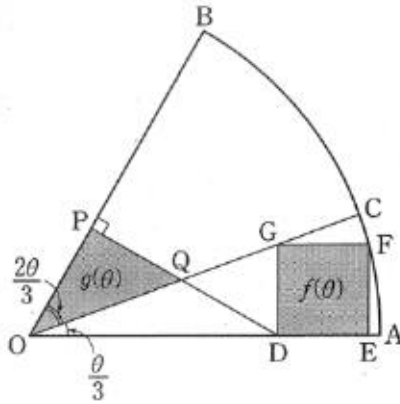
## EBS 기출분석 2

### 기출 문항

2018학년도 대수능 6월 모의평가 수학 가형 28번

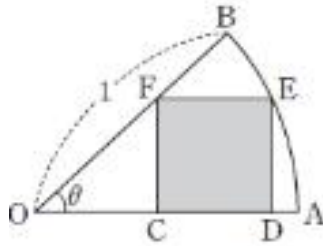
그림과 같이 반지름의 길이가 1 이고 중심각의 크기가  $\theta$  인 부채꼴  $OAB$ 에서 호  $AB$ 의 삼등분점 중 점  $A$ 에 가까운 점을  $C$ 라 하자. 변  $DE$ 가 선분  $OA$  위에 있고, 꼭지점  $G, F$ 가 각각 선분  $OC$ , 호  $AC$  위에 있는 정사각형  $DEFG$ 의 넓이를  $f(\theta)$ 라 하자. 점  $D$ 에서 선분  $OB$ 에 내린 수선의 발을  $P$ , 선분  $DP$ 와 선분  $OC$ 가 만나는 점을  $Q$ 라 할 때, 삼각형  $OQP$ 의 넓이를  $g(\theta)$ 라 하자.  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)}{\theta \times g(\theta)} = k$  일 때,  $60k$ 의 값을 구하시오. [4점]

(단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  이고,  $\overline{OD} < \overline{OE}$ )





그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가  $\theta$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 선분 OA 위의 두 점 C, D, 호 AB 위의 점 E, 선분 OB 위의 점 F를 꼭짓점으로 하는 정사각형 CDEF의 넓이를  $S(\theta)$ 라 할 때,  $\lim_{\theta \rightarrow 0+} \frac{S(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은? (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ )



①  $\frac{1}{4}$

②  $\frac{1}{3}$

③  $\frac{1}{2}$

④ 1

⑤ 2

**EBS 문항 분석**

가. 연계유형 - 자료 상황 활용

나. 기출문항은 EBS교재의 부채꼴 모양을 활용하여 출제되었다.

**문항포인트 Point !!**

주어진 조건에 따라 삼각함수를 이용하여 삼각형의 넓이를 나타낸 후 삼각함수의 극한값을 구하면 된다.



## EBS연계 예상문항



2018수능대비 EBS연계 예상문항/

2017 수능특강 미적분Ⅱ 49쪽 유제8번 변형

함수  $f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) + \sin(x-h) - 2\sin x}{h^2}$ 에 대하여  $f'\left(\frac{4\pi}{3}\right)$ 의 값은?

①  $-\frac{1}{2}$

②  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

③  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

④  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

⑤  $\frac{1}{2}$



풀 이



$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x + \sin (3x)^2}{x^2}$ 의 값을 구하십시오.



풀 이



최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\tan \frac{1}{2}x} = 16$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = 31$$

$f(-1)$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

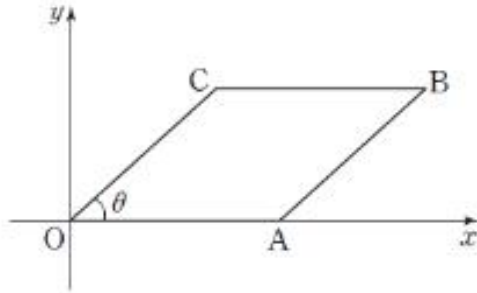
⑤ 5



풀 이



그림과 같이 좌표평면에서 원점  $O$ 와 점  $A(1,0)$ 에 대하여 선분  $OA$ 를 한 변으로 하는 마름모  $OABC$ 가 있다.  $\angle COA = \theta$ 라 할 때, 마름모  $OABC$ 의 넓이를  $f(\theta)$ , 선분  $OB$ 의 길이의 제곱을  $g(\theta)$ 라 하자.  $f'\left(\frac{\pi}{3}\right) + g'\left(\frac{\pi}{6}\right)$ 의 값은? (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ )



①  $-\frac{1}{2}$

②  $-\frac{1}{3}$

③  $-\frac{1}{4}$

④  $-\frac{1}{5}$

⑤  $-\frac{1}{6}$



풀 이

### Ⅲ. 미분법



#### 기출 문항 분석

이 단원에서는 매년 2문항이 출제되었다. 출제 내용을 살펴보면, 접선의 방정식을 활용하여 값을 구하는 문항이 2015년, 2016년에 출제되었으며, 주어진 함수가 미분가능하게 되도록 하는 조건을 구하는 문항, 역함수의 미분법을 이용하여 미분계수를 구하는 문항이 2016년, 2017년에 출제되었으며, 극댓값과 극솟값을 이용하여 최댓값과 최솟값을 구하는 문항 등이 출제되었다. 역함수의 미분법, 몫의 미분법 등 도함수를 구하는 공식을 잘 숙지하고, 접선의 방정식, 함수의 증가와 감소, 함수의 극대와 극소를 이용한 도형에서의 최댓값과 최솟값 구하기, 변곡점, 곡선의 오목과 볼록 등 함수의 그래프의 개형, 방정식과 부등식에의 활용에서의 개념을 잘 정리하여 대비하여야 한다.

#### 출제경향포인트

| 출제 연도           | 기출 문항의 형태                           |
|-----------------|-------------------------------------|
| 2015수능, B형, 14번 | 접선의 방정식을 활용하여 값을 구하는 문항(정답형 4점)     |
| 2015수능, B형, 30번 | 주어진 함수의 미분가능한 조건을 구하는 문항(단답형 4점)    |
| 2016수능, B형, 7번  | 접선의 방정식을 활용하여 값을 구하는 문항(정답형 3점)     |
| 2016수능, B형, 21번 | 역함수의 미분법을 활용하여 미분계수를 구하는 문항(정답형 4점) |
| 2017수능, 가형, 6번  | 역함수의 미분계수를 구하는 문항(정답형 3점)           |
| 2017수능, 가형, 15번 | 삼각함수의 도함수를 활용하여 최댓값을 구하는 문항(정답형 4점) |

# 05여러 가지 미분법



2018수능대비 EBS 대표 예제 /

2017년 수능특강 미적분Ⅱ 66쪽 4번

함수  $f(x) = e^x + e^{2x}$ 에 대하여 함수  $f(2x)$ 의 역함수가  $g(x)$ 일 때,  $g'(2)$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③ 1      ④ 3      ⑤ 6

## EBS 문항 분석

가. 역함수의 미분계수를 구하는 문제이다.

나. 합성함수의 미분법의 성질 또는 역함수 미분법을 이용하면 구할 수 있다.



## 다시 보는 개념 !!

가. 역함수의 미분법

미분가능한 함수  $f(x)$ 의 역함수  $g(x)$ 가 존재하고 미분가능하면

$$g'(x) = \frac{1}{f'(g(x))} \quad (\text{단, } f'(g(x)) \neq 0)$$

나. 합성함수의 미분법

두 함수  $y = f(u)$ ,  $u = g(x)$ 가 미분가능할 때, 합성함수  $y = f(g(x))$ 도 미분가능하며

$$\text{그 도함수는 } \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx} \quad \text{또는} \quad y' = f'(g(x))g'(x)$$

다. 지수함수의 도함수

$$y = a^x \quad (a > 0, a \neq 1) \text{이면 } y' = a^x \ln a$$



$$\lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln x + (\ln x)^2 + (\ln x)^3 + \dots + (\ln x)^{10} - 10}{\ln(\ln x)} \text{의 값은?}$$

① 11

② 22

③ 33

④ 44

⑤ 55

**EBS 문항 분석**

가. 미분계수의 정의와 로그함수의 미분법을 이용하여 해결하는 문제이다.

나. 주어진 식에서 함숫값이 10이 되도록 함수를 정의한 후 미분계수의 정의를 이용하여 해결한다.

**다시 보는 개념 !!**

가. 로그함수의 도함수

$$1) y = \ln|x| \text{ 이면 } y' = \frac{1}{x}$$

$$2) y = \log_a|x| \ (a > 0, a \neq 1) \text{ 이면 } y' = \frac{1}{x \ln a}$$

나. 미분계수의 정의

$$1) f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

$$2) f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$



실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를  $g(x) = \frac{1}{1+f(x)}$  이라 하자.  $f(1)=1$ ,  $f'(1)=12$ 일 때, 함수  $g(x)$ 의  $x=1$ 에서의 미분계수는? (단,  $f(x) \neq -1$ )

① -5

② -4

③ -3

④ -2

⑤ -1

**EBS 문항 분석**

가. 몫의 미분법을 이용하여 해결하는 문제이다.

나. 분수식의 미분은 몫의 미분법을 이용하면 된다.

**다시 보는 개념 !!**

두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$  ( $g(x) \neq 0$ )이 미분가능할 때

가.  $y = \frac{1}{g(x)}$  이면  $y' = -\frac{g'(x)}{\{g(x)\}^2}$

나.  $y = \frac{f(x)}{g(x)}$  이면  $y' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{\{g(x)\}^2}$



함수  $f(x) = xe^{ax+1}$ 에 대하여  $f''(0) = 38e$ 일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하시오

### EBS 문항 분석

- 가. 지수함수의 도함수와 미분법을 이용하여 이계도함수를 구하여 해결하는 문제이다.  
 나. 주어진 함수의 이계도함수를 구하여  $a$  값을 구하면 된다.



### 다시 보는 개념 !!

함수  $y = f(x)$ 의 도함수  $f'(x)$ 가 미분가능할 때, 함수  $f'(x)$ 의 도함수

$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f'(x+\Delta x) - f'(x)}{\Delta x}$ 를 함수  $y = f(x)$ 의 이계도함수라 하고,

기호로  $y''$ ,  $f(x)''$ ,  $\frac{d^2 y}{d^2 x}$ ,  $\frac{d^2}{d^2 x} f(x)$ 와 같이 나타낸다.



## EBS 기출분석 1

### 기출 문항

2017학년도 대수능 수학 가형 6번

함수  $f(x) = x^3 + x + 1$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때,  $g'(1)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{2}{5}$       ③  $\frac{2}{3}$       ④  $\frac{4}{5}$       ⑤ 1



### EBS 교재

2016 수능완성 수학 가형 30쪽 7번

함수  $f(x) = x^3 + 2x$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 하자.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{g(x) - g(3)}{x - 3}$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{1}{4}$       ④  $\frac{1}{5}$       ⑤  $\frac{1}{6}$



### EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 동일한 개념 및 원리를 활용하여 출제

나. 기출문항과 EBS교재의 문항은 동일한 개념인 역함수의 미분에 대해 묻고 있으며, 기출문항과 연계문항은 표현방법의 차이가 있을 뿐 비슷한 수준이다.



### 문항포인트 Point !!

역함수의 성질  $f(a) = b \Leftrightarrow f^{-1}(b) = a$  과 역함수의 미분법을 이용하여 해결하면 된다.



## EBS 기출분석 2

### 기출 문항

2018학년도 대수능 6월 모의평가 수학 가형 9번

함수  $f(x) = \frac{1}{x+3}$  에 대하여  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(a+h) - f'(a)}{h} = 2$  를 만족시키는 실수  $a$  의 값은? [3점]

- ① -2                      ② -1                      ③ 0                      ④ 1                      ⑤ 2



### EBS 교재

2017 수능특강 미적분Ⅱ 63쪽 유제10번

함수  $f(x) = 2x \sin x$  에 대하여  $f''\left(\frac{\pi}{2}\right)$  의 값은?

- ①  $-2\pi$                       ②  $-\pi$                       ③ 0                      ④  $\pi$                       ⑤  $2\pi$



### EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 동일한 개념 및 원리를 활용하여 출제

나. 기출문항과 EBS교재의 문항은 동일한 개념인 이계도함수에 대해 묻고 있으며, 기출문항과 연계문항은 표현방법의 차이가 있을 뿐 비슷한 수준이다.



### 문항포인트 Point !!

미분법의 공식을 이용하여 이계도함수를 구하면 된다.



## EBS 기출분석 3

### 기출 문항

2018학년도 대수능 6월 모의평가 수학 가형 23번

함수  $f(x) = \sqrt{x^3 + 1}$  에 대하여  $f'(2)$  의 값을 구하시오. [3점]



EBS 교재

2017 수능특강 미적분Ⅱ 64쪽 1번

함수  $f(x) = \frac{x^2}{2x+1}$  에 대하여  $f'(1)$  의 값은?

①  $\frac{1}{9}$

②  $\frac{2}{9}$

③  $\frac{1}{3}$

④  $\frac{4}{9}$

⑤  $\frac{5}{9}$



### EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 동일한 개념 및 원리를 활용하여 출제

나. 기출문항과 EBS교재의 문항은 동일한 개념인 도함수에 대해 묻고 있으며, 기출문항과 연계문항은 비슷한 수준이다.



### 문항포인트 Point !!

미분법의 공식을 이용하여 도함수를 구하면 된다.



## EBS연계 예상문항



2018수능대비 EBS연계 예상문항/

2017 수능특강 미적분Ⅱ 64쪽 2번 변형

함수  $y = \ln(3x+7)$ 의 그래프를  $x$ 축 방향으로  $a$ 만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 함수를  $y = f(x)$ 이라 하자.  $f'(1)=3$ 일 때,  $a$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5



풀 이



함수  $f(x)=2^x+x\ln a$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를  $g(x)=f(x^3)$ 이라 하자.  $g'(1)=36\ln 2$ 일 때, 양수  $a$ 의 값은?

①  $2^7$

②  $2^8$

③  $2^9$

④  $2^{10}$

⑤  $2^{11}$



풀 이



실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)+7}{x-1} = 10$$

(나) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x) = -f(-x)$ 이다.

함수  $f(x)$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때,  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x-7}{g(x)-g(7)}$ 의 값은?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14



풀 이



매개변수  $t (t > 1)$ 로 나타낸 함수

$$x = t^3 - 3t, \quad y = 4t^2 + at + 2$$

에서  $t = 2$ 일 때,  $\frac{dy}{dx}$ 의 값이 9이다. 상수  $a$ 의 값은?

- ① 25      ② 35      ③ 45      ④ 55      ⑤ 65



풀 이

# 06도함수의 활용



2018수능대비 EBS 대표 예제 /

2017년 수능특강 미적분Ⅱ 81쪽 1번

점  $(1, -1)$ 에서 곡선  $y = x\sqrt{x}$ 에 그은 접선의 방정식이  $y = ax + b$ 일 때,  $a - b$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 상수이다.)



EBS 문항 분석

- 가. 미분법을 활용하여 접선의 방정식을 구할 수 있는지를 묻는 문제이다.  
나. 곡선 밖의 한 점에서 그은 접선의 방정식을 구하는 방법을 이용하여 구하는 문제이다.



다시 보는 개념 !!

- 곡선 밖의 한 점에서 곡선에 그은 접선의 방정식  
함수  $y = f(x)$ 가 미분가능할 때, 곡선  $y = f(x)$  밖의 한 점  $(x_1, y_1)$ 에서 곡선  $y = f(x)$ 에  
그은 접선의 방정식은 다음과 같은 순서로 구한다.  
가. 접점의 좌표를  $(a, f(a))$ 로 놓는다.  
나. 곡선 위의 점  $(a, f(a))$ 에서의 접선의 방정식  $y - f(a) = f'(a)(x - a)$ 를 구한다.  
다. 점  $(x_1, y_1)$ 은 접선 위의 점이므로 ‘나’에서 구한 접선의 방정식에  $x = x_1, y = y_1$ 을 대입한다.  
라.  $a$ 에 대한 방정식  $y_1 - f(a) = f'(a)(x_1 - a)$ 을 만족시키는 실수  $a$ 의 값을 구한다.  
마. ‘라’에서 구한  $a$ 의 값을 이용하여 접선의 방정식  $y - f(a) = f'(a)(x - a)$ 을 구한다.



$x$ 에 대한 부등식  $x^{\frac{1}{n}} \ln x \geq p$  ( $n$ 은 자연수)가 모든 양의 실수  $x$ 에 대하여 성립하도록 하는 실수  $p$ 의 최댓값을  $a_n$ 이라 하자.  $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은?

- ①  $-\frac{110}{e}$       ②  $-\frac{55}{e}$       ③ 0      ④  $\frac{55}{e}$       ⑤  $\frac{110}{e}$

### EBS 문항 분석

- 가. 미분법을 부등식에 활용할 수 있는지 묻는 문제이다.  
 나. 주어진 식의 좌변을  $f(x)$ 라 두고,  $f(x)$ 의 최솟값이  $p$ 보다 같거나 크면 주어진 부등식이 성립하므로  $p$ 의 최댓값은  $f(x)$ 의 최솟값이 됨을 이용하여 해결한다.



### 다시 보는 개념 !!

- 가. 부등식  $f(x) \geq 0$  또는  $f(x) > 0$ 의 증명  
 1) 함수  $y = f(x)$ 의 그래프를 이용하여 증명한다.  
 2) 함수  $y = f(x)$ 의 최솟값을  $m$ 이라 하면  $m \geq 0$  또는  $m > 0$ 임을 이용한다.
- 나. 부등식  $f(x) \geq g(x)$  또는  $f(x) > g(x)$ 의 증명  
 함수  $h(x) = f(x) - g(x)$ 로 놓고 주어진 구간에서 부등식  $h(x) \geq 0$  또는  $h(x) > 0$ 이 성립함을 함수  $y = h(x)$ 의 그래프를 이용하여 증명한다.



함수  $f(x) = (3x + k)e^{x^2}$  이 실수 전체의 집합에서 증가하도록 하는 정수  $k$ 의 개수는?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

### EBS 문항 분석

가. 주어진 함수가 실수 전체의 집합에서 증가하려면,  $f'(x) \geq 0$  이 되어야 함을 이용하는 문제이다.

나. 함수  $f(x)$ 를 미분한 후에 지수함수는 항상 양수이므로 이차식이 항상 0보다 크거나 같다는 조건을 이용하면 된다.



### 다시 보는 개념 !!

함수의 증가와 감소 : 함수  $f(x)$ 가 어떤 구간에 속하는 임의의 두 실수  $x_1, x_2$ 에 대하여

가.  $x_1 < x_2$  일 때,  $f(x_1) < f(x_2)$  이면 함수  $f(x)$ 는 이 구간에서 증가한다고 한다.

나.  $x_1 < x_2$  일 때,  $f(x_1) > f(x_2)$  이면 함수  $f(x)$ 는 이 구간에서 감소한다고 한다.



닫힌 구간  $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$ 에서 함수  $f(x) = \frac{1}{\cos x} + \frac{2\sqrt{2}}{\sin x}$ 의 최솟값이  $m$ 일 때,  $m^2$ 의 값을 구하시오.

### EBS 문항 분석

- 가. 최솟값은 함수의 극값과 닫힌구간의 경계의 함숫값 중에서 가장 작은 값이 최솟값이다.  
 나. 주어진 함수를 미분하여  $f'(x)=0$ 인  $x$ 의 값을 구하고 증감을 조사하여 극값을 먼저 구한 후에  $f\left(\frac{\pi}{6}\right), f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ 의 값을 생각해본다.



### 다시 보는 개념 !!

- 함수  $y=f(x)$ 가 닫힌 구간  $[a, b]$ 에서 연속이면  $f(x)$ 의 최댓값과 최솟값은 다음과 같은 방법으로 구할 수 있다.  
 가. 열린구간  $(a, b)$ 에서 함수  $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값을 모두 구한다.  
 나. 구간의 양 끝점에서의 함숫값  $f(a)$ 와  $f(b)$ 를 구한다.  
 다. 위에서 구한 극댓값과 극솟값, 구간의 양 끝점에서의 함숫값  $f(a)$ 와  $f(b)$  중에서 가장 큰 값이 최댓값이고, 가장 작은 값이 최솟값이다.



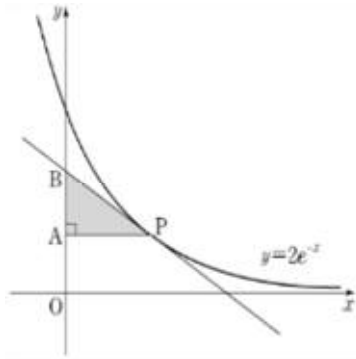
## EBS 기출분석 1

### 기출 문항

2017학년도 대수능 수학 가형 15번

곡선  $y = 2e^{-x}$  위의 점  $P(t, 2e^{-t})$  ( $t > 0$ )에서  $y$ 축에 내린 수선의 발을 A라 하고, 점 P에서 접선이  $y$ 축과 만나는 점을 B라 하자. 삼각형 APB의 넓이가 최대가 되도록 하는  $t$ 의 값은?

[4점]



① 1

②  $\frac{e}{2}$

③  $\sqrt{2}$

④ 2

⑤  $e$



EBS 교재

2016 수능특강 미적분Ⅱ 75쪽 예제 4번

곡선  $y = e^{-x}$  위의 점  $(t, e^{-t})$ 에서의 접선이  $x$ 축,  $y$ 축과 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 삼각형 OPQ의 넓이를  $f(t)$ 라 할 때,  $f(t)$ 의 최댓값은? (단,  $t > 0$ 이고, O는 원점이다.)

①  $\frac{1}{e}$

②  $\frac{2}{e}$

③ 1

④  $\frac{e}{2}$

⑤  $e$

### EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 문항을 축소·확대·변형하여 출제

나. 기출문항은 EBS교재의 문항은 동일한 개념을 묻고 있으며, 함수와 접선의 방정식 등을 비슷하게 변형한 문항이다.



### 문항포인트 Point !!

접선의 방정식을 이용하여 삼각형의 넓이를 구한 후 극대, 극소를 이용하여 최댓값을 구하면 된다.



## EBS연계 예상문항



2018수능대비 EBS연계 예상문항/

2017 수능특강 미적분Ⅱ 79쪽 유제 6번 변형

$-\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$ 에서  $x$ 에 대한 방정식  $2\sqrt{2} \sec x - \tan^2 x = k$ 가 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수  $k$ 의 값은  $a$  또는  $b \leq k < 2\sqrt{2}$  이다. 이때,  $a+b$ 의 값은?

- ①  $\sqrt{2}$       ②  $2\sqrt{2}$       ③  $3\sqrt{2}$       ④  $4\sqrt{2}$       ⑤  $5\sqrt{2}$



풀 이



곡선  $y = e^x - x^2 - 1$  위의 임의의 점  $(t, e^t - t^2 - 1)$ 에서의 접선을  $l$ 이라 하자. 직선  $l$ 의  $y$  절편을  $f(t)$ 라 할 때, 함수  $f(t)$ 의 극솟값은?

- ① 0                      ② 1                      ③ 2                      ④ 3                      ⑤ 4



풀 이



함수  $f(x) = x^2 - 3x + \ln x$ 에 대하여 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

— < 보 기 > —

ㄱ. 함수  $f(x)$ 는 구간  $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ 에서 감소한다.

ㄴ. 곡선  $y = f(x)$ 의 변곡점은 2개이다.

ㄷ. 열린 구간  $\left(0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ 에서 곡선  $y = f(x)$ 는 위로 볼록하다.

① ㄴ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



풀 이



닫힌 구간  $[1, 6]$ 에서  $(x-4)^2 e^{x-2} \leq k$ 을 만족하는  $k$ 의 최솟값을 구하면?

①  $4e$

②  $4e^2$

③  $4e^3$

④  $4e^4$

⑤  $4e^5$



풀 이

## IV. 적분법



### 기출 문항 분석

두 곡선 사이의 넓이나 회전체의 부피를 정적분으로 구하는 문제, 정적분으로 정의된 함수에 관련된 문제가 3년 연속으로 4점짜리로 자주 출제되고 있다. 치환적분법과 부분적분법의 계산은 반복 연습하여 실수하지 않도록 해두어야 한다. 절댓값을 포함하거나 원점대칭함수나  $y$ 축대칭함수의 형태로 주어져 복잡해 보이는 식도 주어진 함수의 그래프를 그려 보거나 갖고 있는 성질을 이용하여 어렵지 않게 적분할 수 있으므로 평소 그래프 개형을 그리는 연습을 해 두자. 정적분으로 표현된 함수와 관련한 문제도 자주 출제되므로 미분과 적분 사이의 관계를 잘 이해하는 것이 필요하다. 두 곡선 사이의 넓이 및 입체도형의 부피를 구하는 정적분 활용 문제는 다항함수, 유리함수, 무리함수, 지수, 로그함수, 삼각함수의 그래프를 그리고 교점을 구할 수 있어야 하며 규칙성이 있는 구간은 적절히 나누어 적분할 수 있어야 한다. 계속해서 4점짜리 어려운 문제로 등장하는 경향이 크므로 고득점을 받기 위해서는 기출문제를 통해 철저히 대비해 두도록 하자.

### 출제경향포인트

| 출제 연도           | 기출 문항의 형태                                                    |
|-----------------|--------------------------------------------------------------|
| 2015수능. B형. 4번  | 정적분의 값을 계산하는 문제(정답형 3점)                                      |
| 2015수능. B형. 9번  | 무한급수의 합과 정적분 사이의 관계를 이용하는 문제(정답형 3점)                         |
| 2015수능. B형. 28번 | 정적분으로 정의된 함수의 최댓값을 이용하여 직선과 곡선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하는 문제(단답형 4점) |
| 2016수능. B형. 4번  | 간단한 정적분 값을 계산하는 문제(정답형 3점)                                   |
| 2016수능. B형. 11번 | 회전체의 부피를 계산하는 문제(정답형 3점)                                     |
| 2016수능. B형. 30번 | 함수의 성질을 이용하여 주어진 조건에 맞는 함수의 그래프를 그려 정적분을 계산하는 문제(단답형 4점)     |
| 2017수능. 가형. 3번  | 정적분의 값을 계산하는 문제(정답형 2점)                                      |
| 2017수능. 가형. 9번  | 정적분의 값을 계산하는 문제(정답형 3점)                                      |
| 2017수능. 가형. 11번 | 입체도형의 부피를 계산하는 문제(정답형 3점)                                    |
| 2017수능. 가형. 20번 | 정적분으로 표현된 함수의 성질 추론하는 문제(정답형 4점)                             |
| 2017수능. 가형. 21번 | 절댓값이 포함된 함수의 정적분과 넓이의 관계와 치환적분을 이용하여 정적분의 값을 구하는 문제(정답형 4점)  |

# 07 부정적분



2018수능대비 EBS 대표 예제 /

2017년 수능특강 미적분Ⅱ 87쪽 유제 3번

닫힌 구간  $[1, 4]$ 에서 연속인 함수  $f(x)$ 가 열린 구간  $(1, 4)$ 에서 미분가능하고  $f'(x) = \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$

이다. 닫힌 구간  $[1, 4]$ 에서 함수  $f(x)$ 의 최댓값이  $e^2$ 일 때, 이 구간에서 함수  $f(x)$ 의 최솟값은?

- ①  $e(1-e)$     ②  $e(2-e)$     ③  $e(3-e)$     ④  $e(4-e)$     ⑤  $e(5-e)$

## EBS 문항 분석

- 가. 치환적분법을 통해 주어진 도함수를 적분하여 원시함수의 최솟값을 구하는 문제이다.  
 나. 치환적분법을 통해 주어진 도함수를 적분하고 원시함수가 증가함수임을 이용해서 적분 상수를 찾고 원시함수의 최솟값을 구한다.



## 다시 보는 개념 !!

가. 치환적분법

$$g(x) = t \text{ 이면 } g'(x) = \frac{dt}{dx} \text{ 이므로}$$

$$\int f(g(x))g'(x)dx = \int f(t)dt$$

나. 치환적분의 여러 가지 공식

$$\int (ax+b)^n dx = \frac{1}{a(n+1)}(ax+b)^{n+1} + C \quad (\text{단, } a \neq 0, n \neq -1)$$

$$\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} \cdot e^{ax+b} + C \quad (\text{단, } a \neq 0)$$

다. 미분가능한 함수의 증가와 감소

함수  $f(x)$ 가 어떤 구간에서 미분가능하고, 이 구간의 모든  $x$ 에 대하여

- 1)  $f'(x) > 0$  이면 함수  $f(x)$ 는 이 구간에서 증가한다.
- 2)  $f'(x) < 0$  이면 함수  $f(x)$ 는 이 구간에서 감소한다.



원점  $(0, 0)$ 을 지나는 곡선  $y = f(x)$  위의 점  $(t, f(t))$ 에서의 접선의 기울기가  $(t + e^t)e^t$ 일 때,  $f(1)$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{2}(e^2 + 1)$     ②  $\frac{1}{2}(e^2 + 2)$     ③  $\frac{1}{2}(e^2 + 3)$     ④  $\frac{1}{2}(e^2 + 4)$     ⑤  $\frac{1}{2}(e^2 + 5)$

### EBS 문항 분석

가. 부분적분법을 이용하여 주어진 도함수를 적분하고 주어진 한 점을 이용해서 원시함수를 구한 후 함숫값을 구한다.

나. 부분적분법을 적용할 경우 적분하기 쉬운 함수와 미분하기 쉬운 함수를 정하여 적용할 수 있도록 한다.



### 다시 보는 개념 !!

가. 부분적분법 : 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 가 미분가능할 때,

$$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$$

나. 두 함수의 곱으로 이루어진 함수를 적분할 때, 적분하기 어려운 함수 또는 미분하면 간단해 지는 함수를  $f(x)$ 로 택하고 상대적으로 적분하기 쉬운 함수를  $g'(x)$ 로 택하여 공식에 적용한다.

|      |      |      |      |
|------|------|------|------|
| 로그함수 | 다항함수 | 삼각함수 | 지수함수 |
|------|------|------|------|

$\leftarrow f(x)$

$g'(x) \rightarrow$



함수  $f(x)$ 의 도함수가  $f'(x) = \frac{(3^x - 1)^2}{3^x}$  이고  $f(0) = 2$ 일 때,  $f(1)$ 의 값은?

- ①  $\frac{4}{3\ln 3}$       ②  $\frac{2}{\ln 3}$       ③  $\frac{8}{3\ln 3}$       ④  $\frac{10}{3\ln 3}$       ⑤  $\frac{4}{\ln 3}$

### EBS 문항 분석

가. 지수함수의 부정적분을 구하는 문제이다.

나. 지수함수를 적분하고 주어진 함숫값을 이용해서 적분상수를 구한 후 원시함수의 함숫값을 구한다.



### 다시 보는 개념 !!

가. 여러 가지 함수의 부정적분 (단,  $C$ 는 적분상수)

$$1) \int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C \quad (\text{단, } n \text{은 } -1 \text{이 아닌 상수})$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

$$2) \int \sin x dx = -\cos x + C, \quad \int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int \sec^2 x dx = \tan x + C, \quad \int \csc^2 x dx = -\cot x + C$$

$$\int \sec x \tan x dx = \sec x + C, \quad \int \csc x \cot x dx = -\csc x + C$$

$$3) \int e^x dx = e^x + C, \quad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (\text{단, } a > 0, a \neq 1)$$



양의 실수 전체의 집합에서 정의되고 미분가능한 함수  $f(x)$ 가

$$\int \{f(x) + x^2 \sqrt{x^2 + 1}\} dx = xf(x) + C \quad (C \text{는 적분상수})$$

를 만족시킨다.  $f(2\sqrt{2}) = \frac{29}{3}$  일 때,  $f(\sqrt{3})$ 의 값은?

- ① 2                      ②  $\frac{7}{3}$                       ③  $\frac{8}{3}$                       ④ 3                      ⑤  $\frac{10}{3}$



### EBS 문항 분석

가. 부정적분과 미분의 관계를 이용하여 함숫값을 구하는 문제이다.

나. 주어진 식을 미분하여  $f(x)$ 의 도함수를 구하고 치환적분법을 이용하여 적분한 뒤 함숫값을 구한다.



### 다시 보는 개념 !!

가. 미분가능한 함수  $f(x)$ 에 대하여

$$1) \int \left\{ \frac{d}{dx} f(x) \right\} dx = f(x) + C \quad (\text{단, } C \text{는 적분상수})$$

$$2) \frac{d}{dx} \left\{ \int f(x) dx \right\} = f(x)$$

나. 치환적분법

$$g(x) = t \quad \text{이면} \quad g'(x) = \frac{dt}{dx} \quad \text{이므로} \quad \int f(g(x))g'(x) dx = \int f(t) dt$$



## EBS연계 예상문항



2018수능대비 EBS연계 예상문항/

2017 수능특강 미적분Ⅱ 94쪽 4번 변형

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$  가

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{h} = 2x \sin x$$

를 만족시키고  $f(\pi) = 2\pi$  일 때,  $f(2\pi)$  의 값을 구하시오.



풀 이



미분가능한 함수  $f(x)$ 의 도함수가  $f'(x) = xe^{x^2}$ 이고 함수  $f(x)$ 가  $x=0$ 에서 최솟값 1을 가질 때,  $f(1)$ 의 값을 구하시오.



풀 이



실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $f(\pi)$ 의 값을 구하시오.

(가)  $f'(x) = \cos x + 2\sin x$

(나)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 2$



풀 이



$\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 에 대하여  $\int f(x)\cos x dx = x \sin x$ 이고 함수  $g(x) = \int (f(x) - x)\cos x dx$ 에 대하여  $g(0) = 0$ 일 때,  $g\left(\frac{\pi}{3}\right)$ 의 값을 구하시오.



풀이

# 08 정적분



2018수능대비 EBS 대표 예제 /

2017년 수능특강 미적분Ⅱ 85쪽 유제 2번

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{(1+\sin x)(1-\sin x)} dx \text{의 값은?}$$

- ① 1                      ②  $\sqrt{2}$                       ③  $\sqrt{3}$                       ④ 2                      ⑤  $\sqrt{5}$



**EBS 문항 분석**

가. 삼각함수의 정적분 값을 구하는 문제이다.

나. 주어진 식을 간단히 한 후 미적분의 기본 정리를 이용하여 계산한다.



**다시 보는 개념 !!**

가. 미적분의 기본 정리

함수  $f(x)$ 가 닫힌 구간  $[a, b]$ 에서 연속이고,  $f(x)$ 의 부정적분 중 하나를  $F(x)$ 라 하면

$$\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$



실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $f(x)$ 가  $\int_1^{2x+1} f(t)dt = \ln(x^2 + a)$ 를 만족시킬 때,  
 $a + f(3)$ 의 값은? (단,  $a$ 는 양의 상수이다.)

- ①  $\frac{1}{2}$                       ② 1                      ③  $\frac{3}{2}$                       ④ 2                      ⑤  $\frac{5}{2}$

### EBS 문항 분석

가. 정적분으로 표시된 함수  $\int_a^x f(t)dt$ 를 미분하는 문제이다.

나.  $\int_a^a f(t)dt = 0$  임을 이용하여 상수를 구한다.



### 다시 보는 개념 !!

가. 정적분으로 표시된 함수의 미분

- 1)  $\frac{d}{dx} \int_a^x f(t)dt = f(x)$
- 2)  $\frac{d}{dx} \int_x^{x+a} f(t)dt = f(x+a) - f(x)$
- 3)  $\frac{d}{dx} \int_a^x x f(t)dt = \int_a^x f(t)dt + x f(x)$
- 4)  $\frac{d}{dx} \int_a^x (x-t)f(t)dt = \int_a^x f(t)dt$
- 5) 두 함수  $g(x)$ ,  $h(x)$ 가 미분가능할 때,  

$$\frac{d}{dx} \int_{g(x)}^{h(x)} f(t)dt = f(h(x))h'(x) - f(g(x))g'(x)$$



이차함수  $f(x)$ 가

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) \sin x \, dx = 4$$

를 만족시킬 때,  $f(2) - f(-2)$ 의 값은?

- ① 6                      ② 8                      ③ 10                      ④ 12                      ⑤ 14

### EBS 문항 분석

- 가. 그래프의 대칭성을 이용하여 정적분의 값을 구하는 문제이다.  
 나.  $f(x)$ 가 이차함수임을 이용해서 주어진 식을 원점대칭함수와  $y$ 축대칭함수로 분리해서 계산한다.  
 다. 원점대칭함수와  $y$ 축대칭함수의 성질을 이용한 정적분 계산을 연습해 두는 것이 중요하다.  
 라. 주기함수로는 다항함수 또는 삼각함수가 주로 이용되며 삼각함수인 경우 삼각함수 공식을 이용하여 함수를 변형해서 적분해야 하는 경우가 많으므로 삼각함수의 여러 가지 공식들을 확실히 이해하고 있어야 한다.



### 다시 보는 개념 !!

가. 연속함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

1)  $f(x) = f(-x)$  이면  $\int_{-a}^a f(x) \, dx = 2 \int_0^a f(x) \, dx$

2)  $f(x) = -f(-x)$  이면  $\int_{-a}^a f(x) \, dx = 0$

3)  $f(x+p) = f(x)$  이면  $\int_a^{a+p} f(x) \, dx = \int_{a+p}^{a+2p} f(x) \, dx$  (단,  $p$ 는 상수)



$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x^2 - 1} \int_1^x t e^t dt$ 의 값은?

①  $\frac{e}{4}$

②  $\frac{e}{2}$

③  $\frac{3e}{4}$

④  $e$

⑤  $\frac{5e}{4}$

**EBS 문항 분석**

가. 정적분으로 표시된 함수의 극한값을 구하는 문제이다.

나. 정적분으로 표시된 함수의 극한값을 미분계수로 나타낸 뒤 값을 구한다.

**다시 보는 개념 !!**

연속함수  $f(x)$ 와 상수  $a$ 에 대하여

가.  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{x-a} \int_a^x f(t) dt = f(a)$

나.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_a^{a+h} f(t) dt = f(a)$



## EBS 기출분석 1

### 기출 문항

2017학년도 대수능 수학 가형 3번

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\sin x dx$ 의 값은? [2점]

- ① 0                      ②  $\frac{1}{2}$                       ③ 1                      ④  $\frac{3}{2}$                       ⑤ 2



### EBS 교재

2016 수능특강 미적분Ⅱ 97쪽 예제 1번

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} |\cos 2x| dx$ 의 값은?

- ① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5



### EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 동일한 개념 및 원리를 활용하여 출제

나. 기출문항과 EBS교재의 문항은 동일한 개념을 묻고 있다. 연계문항은 절댓값을 포함한 코사인함수의 정적분이고 기출문항은 보다 쉽게 사인함수의 정적분 값을 계산하는 것을 요구한다.



### 문항포인트 Point !!

삼각함수의 정적분의 값을 구한다.



## EBS 기출분석 2

### 기출 문항

2017학년도 대수능 수학 가형 9번

$\int_1^e \ln \frac{x}{e} dx$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{e}-1$       ②  $2-e$       ③  $\frac{1}{e}-2$       ④  $1-e$       ⑤  $\frac{1}{2}-e$



EBS 교재

2016 수능특강 미적분Ⅱ 102쪽 개념설명

$\int_1^e \ln x dx$ 의 값은?



### EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 동일한 개념 및 원리를 활용하여 출제

나. 기출문항과 EBS교재의 문항은 동일한 개념을 묻고 있으며 식의 형태도 매우 흡사하다.



### 문항포인트 Point !!

부분적분법을 이용하여 로그함수의 정적분의 값을 구한다.



## EBS 기출분석 3

### 기출 문항

2018학년도 대수능 6월 모의평가 수학 가형 12번

양의 실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $f(x)$  가

$$\int_1^x f(t) dt = x^2 - a\sqrt{x} \quad (x > 0)$$

을 만족시킬 때,  $f(1)$  의 값은? (단,  $a$  는 상수이다.) [3점]

- ① 1                      ②  $\frac{3}{2}$                       ③ 2                      ④  $\frac{5}{2}$                       ⑤ 3



### EBS 교재

2017 수능특강 미적분Ⅱ 91쪽 예제 4번

정의역이  $\{x|x > 0\}$  인 연속함수  $f(x)$  가 정의역에 속하는 모든 실수  $x$  에 대하여

$$\int_1^x f(t) dt = \sqrt{x} - ax \text{ 를 만족시킬 때, } f(a) \text{ 의 값은? (단, } a \text{ 는 상수이다.)}$$

- ①  $-\frac{1}{2}$                       ②  $-\frac{1}{3}$                       ③ 0                      ④  $\frac{1}{3}$                       ⑤  $\frac{1}{2}$



### EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 동일한 개념 및 원리를 활용하여 출제

나. 기출문항과 EBS교재의 문항은 둘 다 정적분으로 표시된 함수를 미분해서 함숫값을 구하는 문제이고 주어진 함수도 무리함수로 동일하다.



### 문항포인트 Point !!

가. 정적분으로 표시된 함수  $\int_a^x f(t) dt$  를 미분하는 문제이다.

나.  $\int_a^a f(t) dt = 0$  임을 이용하여 상수를 구한다.



## EBS 기출분석 4

### 기출 문항

2018학년도 대수능 6월 모의평가 수학 기형 14번

$\int_2^6 \ln(x-1) dx$  의 값은? [4점]

- ①  $4\ln 5 - 4$       ②  $4\ln 5 - 3$       ③  $5\ln 5 - 4$       ④  $5\ln 5 - 3$       ⑤  $6\ln 5 - 4$



EBS 교재

2017 수능특강 미적분Ⅱ 88쪽 개념 설명

$\int \ln x dx$  를 구하시오.



EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 동일한 개념 및 원리를 활용하여 출제

나. 기출문항과 EBS교재의 문항은 둘 다 로그함수의 적분을 묻고 있으며 기출문항은 정적분의 값을 묻고 있다.



문항뚫이 Point !!

부분적분법을 이용하여 로그함수의 정적분의 값을 구한다.



## EBS 기출분석 5

### 기출 문항

2018학년도 대수능 6월 모의평가 수학 기형 24번

$\int_2^4 2e^{2x-4} dx = k$  일 때,  $\ln(k+1)$ 의 값을 구하시오. [3점]



EBS 교재

2017 수능특강 미적분Ⅱ 94쪽 1번

$\int_0^1 \frac{e^{2x} - 4x^2}{e^x - 2x} dx$ 의 값은?

①  $\frac{1}{e^2}$

②  $\frac{1}{e}$

③ 1

④  $e$

⑤  $e^2$



### EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 동일한 개념 및 원리를 활용하여 출제

나. 기출문항과 EBS교재의 문항 모두 지수함수의 정적분 계산을 묻고 있다.



### 문항포인트 Point !!

지수함수의 정적분의 값을 구할 수 있는지 묻고 있다.



## EBS 기출분석 6

### 기출 문항

2018학년도 대수능 6월 모의평가 수학 가형 30번

실수  $a$ 와 함수  $f(x) = \ln(x^4 + 1) - c$  ( $c > 0$  인 상수)에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_a^x f(t) dt$$

라 하자. 함수  $y = g(x)$ 의 그래프가  $x$ 축과 만나는 서로 다른 점의 개수가 2가 되도록 하는 모든  $a$ 의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열하면  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$  ( $m$ 은 자연수)이다.  $a = \alpha_1$ 일 때, 함수  $g(x)$ 와 상수  $k$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수  $g(x)$ 는  $x = 1$ 에서 극솟값을 갖는다.

(나)  $\int_{\alpha_1}^{\alpha_m} g(x) dx = k \alpha_m \int_0^1 |f(x)| dx$

$mk \times e^c$ 의 값을 구하시오. [4점]



EBS 교재

2017 수능특강 미적분Ⅱ 97쪽 3번

함수  $f(x) = \int_a^x \{\log_2(t^4 + 4t + 5) - 2\} dt$ 에 대하여 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가  $x$ 축과 두 점에서 만나도록 하는 서로 다른 실수  $a$ 의 개수를 구하시오. (단,  $a$ 는 상수이다.)



## EBS 문항 분석

- 가. 연계유형 - 동일한 개념 및 원리를 활용하여 출제  
 나. 기출문항과 EBS교재의 문항 모두 정적분으로 표시된 함수의 미분, 도함수를 이용한 그래프 개형 추측을 통해 미지수의 값을 구하는 문제이다.



## 문항푼이 Point !!

- 가. 정적분으로 표시된 함수  $g(x)$  를 미분하고  $g'(x)$  를 이용해서  $g(x)$  의 그래프의 개형을 그려야 한다.

나. 
$$\frac{d}{dx} \int_a^x f(t)dt = f(x)$$

- 다. 함수의 증가와 감소

함수  $f(x)$  가 어떤 열린 구간에서 미분가능할 때, 그 구간의 모든  $x$  에 대하여

- 1)  $f'(x) > 0$  이면 그 구간에서  $f(x)$  는 증가하고,
- 2)  $f'(x) < 0$  이면 그 구간에서  $f(x)$  는 감소한다.

- 라. 극대와 극소의 판정

미분가능한 함수  $f(x)$  에 대하여  $f'(a)=0$  일 때,  $x=a$  의 좌우에서

- 1)  $f'(x)$  의 부호가 양에서 음으로 바뀌면  $f(x)$  는  $x=a$  에서 극대이고, 극댓값  $f(a)$  를 갖는다.
- 2)  $f'(x)$  의 부호가 음에서 양으로 바뀌면  $f(x)$  는  $x=a$  에서 극소이고, 극솟값  $f(a)$  를 갖는다.

- 마. 미분가능한 함수  $f(x)$  에 대하여  $f'(x)$  가 원점대칭이면  $f(x)$  는  $y$  축대칭이고,  
 $f'(x)$  가  $y$  축대칭이면  $f(x)$  의 그래프는 원점대칭이다.



## EBS연계 예상문항



2018수능대비 EBS연계 예상문항/

2017 수능특강 미적분Ⅱ 95쪽 8번 변형

$x > 0$ 에서 연속인 함수  $f(x)$ 가

$$\int_1^x (t-x)f(t)dt = k-x+\ln x$$

를 만족시킬 때,  $f(k)$ 의 값을 구하시오. (단,  $k$ 는 상수이다.)



풀 이



최고차항의 계수가  $\frac{1}{2}$  인 삼차함수  $f(x)$ 에 대해 곡선  $y=f(x)$ 가 변곡점  $(0, 1)$ 을 가지고 점  $(-1, 0)$ 을 지날 때,  $8 \int_{-2}^0 \{|(f \circ f)(x)| \times f'(x)\} dx$ 의 값을 구하시오.



풀 이



실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f'(-x) = f'(x)$

(나)  $f(0) = 0, f(2) = 3$

(다)  $\int_0^2 f(x)dx = -4$

$\int_{-2}^0 \{xf'(x)\}dx$ 의 값을 구하시오.



풀이



실수 전체에서 연속인 함수  $f(x)$  가

$$\int_1^x f(t)dt = e^x + k - x \int_0^1 tf(t)dt$$

를 만족시킬 때,  $3k$ 의 값을 구하시오.



풀 이

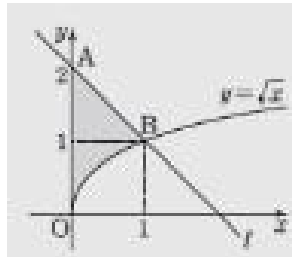
# 09 정적분의 활용



2018수능대비 EBS 대표 예제 /

2017년 수능특강 미적분Ⅱ 103쪽 예제 2번

그림과 같이 점  $A(0,2)$ 와 곡선  $y = \sqrt{x}$  위의 점  $B(1,1)$ 을 지나는 직선을  $l$ 이라 하자. 곡선  $y = \sqrt{x}$ 와  $y$ 축 및 직선  $l$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는?



- ①  $\frac{2}{3}$       ②  $\frac{3}{4}$       ③  $\frac{4}{5}$       ④  $\frac{5}{6}$       ⑤  $\frac{6}{7}$

## EBS 문항 분석

- 가. 정적분을 이용해서 두 곡선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하는 문제이다.  
 나. 직선의 방정식을 구한 후 곡선과  $y$ 축 및 직선  $l$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 정적분을 이용하여 구하면 된다.



## 다시 보는 개념 !!

- 가. 곡선  $y=f(x)$ 와  $x$ 축 및 두 직선  $x=a$ ,  $x=b$ 로 둘러싸인 도형의 넓이  $S$ 는

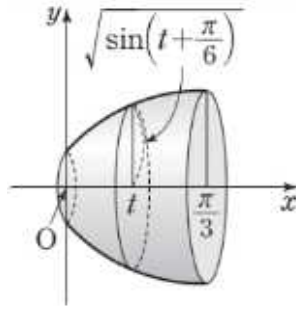
$$S = \int_a^b |f(x)| dx$$

- 나. 두 함수  $y=f(x)$ ,  $y=g(x)$ 가 닫힌구간  $[a, b]$ 에서 연속일 때, 두 곡선  $y=f(x)$ ,  $y=g(x)$ 와 두 직선  $x=a$ ,  $x=b$ 로 둘러싸인 도형의 넓이  $S$ 는

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$



그림과 같이  $x=t$  ( $0 \leq t \leq \frac{\pi}{3}$ )인  $x$ 축 위의 점을 지나고  $x$ 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 반지름의 길이가  $\sqrt{\sin\left(t+\frac{\pi}{6}\right)}$ 인 원이 되는 입체도형이 있다. 이 입체도형의 부피는?



①  $\frac{\pi}{2}$

②  $\frac{\sqrt{3}\pi}{2}$

③  $\pi$

④  $\sqrt{3}\pi$

⑤  $2\pi$

## EBS 문항 분석

- 가. 단면의 넓이를 구해서 정적분을 이용하여 입체도형의 부피를 구하는 문제이다.  
 나. 단면이 원이므로 반지름의 길이를 이용해서 넓이를 구하고 정적분을 통해 입체도형의 부피를 구하면 된다.



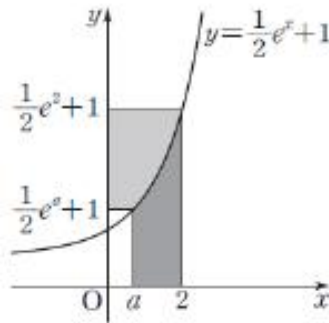
## 다시 보는 개념 !!

- 가. 입체도형의 부피  
 닫힌구간  $[a, b]$ 의 임의의 점  $x$ 에서 입체도형을  $x$ 축에 수직인 평면으로 자른 단면의 넓이가  $S(x)$ 이고, 함수  $S(x)$ 가 닫힌구간  $[a, b]$ 에서 연속일 때, 이 입체도형의 부피  $V$ 는 
$$V = \int_a^b S(x) dx$$
이다.

- 나. 단면이 원인 입체도형의 부피  
 닫힌구간  $[a, b]$ 의 임의의 점  $x$ 에서 입체도형을  $x$ 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 반지름의 길이가  $|f(x)|$ 인 원이고  $f(x)$ 는 닫힌구간  $[a, b]$ 에서 연속일 때, 이 입체도형의 부피  $V$ 는 
$$V = \pi \int_a^b \{f(x)\}^2 dx$$
이다.



그림과 같이 곡선  $y = \frac{1}{2}e^x + 1$ 과  $x$ 축 및 두 직선  $x = a$ ,  $x = 2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이와 곡선  $y = \frac{1}{2}e^x + 1$ 과  $y$ 축 및 두 직선  $y = \frac{1}{2}e^2 + 1$ ,  $y = \frac{1}{2}e^a + 1$ 로 둘러싸인 부분의 넓이가 서로 같을 때, 상수  $a$ 의 값은? (단,  $0 < a < 2$ )



- ①  $\ln 2$       ②  $\ln \frac{5}{2}$       ③  $\ln 3$       ④  $\ln \frac{7}{2}$       ⑤  $2\ln 2$



## EBS 문항 분석

- 가. 곡선과 축 사이의 넓이를 정적분을 이용해서 구하는 문제이다.  
 나. 색칠된 영역의 넓이를 직사각형의 넓이 구하는 식으로 나타내고 이를 정적분으로도 나타내서 연립방정식을 해결하면 된다.



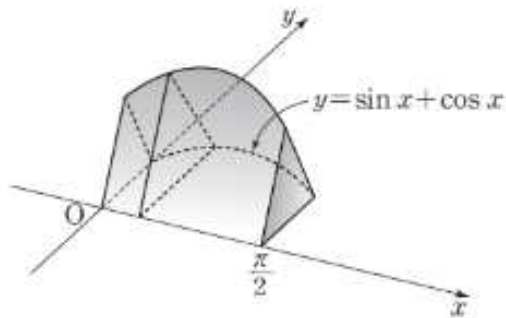
## 다시 보는 개념 !!

- 가. 곡선  $y = f(x)$ 와  $x$ 축 및 두 직선  $x = a$ ,  $x = b$ 로 둘러싸인 도형의 넓이  $S$ 는

$$S = \int_a^b |f(x)| dx$$



그림과 같이 곡선  $y = \sin x + \cos x$  ( $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ )와  $x$ 축,  $y$ 축 및 직선  $x = \frac{\pi}{2}$ 로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을  $x$ 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정삼각형일 때, 이 입체도형의 부피는?



- ①  $\frac{\sqrt{3}}{8}(\pi+1)$    ②  $\frac{\sqrt{3}}{8}(\pi+2)$    ③  $\frac{\sqrt{3}}{4}(\pi+1)$    ④  $\frac{\sqrt{3}}{4}(\pi+2)$    ⑤  $\frac{\sqrt{3}}{2}(\pi+1)$

### EBS 문항 분석

가. 단면의 넓이를 정적분해서 입체도형의 부피를 구하는 문제이다.

나. 단면이 정삼각형을 이용해서 넓이를 나타내고 이를 정적분해서 입체도형의 부피를 구하면 된다.



### 다시 보는 개념 !!

가. 한 변의 길이가  $a$ 인 정삼각형의 넓이는  $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ 이다.

나. 입체도형의 부피

닫힌구간  $[a, b]$ 의 임의의 점  $x$ 에서 입체도형을  $x$ 축에 수직인 평면으로 자른 단면의 넓이가  $S(x)$ 이고, 함수  $S(x)$ 가 닫힌구간  $[a, b]$ 에서 연속일 때, 이 입체도형의 부피  $V$ 는

$$V = \int_a^b S(x) dx \text{ 이다.}$$

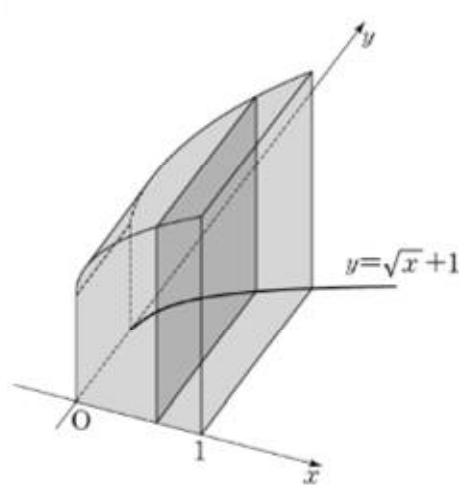


## EBS 기출분석 1

### 기출 문항

2017학년도 대수능 수학 가형 11번

그림과 같이 곡선  $y = \sqrt{x} + 1$ 과  $x$ 축,  $y$ 축 및 직선  $x=1$ 로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체 도형을  $x$ 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



- ①  $\frac{7}{3}$       ②  $\frac{5}{2}$       ③  $\frac{8}{3}$       ④  $\frac{17}{6}$       ⑤ 3



EBS 교재

2016 수능특강 미적분Ⅱ 116쪽 2번

곡선  $y = \sqrt{x \sin 2x}$   $\left(-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right)$ 와  $x$ 축으로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을  $x$ 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는?

- ①  $\frac{\pi}{2}$       ②  $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$       ③  $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$       ④  $\pi$       ⑤  $\frac{\sqrt{5}}{2}\pi$



## EBS 문항 분석

- 가. 연계유형 - 자료 상황을 활용해서 출제  
 나. 기출문항과 EBS교재 문항 둘 다 단면이 정사각형인 입체도형의 부피를 구하는 문제이다. EBS교재 문항은 그래프의 대칭성과 부분적분법을 이용하여 적분을 해야 해서 보다는 난도가 높다.



## 문항쫓아 Point !!

- 가. 단면이 정사각형이므로 한 변의 길이를 이용해서 넓이를 나타내고 이를 정적분해서 입체도형의 부피를 구하면 된다.  
 나. 닫힌 구간  $[a, b]$ 의 임의의 점  $x$ 에서  $x$ 축에 수직인 평면으로 자른 단면의 넓이가  $S(x)$ 이고, 함수  $S(x)$ 가 닫힌 구간  $[a, b]$ 에서 연속일 때, 이 입체도형의 부피  $V$ 는

$$V = \int_a^b S(x) dx$$

- 다. 연속함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$1) f(x) = f(-x) \text{ 이면 } \int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$$

$$2) f(x) = -f(-x) \text{ 이면 } \int_{-a}^a f(x) dx = 0$$

$$3) f(x+p) = f(x) \text{ 이면 } \int_a^{a+p} f(x) dx = \int_{a+p}^{a+2p} f(x) dx \text{ (단, } p \text{는 상수)}$$

- 라. 부분적분법 : 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 가 미분가능할 때,

$$\int f(x)g'(x) dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x) dx$$



## EBS 기출분석 2

### 기출 문항

2017학년도 대수능 수학 가형 21번

단한 구간  $[0, 1]$  에서 증가하는 연속함수  $f(x)$  가

$$\int_0^1 f(x) dx = 2, \quad \int_0^1 |f(x)| dx = 2\sqrt{2}$$

를 만족시킨다. 함수  $F(x)$  가

$$F(x) = \int_0^x |f(t)| dt \quad (0 \leq x \leq 1)$$

일 때,  $\int_0^1 f(x)F(x)dx$  의 값은? [4점]

- ①  $4 - \sqrt{2}$       ②  $2 + \sqrt{2}$       ③  $5 - \sqrt{2}$       ④  $1 + 2\sqrt{2}$       ⑤  $2 + 2\sqrt{2}$



EBS 교재

2016 수능완성 175쪽 20번

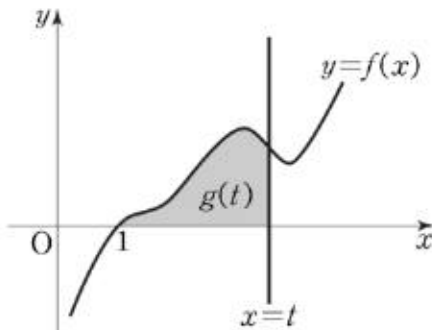
실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $f(x)$  가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $x > 1$  일 때  $f(x) > 0$  이고  $f(1) = 0$  이다.

(나)  $\int_2^3 f(x) dx = 1$

그림과 같이 곡선  $y = f(x)$  와  $x$  축 및 직선  $x = t$  ( $t > 1$ ) 로 둘러싸인 도형의 넓이를  $g(t)$

라 하자.  $\int_2^3 f(x) \{g(x)\}^2 dx = \frac{19}{3}$  일 때,  $g(2) \times g(3)$  의 값은?



- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7



## EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 문항을 확대 변형해서 출제

나. EBS교재의 문항은 곡선,  $x$  축,  $x=t$  사이의 넓이가 함수로 정의되어 있고 그 함수를 미분한 함수가 원래 함수임을 이용해서 정적분의 값을 구하는 문제이고, 기출문항은 이와 유사하게 곡선,  $x$  축,  $x=t$  사이의 넓이가 함수로 정의되어 있고 그 함수를 미분한 함수가 원래 함수임을 이용하는데 절댓값이 포함되어 있고 치환적분법을 이용해서 정적분의 값을 구하는 문제로 난도가 훨씬 높다.



## 문항포인트 Point !!

가. 절댓값이 포함된 함수의 정적분과 넓이 사이의 관계를 이용해서 정적분으로 표시된 함수  $F(x)$ 를 미분하고 치환적분을 이용해서 정적분의 값을 구하면 된다.

나. 곡선과  $x$  축 사이의 넓이

함수  $f(x)$ 가 닫힌 구간  $[a, b]$ 에서 연속일 때, 곡선  $y=f(x)$ 와  $x$  축 및 두 직선  $x=a$ ,  $x=b$ 로 둘러싸인 부분의 넓이  $S$ 는

$$S = \int_a^b |f(x)| dx$$

다. 치환적분법

$$g(x) = t \text{ 이면 } g'(x) = \frac{dt}{dx} \text{ 이므로 } \int f(g(x))g'(x)dx = \int f(t)dt$$



## EBS연계 예상문항



2018수능대비 EBS연계 예상문항/

2017 수능특강 미적분Ⅱ 101쪽 예제 1번 변형

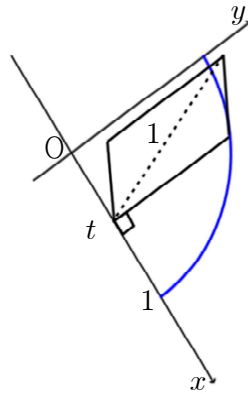
곡선  $y=2\sqrt{x+1}+a$ 이 점  $(-1, -1)$ 을 지날 때, 이 곡선과 직선  $x=-1$  및  $x$ 축,  $y$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오.



풀 이



원의 일부  $y = \sqrt{1-x^2}$  ( $0 \leq x \leq 1$ )과  $x$  축 및  $y$  축으로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을  $x$  축 위의  $x = t$  ( $0 \leq t \leq 1$ ) 인 점을 지나고  $x$  축에 수직인 평면으로 자른 단면이 그림과 같이 대각선의 길이가 1인 직사각형일 때, 이 입체도형의 부피를 구하시오.



풀이



곡선  $y = \ln x^2$  과  $y = \ln(x+2)$  및  $x$  축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오.



풀 이



곡선  $y = \sqrt{x}$  와 원  $x^2 + y^2 = 2$  및  $y$  축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오.



풀 이

## V. 평면곡선



### 기출 문항 분석

이 단원에서는 포물선, 타원, 쌍곡선 등 이차곡선의 정의와 기본 성질, 접선과 관련된 성질 등을 묻는 문제가 자주 출제되고 있다. 포물선, 타원, 쌍곡선의 정의를 정확하게 이해하여 방정식으로 표현할 수 있어야 하며 여러 가지 문제 상황을 좌표평면에 그림으로 나타내어 해결하도록 한다. 평면곡선의 접선의 방정식을 구하기 위하여 음함수의 미분법과 매개변수로 나타내어진 함수의 미분법을 익히고 이와 관련된 문항을 연습해야 한다.

이차곡선의 정의에 대한 복잡한 문제는 이차곡선의 정의나 성질을 이용하면 쉽게 해결되는 경우가 많다. 또한 이차곡선의 방정식과 초점의 좌표, 꼭짓점의 좌표, 준선의 방정식, 장축 및 주축의 길이, 쌍곡선의 점근선 등 이차곡선과 관련된 용어를 정확하게 알아 둘 필요가 있다. 접선에 관한 문제는 각각의 이차곡선에 맞게 접선의 방정식을 구하는 공식을 정확하게 암기하여 구분해야 하며 실생활 문제는 문제 상황에 맞게 방정식을 세워 좌표평면 위에 그림으로 표현해보는 연습을 해 두는 것이 좋을 것이다.

### 출제경향포인트

| 출제 연도           | 기출 문항의 형태                                          |
|-----------------|----------------------------------------------------|
| 2015수능. B형. 10번 | 포물선의 성질을 이용하여 주어진 선분의 길이를 구하는 문제 (정답형 3점)          |
| 2015수능. B형. 27번 | 타원의 정의를 이용하여 주어진 삼각형의 넓이를 구하는 문제 (단답형 4점)          |
| 2016수능. B형. 9번  | 포물선의 접선을 이용하여 주어진 삼각형의 넓이를 구하는 문제 (정답형 3점)         |
| 2016수능. B형. 26번 | 타원의 정의와 코사인 제2법칙을 이용하여 미지의 타원의 방정식을 구하는 문제(단답형 4점) |
| 2017수능. 가형. 19번 | 포물선의 접선과 타원의 정의를 이용하여 포물선의 방정식과 초점을 구하는 문제(정답형 4점) |
| 2017수능. 가형. 28번 | 쌍곡선의 성질을 이용하여 주축의 길이를 구하는 문제 (단답형 4점)              |

# 10이차곡선



2018수능대비 EBS 대표 예제 /

2017년 수능특강 기하와 벡터 5쪽 유제 2번

초점이  $F(4, -2)$ , 준선이  $y=4$ 인 포물선의 방정식이  $(x+a)^2 = b(y+c)$ 일 때, 상수  $a, b, c$ 에 대하여  $a+b+c$ 의 값은?

- ①  $-20$       ②  $-19$       ③  $-18$       ④  $-17$       ⑤  $-16$

## EBS 문항 분석

가. 포물선의 정의와 도형의 평행이동을 이용해서 미정계수를 구하는 문제이다.

나. 초점과 준선을 이용해서 포물선의 방정식을 구하고 평행이동을 이용해서 미정계수를 구하면 된다.



## 다시 보는 개념 !!

가. 평면 위의 한 점  $F$ 와 이 점을 지나지 않는 한 직선  $l$ 이 주어질 때, 점  $F$ 와 직선  $l$ 에 이르는 거리가 같은 점들의 집합을 포물선이라고 한다.

나. 포물선  $x^2 = 4py$ 를  $x$ 축의 방향으로  $m$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $n$ 만큼 평행이동한 포물선의 방정식은

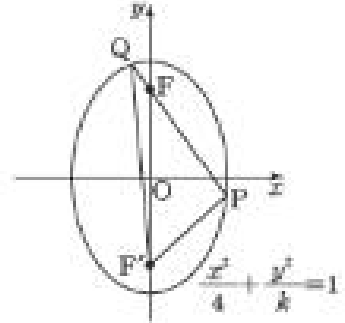
$$(x-m)^2 = 4p(y-n)$$

- 1) 초점 :  $(m, p+n)$
- 2) 준선 :  $y = -p+n$
- 3) 축 :  $x = m$
- 4) 꼭짓점 :  $(m, n)$



그림과 같이 두 초점이  $F, F'$ 인 타원  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{k} = 1$  위의 두 점  $P, Q$ 에 대하여 삼각형  $PQF'$ 의 둘레의 길이가  $4\sqrt{10}$ 일 때, 양수  $k$ 의 값은? (단, 점  $F$ 는 선분  $PQ$  위에 있다.)

- ① 6                      ② 7                      ③ 8  
④ 9                      ⑤ 10



### EBS 문항 분석

- 가. 타원의 성질을 이용해서 삼각형의 둘레를 구하는 문제이다.  
나. 타원 위의 임의의 한 점에서 두 초점까지의 거리의 합이 일정함을 이용하면 된다.



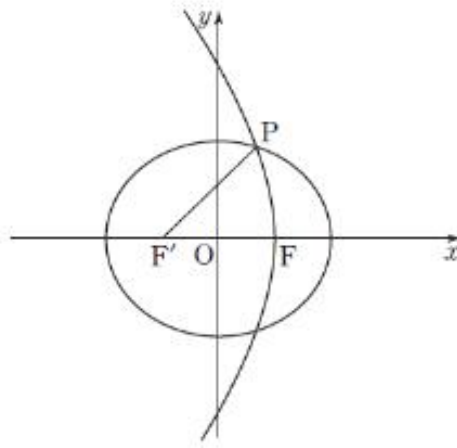
### 다시 보는 개념 !!

- 가. 평면 위의 서로 다른 두 점  $F, F'$ 에서의 거리의 합이 일정한 점들의 집합을 타원이라 하고, 두 점  $F, F'$ 을 타원의 초점이라 한다.  
나. 타원 위의 임의의 한 점에서 두 초점까지의 거리의 합은 장축의 길이와 같다.  
다. 두 초점  $F(c, 0), F'(-c, 0)$ 으로부터 거리의 합이  $2a$ 인 타원의 방정식은

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (\text{단, } a > c > 0, b^2 = a^2 - c^2) \text{이다.}$$



그림과 같이 두 점  $F(1, 0)$ ,  $F'(-1, 0)$ 을 초점으로 하는 타원이 점  $F'$ 을 초점으로 하고 꼭짓점이  $F$ 인 포물선과 제1사분면에서 만나는 점을  $P$ 라 하자.  $\cos(\angle PF'F) = \frac{5}{7}$ 일 때, 이 타원의 장축의 길이를 구하시오.



### EBS 문항 분석

- 가. 포물선의 성질과 타원의 성질을 함께 적용해야 하는 복합적인 개념 문제이다.  
 나. 포물선의 성질을 이용해서 준선의 방정식을 구하고 피타고라스의 정리를 이용해서  $\overline{PF}$ 의 길이를 구한 뒤 타원의 성질을 적용하면 된다.

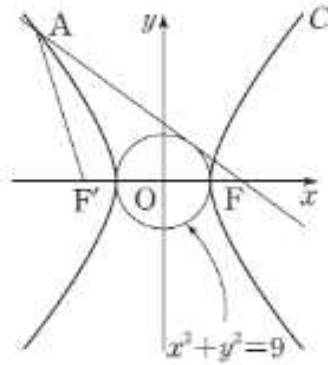


### 다시 보는 개념 !!

- 가. 포물선의 꼭짓점과 초점 사이의 거리는 포물선의 꼭짓점에서 준선까지의 거리와 같다.  
 나. 타원 위의 임의의 한 점에서 두 초점까지의 거리의 합은 장축의 길이와 같다.  
 다. 도형 관련한 문제에서 피타고라스의 정리를 사용하는 경우가 많다.



그림과 같이 원  $x^2 + y^2 = 9$ 가  $x$ 축과 만나는 두 점을 꼭짓점으로 하는 쌍곡선을  $C$ 라 하고, 쌍곡선  $C$ 의 두 초점을  $F, F'$ 이라 하자. 점  $F$ 를 지나고 원  $x^2 + y^2 = 9$ 에 접하는 직선이 쌍곡선  $C$ 와 제2사분면에서 만나는 점을  $A$ 라 하자.  $\overline{AF'} = \overline{F'F}$ 일 때, 삼각형  $AF'F$ 의 둘레의 길이는? (단, 점  $F$ 의  $x$ 좌표는 양수이다.)



① 30

② 32

③ 34

④ 36

⑤ 38

### EBS 문항 분석

- 가. 원의 성질과 쌍곡선의 성질을 이용해서 삼각형의 둘레를 구하는 문제이다.  
 나. 원의 중심에서 접선까지의 거리가 반지름의 길이와 같고 쌍곡선 위의 임의의 한 점에서 두 초점까지의 거리의 차가 주축의 길이와 같음을 이용해야 한다. 이때 보조선을 그려서 닮음인 두 도형을 찾아서 닮음비를 이용해서 길이를 나타내면 된다.



### 다시 보는 개념 !!

- 가. 평면 위의 서로 다른 두 점  $F, F'$ 에서의 거리의 차가 일정한 점들의 집합을 쌍곡선이라 하고, 두 점  $F, F'$ 을 쌍곡선의 초점이라 한다.  
 나. 두 초점  $F(c, 0), F'(-c, 0)$ 에서의 거리의 차가  $2a(c > a > 0)$ 인 쌍곡선의 방정식은 
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (\text{단, } b^2 = c^2 - a^2)$$
  
 다. 쌍곡선 위의 임의의 한 점에서 두 초점까지의 거리의 차는 주축의 길이와 같다.



## EBS 기출분석 1

### 기출 문항

2017학년도 대수능 수학 가형 28번

점근선의 방정식이  $y = \pm \frac{4}{3}x$ 이고 두 초점이  $F(c, 0), F'(-c, 0)$  ( $c > 0$ )인 쌍곡선이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 쌍곡선 위의 한 점  $P$ 에 대하여  $\overline{PF'} = 30, 16 \leq \overline{PF} \leq 20$ 이다.  
 (나)  $x$ 좌표가 양수인 꼭짓점  $A$ 에 대하여 선분  $AF$ 의 길이는 자연수이다.

이 쌍곡선의 주축의 길이를 구하시오. [4점]



EBS 교재

2016 수능특강 기하와 벡터 11쪽 유제 7번

점근선의 방정식이  $y = \pm \frac{3}{2}x$ 인 쌍곡선  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{9} = 1$ 의 두 초점을  $F, F'$ 이라고 하자. 이 쌍곡선 위의 점  $P$ 에 대하여  $\overline{PF'} = 5$ 일 때,  $\overline{PF}$ 의 값은? (단,  $\overline{PF} > \overline{PF'}$ 이고,  $a$ 는 양수이다.)

- ① 6                      ② 7                      ③ 8                      ④ 9                      ⑤ 10



### EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 문제를 확대 변형하여 출제

나. 기출문항과 EBS교재의 문항은 동일한 개념인 쌍곡선의 점근선의 방정식과 주축의 길이를 묻고 있으나 기출문항의 조건이 연계문항보다 느슨해서 다소 어렵다.



### 문항포인트 Point !!

가. 점근선의 방정식을 이용해서 쌍곡선의 방정식을 구해야 한다.

나. 두 초점  $F(c, 0), F'(-c, 0)$ 에서의 거리의 차가  $2a$  ( $c > a > 0$ )인 쌍곡선의 방정식은

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (\text{단, } c^2 = a^2 + b^2)$$

다. 쌍곡선  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 주축의 길이는  $2a$ 이다.



## EBS 기출분석 2

### 기출 문항

2018학년도 대수능 6월 모의평가 수학 가형 10번

주축의 길이가 4인 쌍곡선  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 점근선의 방정식이  $y = \pm \frac{5}{2}x$ 일 때,  $a^2 + b^2$ 의 값은? (단,  $a$ 와  $b$ 는 상수이다.) [3점]

- ① 21                      ② 23                      ③ 25                      ④ 27                      ⑤ 29



### EBS 교재

### 2017 수능특강 기하와 벡터 13쪽 유제 9번

점근선의 방정식이  $y = \sqrt{2}x$ ,  $y = -\sqrt{2}x$ 이고,  $x$ 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 8인 쌍곡선의 두 초점 사이의 거리는?

- ①  $6\sqrt{3}$                       ②  $7\sqrt{3}$                       ③  $8\sqrt{3}$                       ④  $9\sqrt{3}$                       ⑤  $10\sqrt{3}$



### EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 문제를 축소 변형하여 출제

나. 기출문제와 EBS교재의 문항은 둘 다 점근선의 방정식과 주축의 길이를 이용해서 쌍곡선의 방정식을 구하는 문제인데 EBS교재의 문항은 두 초점 사이의 거리까지 구해야 하는 문제로 기출문항이 보다 쉽다.



### 문항포인트 Point !!

가. 점근선의 방정식과 주축의 길이를 이용해서 쌍곡선의 방정식을 구하면 된다.

나. 쌍곡선  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 점근선의 방정식은  $y = \pm \frac{b}{a}x$

다. 쌍곡선  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 주축의 길이는  $2a$ 이다.



## EBS연계 예상문항



2018수능대비 EBS연계 예상문항/

2017 수능특강 기하와 벡터 13쪽 유제 10번 변형

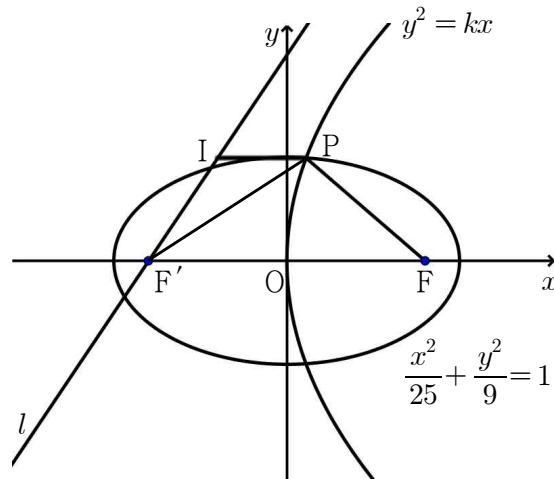
쌍곡선  $x^2 - 6x - 2y^2 - 4y + 3 = 0$  의 두 점근선의  $x$  절편들의 차를 구하시오.



풀 이



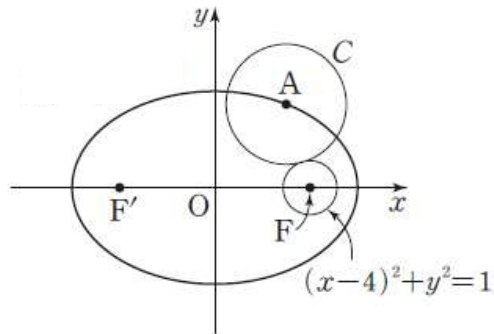
그림과 같이 타원  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 의 두 초점이  $F, F'$ 이고 포물선  $y^2 = kx$  ( $k > 0$ )의 초점이  $F$ 이다. 초점  $F'$ 을 지나고 직선  $l$ 과 타원과 포물선이 만나는 점  $P$ 를 지나면서  $x$ 축에 평행한 직선이 만나는 점을  $I$ 라 하자.  $|\overline{PF} - \overline{PI}| = 2$ 일 때,  $(\overline{PI} + \overline{PF'})^2$ 의 값을 구하시오.



풀이



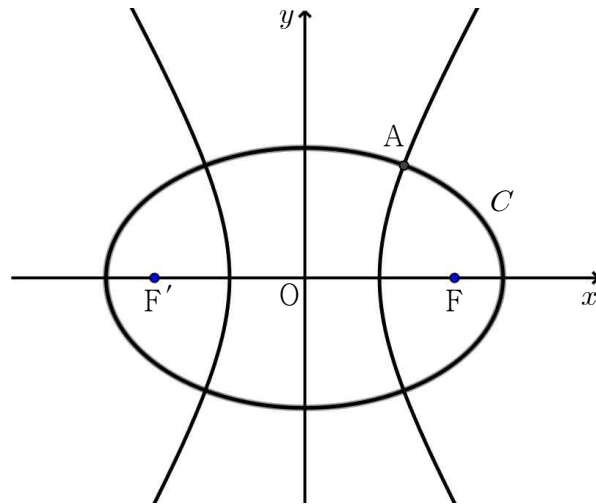
그림과 같이  $F(4, 0)$ ,  $F'(-4, 0)$ 이 두 초점인 타원  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 이 있다. 이 타원 위의 제1사분면 위의 점  $A$ 를 중심으로 하고 원  $(x-4)^2 + y^2 = 1$ 과 제1사분면에 있는 한 점에 서로만 만나는 원을  $C$ 라 하자. 점  $F$ 와 원  $C$  위의 점 사이의 거리의 최댓값이 7이고 점  $F'$ 과 원  $C$  위의 점 사이의 거리의 최솟값이 5일 때,  $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.



풀이



그림과 같이 쌍곡선  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ 의 두 초점을  $F, F'$ 이라 하고 두 점  $F, F'$ 을 초점으로 하는 타원을  $C$ 라 하자. 타원  $C$ 가 쌍곡선  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ 과 제1사분면에서 만나는 점을  $A$ 라 하자.  $\angle FAF' = 90^\circ$ 일 때, 타원  $C$ 의 장축의 길이를 구하시오. (단, 점  $F$ 의  $x$ 좌표는 양수이다.)



풀 이

# 11 평면곡선의 접선



2018수능대비 EBS 대표 예제 /

2017년 수능특강 기하와 벡터 21쪽 예제 2번

곡선  $x^2 + y^2 + axy + b = 0$  위의 점  $(2, 3)$ 에서 접선의 기울기가  $-4$ 일 때, 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값은?

- ① 5                      ② 6                      ③ 7                      ④ 8                      ⑤ 9

## EBS 문항 분석

가. 음함수로 나타낸 평면 곡선의 접선의 방정식을 구하는 문제이다.

나. 음함수의 미분법을 이용하여  $\frac{dy}{dx}$ 를 구한 후에 곡선 위의 점에서의 접선의 기울기를 이용해서  $a, b$ 를 구하면 된다.



## 다시 보는 개념 !!

가. 음함수의 미분법

$x$ 의 함수  $y$ 가 음함수  $f(x, y) = 0$ 의 꼴로 주어질 때에는  $y$ 를  $x$ 의 함수로 보고 각 항을  $x$ 에 대하여 미분하여  $\frac{dy}{dx}$ 를 구한다.

나. 음함수로 나타낸 평면 곡선의 접선의 방정식

음함수  $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 곡선 위의 점  $P(a, b)$ 에서의 접선의 방정식은 다음과 같이 구할 수 있다.

1) 음함수의 미분법을 이용하여  $\frac{dy}{dx}$ 를 구한다.

2) 1)에서 구한  $\frac{dy}{dx}$ 에 점  $P(a, b)$ 의 좌표를 대입하여 접선의 기울기를 구한다.

3) 2)에서 구한 접선의 기울기와 곡선  $f(x, y) = 0$  위의 점  $P(a, b)$ 를 이용하여 접선의 방정식을 구한다.



매개변수  $t$ 로 나타낸 곡선  $x=t^3, y=t-t^2$  위의 점  $(8, a)$ 에서의 접선의 방정식을  $y=f(x)$ 라 할 때,  $f(a)$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{3}{4}$       ④ 1      ⑤  $\frac{5}{4}$



## EBS 문항 분석

가. 매개변수로 나타낸 평면 곡선의 접선의 방정식을 구하는 문제이다.

나. 매개변수로 나타낸 함수의 미분법을 이용하여  $\frac{dy}{dx}$ 를 구한 후에 곡선 위의 점에서의 접선의 기울기를 이용해서  $a$ 를 구하면 된다.



## 다시 보는 개념 !!

가. 매개변수로 나타낸 함수의 미분법

두 함수  $x=f(t), y=g(t)$ 가  $t$ 에 대하여 미분가능하고  $f'(t) \neq 0$ 일 때,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{g'(t)}{f'(t)}$$

나. 매개변수로 나타낸 평면 곡선의 접선의 방정식

매개변수로 나타낸 곡선  $\begin{cases} x=f(t) \\ y=g(t) \end{cases}$ 에서 두 함수  $f(t), g(t)$ 가 미분가능하고  $f'(t) \neq 0$

일 때,  $t=a$ 에 대응하는 곡선 위의 점  $(f(a), g(a))$ 에서의 접선의 방정식은 다음과 같이 구할 수 있다.

1) 매개변수로 나타낸 함수의 미분법을 이용하여  $\frac{dy}{dx} = \frac{g'(t)}{f'(t)}$ 를 구한다.

2)  $t=a$ 에 대응하는 곡선 위의 점  $(f(a), g(a))$ 에서의 접선의 기울기  $\frac{g'(a)}{f'(a)}$ 를 구한다.

3) 2)에서 구한 접선의 기울기와 곡선 위의 점  $(f(a), g(a))$ 를 이용하여 접선의 방정식을 구한다.



매개변수  $t$  ( $t > 0$ )으로 나타낸 곡선

$$x = \sqrt{t} + a, \quad y = \ln t + t$$

위의  $t=1$ 에 대응하는 점에서의 접선이  $x$ 축,  $y$ 축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 삼각형 OAB의 넓이가 8일 때, 양수  $a$ 의 값은? (단, O는 원점이다.)

- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{3}{4}$       ③  $\frac{5}{4}$       ④  $\frac{7}{4}$       ⑤  $\frac{9}{4}$

### EBS 문항 분석

가. 매개변수로 나타낸 평면 곡선의 접선의 방정식을 구하는 문제이다.

나. 매개변수로 나타낸 함수의 미분법을 이용하여  $\frac{dy}{dx}$ 를 구한 후에 곡선 위의 점에서의 접선의  $x, y$  절편을 이용해서  $a$ 를 구하면 된다.



### 다시 보는 개념 !!

가. 매개변수로 나타낸 함수의 미분법

두 함수  $x=f(t), y=g(t)$ 가  $t$ 에 대하여 미분가능하고  $f'(t) \neq 0$ 일 때,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{g'(t)}{f'(t)}$$

나. 매개변수로 나타낸 평면 곡선의 접선의 방정식

매개변수로 나타낸 곡선  $\begin{cases} x=f(t) \\ y=g(t) \end{cases}$ 에서 두 함수  $f(t), g(t)$ 가 미분가능하고  $f'(t) \neq 0$

일 때,  $t=a$ 에 대응하는 곡선 위의 점  $(f(a), g(a))$ 에서의 접선의 방정식은 다음과 같이 구할 수 있다.

1) 매개변수로 나타낸 함수의 미분법을 이용하여  $\frac{dy}{dx} = \frac{g'(t)}{f'(t)}$ 를 구한다.

2)  $t=a$ 에 대응하는 곡선 위의 점  $(f(a), g(a))$ 에서의 접선의 기울기  $\frac{g'(a)}{f'(a)}$ 를 구한다.

3) 2)에서 구한 접선의 기울기와 곡선 위의 점  $(f(a), g(a))$ 를 이용하여 접선의 방정식을 구한다.



좌표평면에서 포물선  $y^2 = 9x$  와 직선  $x = a$  가 서로 다른 두 점 A, B 에서 만난다. 포물선 위의 두 점 A, B 에서의 접선을 각각  $l_1, l_2$  라 할 때, 두 직선  $l_1, l_2$  가 서로 수직이 되도록 하는 양수  $a$  의 값은?

- ①  $\frac{9}{4}$                       ②  $\frac{5}{2}$                       ③  $\frac{11}{4}$                       ④ 3                      ⑤  $\frac{13}{4}$

**EBS 문항 분석**

- 가. 포물선의 접선의 방정식과 수직인 두 직선의 성질을 묻는 문제이다.  
 나. 포물선 위의 점에서의 접선의 기울기를 구하고 수직인 두 직선의 기울기의 곱이  $-1$  임을 이용하면 된다.

**다시 보는 개념 !!**

- 가. 포물선  $y^2 = 4px$  위의 점  $(x_1, y_1)$  에서의 접선의 방정식은  $y_1y = 2p(x + x_1)$  이다.  
 나. 수직인 두 직선의 기울기의 곱은  $-1$  이다.  
 다. 타원  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  위의 점  $(x_1, y_1)$  에서 접선의 방정식은  $\frac{x_1x}{a^2} + \frac{y_1y}{b^2} = 1$  이다.  
 라. 쌍곡선  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  위의 점  $(x_1, y_1)$  에서 접선의 방정식은  $\frac{x_1x}{a^2} - \frac{y_1y}{b^2} = 1$  이다.



## EBS 기출분석 1

### 기출 문항

2018학년도 대수능 6월 모의평가 수학 가형 6번

매개변수  $t$ 로 나타내어진 곡선

$$x = t^2 + 2, \quad y = t^3 + t - 1$$

에서  $t = 1$  일 때,  $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ② 1      ③  $\frac{3}{2}$       ④ 2      ⑤  $\frac{5}{2}$



### EBS 교재

### 2017 수능특강 기하와 벡터 24쪽 5번

매개변수  $t$ 로 나타낸 곡선  $x = t^2 - 1, y = t^3 + at$ 에 대하여  $t = -1$ 에 대응하는 점에서의 접선의 기울기가 1일 때, 상수  $a$ 의 값은?

- ① -9      ② -8      ③ -7      ④ -6      ⑤ -5



### EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 동일한 개념 및 원리를 활용하여 출제

나. 기출문제와 EBS교재의 문항은 둘 다 매개변수로 나타낸 곡선 위의 점에서의 접선의 기울기를 묻고 있고 연계율이 매우 높은 문항이다.



### 문항포인트 Point !!

가. 매개변수로 나타낸 함수의 미분법을 묻고 있다.

나. 매개변수로 나타낸 함수의 미분법

두 함수  $x = f(t), y = g(t)$ 가  $t$ 에 대하여 미분가능하고  $f'(t) \neq 0$ 일 때,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{g'(t)}{f'(t)}$$



## EBS연계 예상문항



2018수능대비 EBS연계 예상문항/

2017 수능특강 기하와 벡터 25쪽 3번 변형

타원  $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$  위의 한 점  $(-2, \sqrt{2})$ 에서의 접선이 주축이  $x$  축 위에 놓여있고 원점을 지나는 쌍곡선의 한 점근선일 때, 이 쌍곡선의 두 초점 사이의 거리를 구하시오.



풀 이



매개변수  $\theta$  ( $0 \leq \theta \leq 2\pi$ )로 나타낸 곡선  $x = 2\cos\theta$ ,  $y = 3\sin\theta$ 에 대하여  $\theta = \frac{\pi}{3}$ 에 대응하는 점에서의 접선의 방정식이  $y = ax + b$ 일 때, 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $ab$ 의 값을 구하시오.



풀 이



다음은 쌍곡선  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$  위의 제1사분면에 있는 점  $A(a, b)$ 에서의 접선에 수직이고 점  $A$ 를 지나는 직선의  $x$  절편을 구하는 과정이다.

쌍곡선의 방정식  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$ 의 양변을  $x$ 에 대하여 미분하여 정리하면

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\boxed{\text{(가)}}}{4y} \quad (\text{단, } y \neq 0)$$

점  $A(a, b)$ 에서의 접선에 수직이고 점  $A$ 를 지나는 직선의 방정식은

$$y = \frac{-4b}{\boxed{\phantom{00}}}x + \boxed{\text{(나)}}$$

이므로 이 직선의  $x$  절편은  $\boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각  $f(x)$ ,  $g(b)$ ,  $h(a)$ 라 할 때,  $f(2) \times g(2) \times h(2)$ 의 값을 구하시오.



풀 이



함수  $y=f(x)$  를 매개변수  $t(t>0)$  로 나타내면

$$x=t^3+2t, y=nt+\ln t \quad (n \text{ 은 자연수})$$

이다.  $f'(3)<2$  를 만족시키는 모든 자연수  $n$  의 개수를 구하시오.



풀 이

## VI. 평면벡터



### 기출 문항 분석

이 단원이 공간벡터와 하나의 대단원으로 통합되어 있을 때에는 수능에서 거의 출제가 되지 않았다. 하지만 2009 개정 교육과정에서는 이 단원이 공간벡터 단원에서 독립되었고 개정 교육과정이 처음으로 적용된 작년 수능에서는 이 단원에서 2문항이 출제가 되었다. 출제된 문항은 성분으로 나타낸 두 벡터의 뺄셈을 하는 2점 문항과 평면운동을 하는 점의 속력을 계산하는 3점 문항으로 아주 평이했다. 작년 두 차례에 걸쳐 실시된 모의평가에서도 성분으로 나타낸 벡터의 계산, 두 직선이 이루는 예각의 크기, 내적의 성질을 이용한 계산에 관한 내용으로 대체로 쉽게 출제가 되었다. 그러나 기하학적 상황을 파악하는 능력과 도형의 성질에 대한 이해를 요구하는 2개의 문항은 다소 까다로웠으며 주어진 조건을 해석하여 평면운동을 하는 점의 가속도를 구하는 6월 모의평가 29번 문항은 해결하기가 어려운 문항이었다.

이 단원의 개념과 원리가 공간벡터에서 그대로 확장이 되어 다뤄지고 있기 때문에 평면벡터와 공간벡터를 따로 분리하지 말고 통합하여 공부할 필요가 있다. 기본적인 문항은 약간의 개념과 공식만 익히면 쉽게 해결할 수 있겠지만 내적을 이용하여 해결하는 그림 문제는 공간벡터에 진입하기 위한 준비운동이라 생각하고 다양한 문제를 많이 풀어보면서 고난도 문항에 대비할 필요가 있겠다.

#### 출제경향포인트

| 출제 연도           | 기출 문항의 형태                       |
|-----------------|---------------------------------|
| 2017수능, 가형, 1번  | 성분으로 나타낸 벡터를 계산하는 문항 (선다형 2점)   |
| 2017수능, 가형, 10번 | 평면운동을 하는 점의 속력을 구하는 문항 (선다형 3점) |

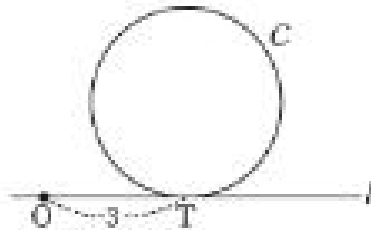
# 12 벡터의 연산



2018수능대비 EBS 대표 예제 /

2017년 수능특강 기하와 벡터 31쪽 유제 4번

그림과 같이 한 평면에서 반지름의 길이가 2인 원  $C$ 가 직선  $l$ 과 점  $T$ 에서 접한다.  $\overline{OT}=3$ 인 직선  $l$  위의 점  $O$ 와 원 위를 움직이는 두 점  $P, Q$ 에 대하여  $|\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}|$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때  $Mm$ 의 값은?



① 36

② 38

③ 40

④ 42

⑤ 44

## EBS 문항 분석

가. 벡터의 덧셈과 벡터의 크기를 이해하는지 묻는 문항이다.

나. 시점이 같은 두 벡터의 합이 최대가 되기 위해서는 원 위를 움직이는 두 점  $P, Q$ 가 어디에 위치해야 하는지를 생각해본다.

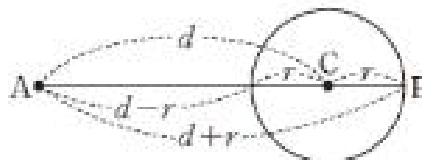


## 다시 보는 개념 !!

반지름의 길이가  $r$ 인 원 밖의 한 점  $A$ 와 원의 중심  $C$  사이의 거리가  $d$ 일 때, 점  $A$ 와 원 위의 점  $P$  사이의 거리의 최댓값과 최솟값은

1) 최댓값 :  $d+r$

2) 최솟값 :  $d-r$





영벡터가 아닌 두 벡터  $\vec{a}, \vec{b}$  가 서로 평행하지 않을 때,  
 $\vec{OA} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ ,  $\vec{OB} = 3\vec{a} - 5\vec{b}$ ,  $\vec{OC} = m\vec{a} + 2\vec{b}$  이고 두 벡터  $\vec{AB}, \vec{OC}$  가 서로 평행하다.  
 실수  $m$ 의 값은?

- ①  $-\frac{1}{2}$       ②  $-\frac{1}{3}$       ③  $-\frac{1}{4}$       ④  $-\frac{1}{5}$       ⑤  $-\frac{1}{6}$

### EBS 문항 분석

- 가. 영벡터가 아닌 두 벡터가 평행하기 위한 조건을 이해하는지 묻는 문항이다.  
 나. 영벡터가 아닌 두 벡터가 평행하기 위해서는 한 벡터가 다른 벡터의 0이 아닌 실수배로 표현되어야 함을 이용하여 해결한다.



### 다시 보는 개념 !!

가. 벡터의 평행

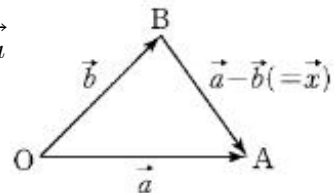
영벡터가 아닌 두 벡터  $\vec{a}, \vec{b}$ 의 방향이 같거나 반대일 때, 두 벡터  $\vec{a}, \vec{b}$ 는 서로 평행하다고 한다.

나. 벡터의 평행과 실수배

영벡터가 아닌 두 벡터  $\vec{a}, \vec{b}$ 에 대하여  
 $\vec{a} // \vec{b} \Leftrightarrow \vec{b} = k\vec{a} \ (k \neq 0)$

다. 벡터의 뺄셈

- 1) 두 벡터  $\vec{a}, \vec{b}$ 에 대하여  $\vec{b} + \vec{x} = \vec{a}$ 를 만족하는 벡터  $\vec{x}$ 를  $\vec{a}$ 에서  $\vec{b}$ 를 뺀 차라 하며  $\vec{x} = \vec{a} - \vec{b}$ 와 같이 나타낸다.
- 2)  $\vec{a} = \vec{OA}$ ,  $\vec{b} = \vec{OB}$ 라 하면  $\vec{a} - \vec{b} = \vec{OA} - \vec{OB} = \vec{BA}$

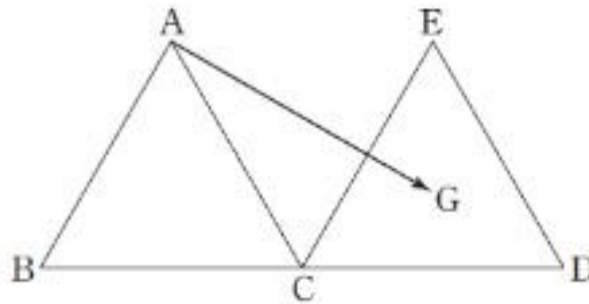




그림과 같이 평면 위에 합동인 두 정삼각형 ABC와 CDE로 이루어진 도형에서 정삼각형 CDE의 무게중심을 G라 하자.

$\overrightarrow{AG} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AC}$  일 때,  $30(m+n)$ 의 값을 구하시오.

(단,  $m, n$ 은 상수이고, 세 점 B, C, D는 한 직선 위에 있다.)



### EBS 문항 분석

가. 화살표로 나타낸 벡터의 연산을 이해하는지 묻는 문항이다.

나. 구해야 하는 벡터를 삼각형의 법칙을 이용하여 주어진 벡터와 평행한 벡터들의 합으로 나타낼 수 있는 방법을 찾아 해결한다.

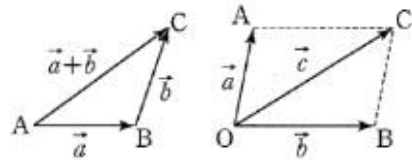


### 다시 보는 개념 !!

가. 벡터의 덧셈

1)  $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ ,  $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$  일 때,  $\vec{a} + \vec{b} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

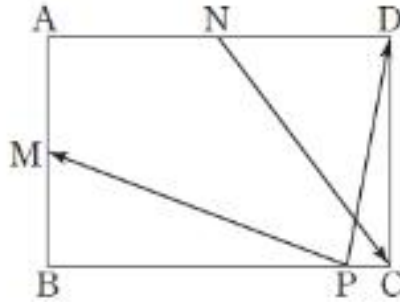
2)  $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ ,  $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$  일 때,  $\vec{a} + \vec{b} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC}$



즉, 두 벡터의 합  $\vec{a} + \vec{b}$ 은 평행사변형 OBCA에서 대각선의 길이를 크기로 하고 대각선의 방향을 방향으로 하는 벡터  $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$ 와 같다.



그림과 같이  $\overline{AB}=4$ ,  $\overline{AD}=6$ 인 직사각형 ABCD에서 변 AB의 중점을 M, 변 AD의 중점을 N이라 하자. 선분 BC 위의 점 P에 대하여  $\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{PD}$ 와  $\overrightarrow{NC}$ 가 서로 평행할 때, 선분 PC의 길이는  $k$ 이다.  $20k$ 의 값을 구하시오.



## EBS 문항 분석

가. 벡터의 덧셈과 영벡터가 아닌 두 벡터가 평행하기 위한 조건을 이용하여 문제를 해결할 수 있는지 묻는 문항이다..

나.  $\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{PD}$ 이 나타내는 벡터를 화살표로 작도하고 이 벡터가  $\overrightarrow{NC}$ 와 평행하기 위한 조건을 생각하여 해결한다.

다. 좌표를 도입하여 벡터를 성분으로 나타내어 해결할 수도 있다.



## 다시 보는 개념 !!

벡터의 실수배

임의의 실수  $k$ 와 벡터  $\vec{a}$ 의 곱  $k\vec{a}$ 에 대하여

1)  $\vec{a} \neq \vec{0}$ 일 때,  $k\vec{a}$ 는

- ①  $k > 0$ 이면  $\vec{a}$ 와 방향이 같고, 크기는  $|k||\vec{a}|$ 인 벡터
- ②  $k < 0$ 이면  $\vec{a}$ 와 방향이 반대이고, 크기는  $|k||\vec{a}|$ 인 벡터
- ③  $k = 0$ 이면  $\vec{0}$

2)  $\vec{a} = \vec{0}$ 일 때,  $k\vec{a} = \vec{0}$



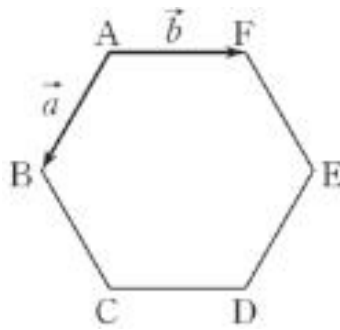
## EBS연계 예상문항



2018수능대비 EBS연계 예상문항/

2017 수능특강 기하와 벡터 35쪽 1번 변형

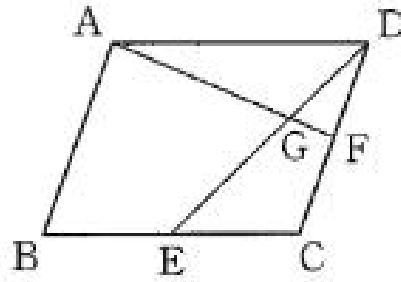
그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정육각형 ABCDEF에서 두 벡터  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AF} = \vec{b}$ 라 하자.  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = m\vec{a} + n\vec{b}$ 가 성립할 때, 두 상수  $m, n$ 에 대하여  $mn$ 의 값을 구하시오.



풀이



그림과 같은 평행사변형 ABCD 에 대하여  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CD}$  의 중점을 각각 E, F 라 하고  $\overline{DE}$  와  $\overline{AF}$  의 교점을 G 라 하자.  $\overrightarrow{AG} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AD}$  를 만족시키는 두 실수  $m, n$ 에 대하여,  $m+n$ 의 값은?



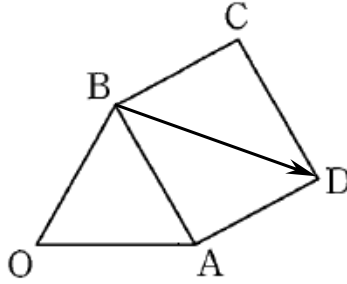
- ①  $\frac{3}{2}$       ②  $\frac{4}{3}$       ③  $\frac{5}{4}$       ④  $\frac{6}{5}$       ⑤  $\frac{7}{6}$



풀 이



그림과 같이 평면에서 정삼각형  $OAB$ 에 대하여 정사각형  $ABCD$ 를 정삼각형 바깥쪽으로 변  $AB$ 를 공유하도록 만든다.  $\overrightarrow{BD} = m\overrightarrow{OA} + n\overrightarrow{OB}$  만족시키는 두 실수  $m, n$ 에 대하여,  $mn$ 의 값은?



①  $-\frac{1}{9}$

②  $-\frac{2}{9}$

③  $-\frac{1}{3}$

④  $-\frac{4}{9}$

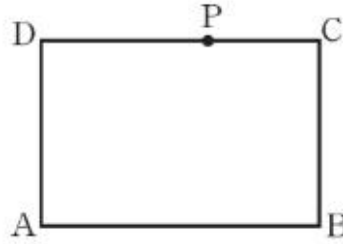
⑤  $-\frac{2}{3}$



풀 이



그림과 같이  $\overline{AB}=3$ ,  $\overline{AD}=2$ 인 직사각형 ABCD가 있다. 점 P가 선분 CD 위를 움직일 때,  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AP}|$ 의 최댓값과  $|\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CP}|$ 의 최솟값의 합은?



- ①  $\sqrt{10}+1$                       ②  $2(\sqrt{10}-1)$                       ③  $2(\sqrt{10}+1)$   
 ④  $3(\sqrt{10}-1)$                       ⑤  $3(\sqrt{10}+1)$



풀이

# 13 평면벡터의 성분과 내적



2018수능대비 EBS 대표 예제 /

2017년 수능특강 기하와 벡터 43쪽 예제 3번

좌표평면에 지름 AB의 길이가 8인 반원이 있다. 반원 위의 한 점 C에 대하여  $\overline{AC}=6$  일 때,  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AB}$ 의 값은?

- ① -32      ② -28      ③ -24      ④ -20      ⑤ -16

## EBS 문항 분석

- 가. 평면벡터의 내적의 정의를 이해하는지 묻는 문항이다.  
 나. 원의 성질과 피타고라스의 정의를 이용하여 내적의 값을 구한다.  
 다. 내적의 기하학적 의미를 활용하여 문제를 간단히 해결할 수도 있다.



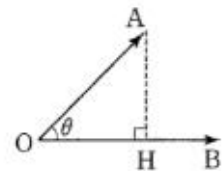
## 다시 보는 개념 !!

가. 평면벡터의 내적의 정의

영벡터가 아닌 두 평면벡터  $\vec{a}, \vec{b}$ 가 이루는 각을  $\theta$ 라 할 때,  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$ 를 두 평면벡터의 내적이라 한다.

나. 내적의 기하학적 의미

두 벡터  $\vec{a} = \overrightarrow{OA}, \vec{b} = \overrightarrow{OB}$ 가 이루는 각이 예각일 때, 점 A에서 직선 OB에 내린 수선의 발을 H라 하면  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \overline{OH} \times \overline{OB}$





두 벡터  $\vec{a}, \vec{b}$ 에 대하여  $|\vec{a}|=2, |\vec{b}|=3, |\vec{a}+2\vec{b}|=4$  일 때,  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 의 값은?

- ① -2      ② -4      ③ -6      ④ -8      ⑤ -10



## EBS 문항 분석

가. 평면벡터의 내적의 성질을 이해하는지 묻는 문항이다.

나. 벡터의 크기와 내적의 관계 및 내적의 연산법칙을 이용하여 해결한다.



## 다시 보는 개념 !!

가. 평면벡터의 내적의 연산법칙

세 평면벡터  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 와 실수  $k$ 에 대하여

- 1) 교환법칙  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$
- 2) 결합법칙  $(k\vec{a}) \cdot \vec{b} = k(\vec{a} \cdot \vec{b}) = \vec{a} \cdot (k\vec{b})$
- 3) 분배법칙  $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}, (\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$

나. 평면벡터의 크기와 내적

- 1)  $\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$
- 2)  $|\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2$
- 3)  $|\vec{a} - \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2$



두 벡터  $\vec{a} = (x, y-4)$ ,  $\vec{b} = (y, 3-x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $x, y$ 는 실수이다.

(나)  $|\vec{a}| \leq 5$ ,  $|\vec{b}| \leq 5$

$\vec{a} \cdot \vec{b}$ 의 최댓값은?

- ①  $5\sqrt{3}$       ②  $\frac{15\sqrt{3}}{2}$       ③  $10\sqrt{3}$       ④  $\frac{25\sqrt{3}}{2}$       ⑤  $15\sqrt{3}$



### EBS 문항 분석

가. 성분으로 나타낸 평면벡터의 내적을 이해하는지 묻는 문항이다.

나. 주어진 조건을 만족하는 점  $(x, y)$ 를 좌표평면에 나타내어  $\vec{a} \cdot \vec{b} = k$ 로 두고 기하학적으로 접근한다.



### 다시 보는 개념 !!

성분으로 나타낸 평면벡터의 내적

영벡터가 아닌 두 평면벡터  $\vec{a} = (a_1, a_2)$ ,  $\vec{b} = (b_1, b_2)$ 가 이루는 각의 크기를  $\theta$ 라고 할 때,

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta = a_1 b_1 + a_2 b_2$$



좌표평면 위에 두 점  $A(3, -2)$ ,  $B(7, 6)$ 이 있다.

$$\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{BP} = 0$$

을 만족시키는 좌표평면 위의 점  $P$ 에 대하여  $|\overrightarrow{OP}|$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $Mm$ 의 값은? (단,  $O$ 는 원점이다.)

- ① 3      ② 6      ③ 9      ④ 12      ⑤ 15

### EBS 문항 분석

가. 내적으로 표현된 원의 방정식을 이해하는지 묻는 문항이다.

나. 조건  $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{BP} = 0$ 으로부터 점  $P$ 는 두 점  $A, B$ 를 지름의 양 끝점으로 하는 원 위의 점임을 파악하여 해결한다.

다. 점  $P$ 의 좌표를  $(x, y)$ 로 두어 성분으로 나타낸 내적의 연산을 통하여 점  $P$ 의 자취의 방정식을 구할 수도 있다.



### 다시 보는 개념 !!

원의 방정식

좌표평면의 서로 다른 두 점  $A, B$ 에 대하여, 선분  $AB$ 를 지름으로 하는 원 위의 점을  $P$ 라 하면  $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} = 0$ 이다. (역도 성립한다.)



## EBS 기출분석 1

### 기출 문항

2018학년도 대수능 6월 모의평가 수학 가형 1번

두 벡터  $\vec{a} = (2, 4)$ ,  $\vec{b} = (1, 1)$ 에 대하여 벡터  $\vec{a} + \vec{b}$ 의  
모든 성분의 합은? [2점]

- ① 5                  ② 6                  ③ 7                  ④ 8                  ⑤ 9



### EBS 교재

2017 수능특강 기하와 벡터 40쪽 개념

(1)  $\vec{a} = (a_1, a_2)$ ,  $\vec{b} = (b_1, b_2)$ 일 때,

- ①  $\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2)$



### EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 개념 원리 활용

나. EBS교재에 나와있는 개념을 적용하여 벡터의 덧셈을 계산할 수 있는지 묻는 문항이다.



### 문항포인트 Point !!

아주 기본적인 계산이므로 실수가 없도록 하자.



## EBS 기출분석 2

### 기출 문항

2018학년도 대수능 6월 모의평가 수학 가형 11번

두 벡터  $\vec{a} = (3, 1)$ ,  $\vec{b} = (4, -2)$  가 있다.

벡터  $\vec{v}$  에 대하여 두 벡터  $\vec{a}$  와  $\vec{v} + \vec{b}$  가 서로 평행할 때,

$|\vec{v}|^2$  의 최솟값은? [3점]

- ① 6                      ② 7                      ③ 8                      ④ 9                      ⑤ 10



### EBS 교재

### 2017 수능특강 기하와 벡터 49쪽 3번

좌표평면에서 세 벡터  $\vec{a} = (0, 1)$ ,  $\vec{b} = (-2, 3)$ ,  $\vec{c} = (1, -3)$  에 대하여 벡터  $\vec{p} + \vec{c}$  와 벡터  $\vec{a} - \vec{b}$  가 서로 평행하고  $|\vec{p} - \vec{c}| = 2\sqrt{2}$  일 때, 벡터  $\vec{p}$  의 크기는?

- ①  $\sqrt{6}$                       ②  $2\sqrt{2}$                       ③  $\sqrt{10}$                       ④  $2\sqrt{3}$                       ⑤  $\sqrt{14}$



### EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 개념 원리 활용

나. 두 벡터가 평행하기 위해서는 한 벡터가 다른 벡터의 실수배로 표현된다는 개념과 구해야 되는 벡터를 성분으로 나타내어 접근하는 방법이 비슷하다.



### 문항포인트 Point !!

자주 활용되는 개념과 원리이므로 충분히 숙지해야겠다.



## EBS 기출분석 3

### 기출 문항

2018학년도 6월 모평 수학 가형 25번

좌표평면 위의 점  $(6, 3)$ 을 지나고 벡터  $\vec{u} = (2, 3)$ 에  
평행한 직선이  $x$ 축과 만나는 점을 A,  $y$ 축과 만나는 점을  
B 라 할 때,  $\overline{AB}^2$ 의 값을 구하시오. [3점]



EBS 교재

2017 수능특강 기하와 벡터 48쪽 5번

좌표평면 위의 점  $(2, 4)$ 를 지나고 벡터  $\vec{n} = (1, 3)$ 에 평행한 직선이  $x$ 축과 만나는 점의  $x$   
좌표는?

- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{2}{3}$       ⑤  $\frac{5}{6}$



### EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 문항의 축소, 확대, 변형

나. 벡터로 주어진 조건을 이용하여 직선의 방정식을 구하는 문항으로 보다 간단하게 변형  
되어 출제되었다.



### 문항뚫이 Point !!

가. 직선의 방정식

점  $A(x_1, y_1)$ 을 지나고 벡터  $\vec{u} = (a, b)$ 에 평행한 직선의 방정식은

$$\frac{x - x_1}{a} = \frac{y - y_1}{b} \quad (\text{단, } ab \neq 0)$$

나. 방향벡터를  $\vec{u} = (a, b)$ 로 갖는 직선의 기울기는  $\frac{b}{a}$ 임을 이용하여 직선의 방정식을 구  
할 수도 있다. (단,  $a \neq 0$ )



## EBS연계 예상문항



2018수능대비 EBS연계 예상문항/

2017 수능특강 기하와 벡터 49쪽 1번 변형

한 직선 위에 있지 않은 서로 다른 세 점 O, A, B에 대하여 점 P가  $\overrightarrow{OP} = \frac{2}{5}\overrightarrow{OA} + \frac{3}{5}\overrightarrow{OB}$ 를 만족시킬 때, 삼각형 OAP의 넓이는 삼각형 OAB의 넓이의  $k$ 배이다. 실수  $k$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{5}$       ②  $\frac{2}{5}$       ③  $\frac{3}{5}$       ④  $\frac{4}{5}$       ⑤ 1



풀 이



두 벡터  $\vec{a}, \vec{b}$ 가 이루는 각의 크기가  $\frac{\pi}{6}$  이고,  $|\vec{a}| = \sqrt{3}, |\vec{b}| = 2$  이다. 두 벡터  $2\vec{a} + t\vec{b}$  와  $\vec{a}$ 가 서로 수직일 때, 실수  $t$ 의 값은?

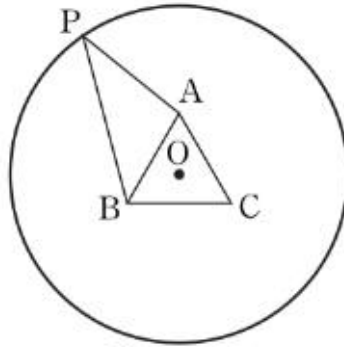
- ① -5      ② -4      ③ -3      ④ -2      ⑤ -1



풀 이



그림과 같이 중심이 점  $O$  이고 반지름의 길이가 4인 원과 무게중심이 점  $O$  이고 한 변의 길이가 2인 정삼각형  $ABC$  가 있다. 원 위의 점  $P$  에 대하여  $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$  의 최댓값은?



①  $\frac{46 + \sqrt{3}}{3}$

②  $\frac{50 + \sqrt{3}}{3}$

③  $\frac{46 + 4\sqrt{3}}{3}$

④  $\frac{50 + 4\sqrt{3}}{3}$

⑤  $\frac{46 + 8\sqrt{3}}{3}$



풀 이



좌표평면에서 두 직선

$$l_1 : \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{3}, \quad l_2 : x+1 = \frac{y-2}{a}$$

가 수직이기 위한 상수  $a$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{2}{3}$       ⑤  $\frac{5}{6}$



풀 이

# 14평면 운동



2018수능대비 EBS 대표 예제 /

2017년 수능특강 기하와 벡터 57쪽 1번

좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각  $t$ 에서의 위치  $(x, y)$ 가

$$x = \sqrt{2} \cos t + 1, y = 2 \sin t \quad (0 < t < \pi)$$

이다.  $\overrightarrow{OP}$ 와 점 P의 속도  $\vec{v}$ 가 서로 수직이 되도록 하는 시각  $t$ 의 값을  $\alpha$ 라 할 때,  $\tan \alpha$ 의 값은? (단, O은 원점이다.)

- ①  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       ②  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       ③ 1      ④  $\sqrt{2}$       ⑤  $\sqrt{3}$



EBS 문항 분석

- 가. 평면 위를 움직이는 점의 속도를 구할 수 있는지 묻는 문항이다.  
나. 벡터의 내적과 삼각방정식 개념을 함께 이용하여 해결한다.



다시 보는 개념 !!

평면 위를 움직이는 점의 속도

좌표평면 위를 움직이는 점  $P(x, y)$ 의 시각  $t$ 에서의 좌표가  $x = f(t)$ ,  $y = g(t)$ 일 때,

1) 속도 :  $\vec{v} = (v_x, v_y) = \left( \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt} \right) = (f'(t), g'(t))$

2) 속력 :  $|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{\left( \frac{dx}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dy}{dt} \right)^2} = \sqrt{\{f'(t)\}^2 + \{g'(t)\}^2}$



좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각  $t$ 에서의 위치  $(x, y)$ 가  $x = 3t + 1, y = t^3 - 2t$  일 때, 점 P의 속력이 5가 되는 순간 점 P의 가속도의 크기는?

- ①  $6\sqrt{2}$       ②  $6\sqrt{3}$       ③  $8\sqrt{2}$       ④ 12      ⑤  $8\sqrt{3}$



## EBS 문항 분석

- 가. 평면 위를 움직이는 점의 속력과 가속도의 크기를 구할 수 있는지 묻는 문항이다.  
나. 속력이 5가 되는 시각을 구하여 그 시각에서의 가속도의 크기를 구한다.



## 다시 보는 개념 !!

평면 위를 움직이는 점의 가속도

좌표평면 위를 움직이는 점 P( $x, y$ )의 시각  $t$ 에서의 좌표가  $x = f(t), y = g(t)$  일 때,

1) 가속도  $\vec{a} = (a_x, a_y) = \left( \frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2y}{dt^2} \right) = (f''(t), g''(t))$

2) 가속도의 크기  $|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{\left( \frac{d^2x}{dt^2} \right)^2 + \left( \frac{d^2y}{dt^2} \right)^2} = \sqrt{\{f''(t)\}^2 + \{g''(t)\}^2}$



실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 에 대하여 좌표평면 위를 움직이는 점  $P$ 의 시각  $t(t \geq 0)$ 에서의 위치  $(x, y)$ 가

$$x = e^t, y = f(t)$$

이고, 점  $P$ 가 점  $(1, f(0))$ 으로부터 시각  $t$ 일 때까지 움직인 거리는  $e^t + t^2 - 1$ 이다.  $\{f'(1)\}^2$ 의 값은?

- ①  $e+1$                       ②  $2(e+1)$                       ③  $3(e+1)$   
 ④  $4(e+1)$                       ⑤  $5(e+1)$



### EBS 문항 분석

- 가. 평면 위를 움직이는 점이 움직인 거리를 구할 수 있는지 묻는 문항이다.  
 나. 정적분과 미분 사이의 관계도 함께 이용하여 해결한다.



### 다시 보는 개념 !!

가. 평면 위에서 점이 움직인 거리

좌표평면 위를 움직이는 점  $P(x, y)$ 의 시각  $t$ 에서의 좌표가  $x=f(t)$ ,  $y=g(t)$ 일 때, 점  $P$ 가 시각  $t=a$ 에서 시각  $t=b$  ( $a \leq b$ )까지 움직인 거리  $s$ 는

$$s = \int_a^b |\vec{v}| dt = \int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt = \int_a^b \sqrt{\{f'(t)\}^2 + \{g'(t)\}^2} dt$$

나. 정적분과 미분 사이의 관계

연속함수  $f(x)$ 에 대하여

- 1)  $\frac{d}{dx} \int_a^x f(t) dt = f(x)$
- 2)  $\frac{d}{dx} \int_x^{x+a} f(t) dt = f(x+a) - f(x)$  (단,  $a$ 는 상수)



실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$  가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수  $x$  에 대하여

$$\{f(x) - 2f'(x)\}\{f(x) + 2f'(x)\} = 4 \text{ 이다.}$$

(나)  $\int_0^3 f(x)dx = a$  (단,  $a > 0$ )

$x=0$  에서  $x=3$  까지 곡선  $y=f(x)$  의 길이는?

- ①  $\frac{a}{4}$       ②  $\frac{a}{2}$       ③  $a$       ④  $2a$       ⑤  $4a$

### EBS 문항 분석

가. 좌표평면 위의 곡선의 길이를 구할 수 있는지 묻는 문항이다.

나. 함수  $f(x)$  가 취할 수 있는 값의 범위를 주어진 식으로부터 추론할 수도 있어야 문제를 해결할 수 있다.



### 다시 보는 개념 !!

곡선의 길이

- 1) 좌표평면 위를 움직이는 점  $P(x, y)$ 의 시각  $t$ 에서의 좌표가  $x=f(t)$ ,  $y=g(t)$  일 때,  
 때, 점  $P$  가 시각  $t=a$ 에서 시각  $t=b$  ( $a \leq b$ )까지 그리는 곡선의 길이  $l$ 은

$$l = \int_a^b |\vec{v}| dt = \int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt = \int_a^b \sqrt{\{f'(t)\}^2 + \{g'(t)\}^2} dt$$

- 2) 곡선  $y=f(x)$ 의  $x=a$ 에서  $x=b$  ( $a \leq b$ )까지의 길이  $l$ 은

$$l = \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx = \int_a^b \sqrt{1 + \{f'(x)\}^2} dx$$



## EBS연계 예상문항



2018수능대비 EBS연계 예상문항/

2017 수능완성 기하와 벡터 125쪽 25번 변형

좌표평면 위를 움직이는 점  $P$  의 시각  $t$ 에서의 위치  $(x, y)$  가  
 $x = 2t + 1, y = t^3 - t$  일 때,  $t = 1$ 에서의 점  $P$  의 가속도의 크기는?

- ① 3      ②  $3\sqrt{2}$       ③ 6      ④  $6\sqrt{2}$       ⑤ 12



풀 이



좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각  $t$ 에서의 위치  $(x, y)$ 가

$$x = e^t - 2e^{-t}, y = e^t + 2e^{-t}$$

일 때, 점 P의 속력의 최솟값은?

- ①  $\sqrt{6}$       ②  $2\sqrt{2}$       ③  $\sqrt{10}$       ④  $2\sqrt{3}$       ⑤  $\sqrt{14}$



풀 이



좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각  $t$ 에서의 위치  $(x, y)$ 가

$$x = \cos \frac{\pi}{2}t, \quad y = \frac{\pi}{2}t + \sin \frac{\pi}{2}t$$

이다.  $t=0$ 에서  $t=2$ 까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오.



풀이



$2 \leq x \leq 3$ 에서 곡선  $y = \frac{1}{3}(x^2 - 2)^{\frac{3}{2}}$ 의 길이는?

- ①  $\frac{14}{3}$       ② 5      ③  $\frac{16}{3}$       ④  $\frac{17}{3}$       ⑤ 6



풀 이

## VII. 공간도형과 공간벡터



### 기출 문항 분석

이 단원에서는 공간도형에서의 삼수선의 정리, 이면각의 크기, 정사영의 원리를 이용한 도형 응용 문제, 좌표공간에서의 내분점, 외분점, 구의 방정식과 구와 다양한 도형과의 통합문제를 묻는 문제가 자주 출제되고 있다. 또한 공간벡터에서 내적을 활용한 도형 문제와 좌표공간에서의 직선의 방정식과 평면의 방정식을 구하는 문제, 직선과 직선, 직선과 평면, 평면과 평면이 이루는 각의 크기나 평행, 수직 조건을 구하는 문제가 주로 출제되고 있다.

최근 수능에서 기출문항을 살펴보면 공간좌표에서 내분점, 외분점, 무게중심의 좌표를 구하는 문제가 매년 출제되고 있고 공간도형의 방정식과 관련하여 단답형 3점 문항(24번)과 단답형 4점 고난이도 문항(29번)이 각각 1문항씩 출제되고 있다는 사실을 알 수 있다. 출제된 문항을 분석해보면 좌표공간에 구와 평면이 접하도록 하는 상수 값을 구하는 개념을 묻는 비교적 쉬운 문항과 정사영에서의 두 벡터의 위치관계를 이용하여 내적의 최댓값을 묻는 문항으로 많은 학생들이 예상하는 문제가 변형되어 출제되고 있다. 그러므로 벡터의 성분표현, 벡터의 평행·수직조건, 벡터의 내적의 정의, 벡터의 내적의 기하학적 의미, 직선의 방정식의 방향벡터와 평면의 방정식의 법선벡터를 통한 두 직선이 이루는 각, 직선과 평면이 이루는 각, 두 평면이 이루는 각, 점과 평면 사이의 거리 개념들을 정확히 익히고 적용할 수 있도록 연습해 두어야 하며 내적을 이용한 최댓값 구하기 문제들은 꼭 많은 기출문제들을 풀어보고 익혀두도록 해야 할 것이다.

### 출제경향포인트

| 출제 연도           | 기출 문항의 형태                                                           |
|-----------------|---------------------------------------------------------------------|
| 2015수능. B형. 5번  | 좌표공간에서 선분의 내분점의 좌표를 구하는 문제(정답형 3점)                                  |
| 2015수능. B형. 12번 | 삼수선의 정리를 이용하여 점과 직선사이의 거리를 구하는 문제(정답형 3점)                           |
| 2015수능. B형. 19번 | 직선과 평면의 방정식을 이해하고 내적을 이용하여 점의 좌표를 구하는 문제(정답형 4점)                    |
| 2015수능. B형. 29번 | 두 평면이 이루는 각의 크기를 구하여 정사영의 넓이의 최댓값을 구하는 문제(단답형 4점)                   |
| 2016수능. B형. 3번  | 좌표공간에서 삼각형의 무게중심의 좌표를 구하는 문제(단답형 2점)                                |
| 2016수능. B형. 19번 | 좌표공간에서 주어진 조건을 만족하는 점이 나타내는 도형의 $xy$ 평면 위로의 정사영의 넓이를 구하는 문제(단답형 4점) |
| 2016수능. B형. 29번 | 좌표공간에서 주어진 조건을 만족하는 두 벡터의 내적의 최댓값을 구하는 문제(단답형 4점)                   |
| 2017수능. 가형. 8번  | 좌표공간에서 선분의 외분점의 좌표를 구하는 문제(정답형 3점)                                  |
| 2017수능. 가형. 12번 | 두 평면이 이루는 각의 크기를 구하는 문제(정답형 3점)                                     |
| 2017수능. 가형. 16번 | 좌표공간에서 세 점의 위치벡터들의 내적의 결과를 이용한 두 점 사이의 거리의 대소 관계를 묻는 문제(정답형 4점)     |
| 2017수능. 가형. 24번 | 좌표공간에서 평면과 구가 접할 때의 평면의 미정계수 구하는 문제(단답형 3점)                         |
| 2017수능. 가형. 29번 | 공간벡터의 내적을 이용하여 주어진 벡터의 최댓값을 구하는 문제 (단답형 4점)                         |

# 15공간도형

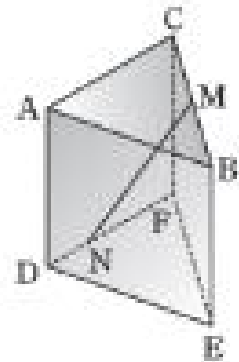


2018수능대비 EBS 대표 예제 /

2017년 수능특강 기하와 벡터 63쪽 유제 3번

그림과 같이 모든 모서리의 길이가 6인 삼각기둥에서 선분 BC의 중점을 M, 선분 DF를 1:2로 내분하는 점을 N이라 할 때, 선분 MN의 길이는?

- ① 7      ② 8      ③ 9      ④ 10      ⑤ 11



## EBS 문항 분석

- 가. 삼수선의 정리를 이해하는지 묻는 문항이다.  
 나. 보조선을 적절히 그어서 삼수선의 정리를 적용하여 나오는 직각삼각형에서 피타고라스의 정리를 이용하여 해결한다.  
 다. 직선과 평면의 수직에 관한 정리를 이용하여 해결할 수도 있다.



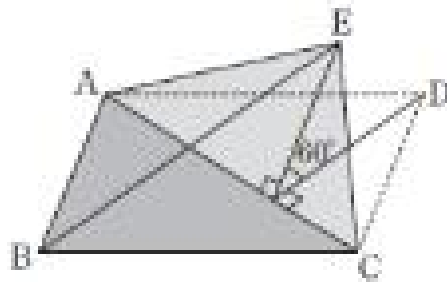
다시 보는 개념 !!

삼수선의 정리

|                                                                                                                                       |                                                                                                                                       |                                                                                                                                                   |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>①</p> <p><math>\overline{PO} \perp \alpha</math>, <math>\overline{OH} \perp l</math>이면<br/> <math>\overline{PH} \perp l</math></p> | <p>②</p> <p><math>\overline{PO} \perp \alpha</math>, <math>\overline{PH} \perp l</math>이면<br/> <math>\overline{OH} \perp l</math></p> | <p>③</p> <p><math>\overline{PH} \perp l</math>, <math>\overline{PO} \perp \overline{OH}</math>이면<br/> <math>\overline{PO} \perp \alpha</math></p> |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|



그림과 같이  $\overline{AB}=2$ ,  $\overline{BC}=4$ 인 직사각형 ABCD의 대각선 AC를 접는 선으로 하여 평면 ACD와 이루는 각의 크기를  $60^\circ$ 가 되도록 삼각형 DAC를 접어 올려 생긴 삼각형을 EAC라 하자. 평면 EAB와 평면 ABCD가 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\tan\theta$ 의 값은? (단, 점 E에서 평면 ABCD에 내린 수선의 발은 삼각형 ACD의 내부에 존재한다.)



- ①  $\frac{\sqrt{11}}{9}$     ②  $\frac{2\sqrt{3}}{9}$     ③  $\frac{\sqrt{13}}{9}$     ④  $\frac{\sqrt{14}}{9}$     ⑤  $\frac{\sqrt{15}}{9}$

### EBS 문항 분석

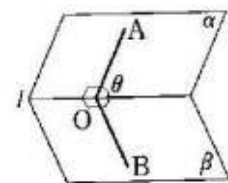
- 가. 삼수선의 정리 및 이면각의 정의, 삼각형의 닮음 등을 이용하여 문제를 해결할 수 있는지 묻는 고난이도 문항이다.
- 나. 교선 위의 한 점에서 각각의 평면에 그은 두 수선이 그림에 나타나 있으므로 직각삼각형이 그려지도록 보조선을 그어서 접근한다.
- 다. 직관을 엄밀하게 논증하기 위해서는 중학교 때 배운 도형의 성질을 잘 이해하고 있어야 한다.



### 다시 보는 개념 !!

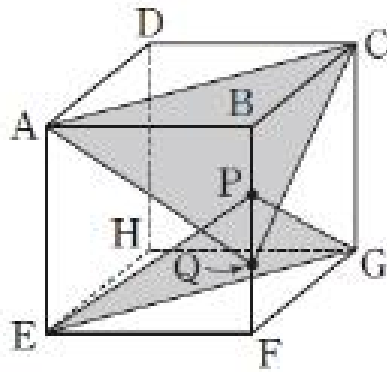
이면각의 정의

두 평면  $\alpha$ ,  $\beta$ 가 만날 때, 그 교선  $l$ 을 공유하는 두 반평면이 이루는 도형을 이면각이라 한다. 직선  $l$  위의 한 점  $O$ 를 지나고 교선  $l$ 에 수직인 두 반직선  $OA$ ,  $OB$ 를  $\alpha$ ,  $\beta$  위에 각각 그을 때  $\angle AOB$ 의 크기를 이면각의 크기라 한다.





그림과 같이 정육면체  $ABCD-EFGH$ 에 대하여 선분  $BF$ 를  $1:2$ 로 내분하는 점을  $P$ ,  $2:1$ 로 내분하는 점을  $Q$ 라 하자. 평면  $PEG$ 와 평면  $QCA$ 가 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\sin^2 \frac{\theta}{2}$ 의 값은?



①  $\frac{6}{17}$

②  $\frac{13}{34}$

③  $\frac{7}{17}$

④  $\frac{15}{34}$

⑤  $\frac{8}{17}$

## EBS 문항 분석

- 가. 이면각의 정의를 이해하는지 묻는 문항이다.  
 나. 교선이 생기도록 한 평면을 적당히 평행이동을 하여 해결한다.  
 다. 이면각은 정의에 의해서 구할 수도 있지만 두 평면의 법선벡터를 이용하거나 정사영의 길이나 넓이를 이용하여 구할 수도 있다.

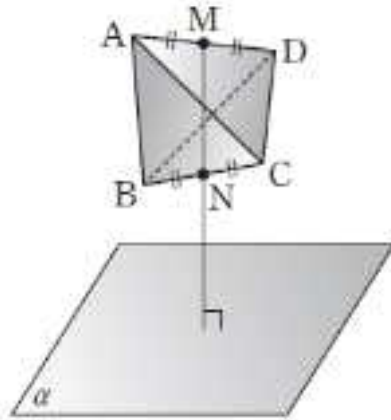


## 다시 보는 개념 !!

세 평면  $\alpha, \beta, \gamma$ 에 대하여 두 평면  $\alpha$ 와  $\beta$ 가 서로 평행하면 두 평면  $\alpha$ 와  $\gamma$ 가 이루는 각의 크기와 두 평면  $\beta$ 와  $\gamma$ 가 이루는 각의 크기가 서로 같다.



그림과 같이 한 모서리의 길이가 4인 정사면체 ABCD에서 두 선분 AD, BC의 중점을 각각 M, N이라 하자. 직선 MN에 수직인 평면  $\alpha$ 에 대하여 삼각형 BCD의 평면  $\alpha$  위로의 정사영의 넓이는?



- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

### EBS 문항 분석

- 가. 두 평면이 이루는 예각의 크기를 이용하여 정사영의 넓이를 구할 수 있는지 묻는 문항이다.
- 나. 두 평면이 이루는 예각의 크기는 두 평면의 법선이 이루는 예각의 크기와 같음을 이용하여 해결한다.



### 다시 보는 개념 !!

- 가. 평면  $\alpha$  위에 있지 않은 한 점 P에서 평면  $\alpha$ 에 내린 수선의 발  $P'$ 을 점 P의 평면  $\alpha$  위로의 정사영이라고 한다. 또, 도형 F에 속하는 각 점의 평면  $\alpha$  위로의 정사영 전체로 이루어진 도형  $F'$ 을 도형 F의 평면  $\alpha$  위로의 정사영이라고 한다.
- 나. 선분 AB의 평면  $\alpha$  위로의 정사영을 선분  $A'B'$ 이라 하고, 직선 AB가 평면  $\alpha$ 와 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 하면  $\overline{A'B'} = \overline{AB} \cos \theta$
- 다. 평면  $\alpha$  위의 도형 F의 평면  $\beta$  위로의 정사영을  $F'$ 이라 하고, F,  $F'$ 의 넓이를 각각 S,  $S'$ 이라 할 때, 두 평면  $\alpha, \beta$ 가 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 하면  $S' = S \cos \theta$



## EBS연계 예상문항



2018수능대비 EBS연계 예상문항/

2017 수능완성 기하와 벡터 132쪽 5번 변형

평면  $\alpha$  위에  $\angle A = 90^\circ$  이고  $\overline{BC} = 6$  인 직각이등변삼각형  $ABC$  가 있다. 점  $A$  를 지나고 평면  $\alpha$  에 수직인 직선 위의 점  $P$  에 대하여  $\overline{AP} = 4$  일 때, 점  $P$  에서 직선  $BC$  까지의 거리는?

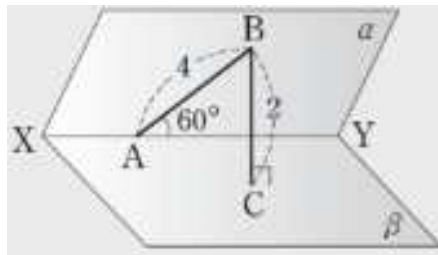
- ①  $3\sqrt{2}$                       ② 5                      ③  $3\sqrt{3}$   
④  $4\sqrt{2}$                       ⑤ 6



풀 이



그림과 같이 평면  $\alpha$  위의 길이가 4인 선분 AB는 두 평면  $\alpha, \beta$ 의 교선 XY와  $60^\circ$ 의 각을 이루고, 점 B에서 평면  $\beta$  위에 내린 수선의 발 C에 대하여  $\overline{BC}=2$ 이다. 두 평면  $\alpha, \beta$ 가 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\sin\theta$ 의 값은? (단, 점 A는 교선 XY 위에 있다.)



①  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

②  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

③  $\frac{1}{2}$

④  $\frac{\sqrt{5}}{5}$

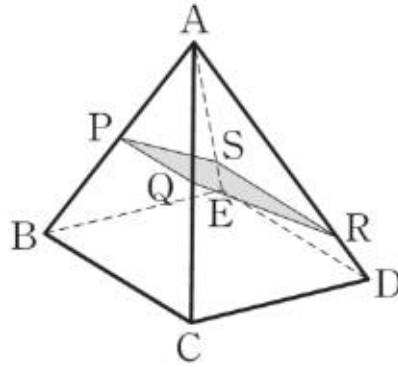
⑤  $\frac{\sqrt{6}}{6}$



풀 이



그림과 같이 모든 모서리의 길이가 4인 정사각뿔  $A-BCDE$ 에서 모서리  $AB$ ,  $AC$ 의 중점을 각각  $P$ ,  $Q$ 라 하고 모서리  $AD$ ,  $AE$ 를  $3:1$ 로 내분하는 점을 각각  $R$ ,  $S$ 라 하자. 두 평면  $PQRS$ ,  $BCDE$ 가 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 할 때  $\cos\theta$ 의 값은?



①  $\frac{\sqrt{3}}{9}$

②  $\frac{2\sqrt{3}}{9}$

③  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

④  $\frac{5\sqrt{3}}{9}$

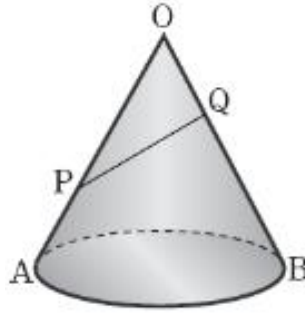
⑤  $\frac{\sqrt{3}}{2}$



풀이



그림과 같이 길이가 6인 선분 AB를 밑면의 지름으로 하고 모선의 길이가 6인 원뿔이 있다. 선분 OA를 2:1로 내분하는 점을 P라 하고, 선분 OB를 1:2로 내분하는 점을 Q라 하자. 이 원뿔의 밑면과 선분 PQ가 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\tan\theta$ 의 값은?



- ①  $\frac{1}{6}$     ②  $\frac{\sqrt{2}}{6}$     ③  $\frac{\sqrt{3}}{6}$     ④  $\frac{\sqrt{2}}{3}$     ⑤  $\frac{\sqrt{3}}{3}$



풀 이

# 16 공간좌표



2018수능대비 EBS 대표 예제 /

2017년 수능특강 기하와 벡터 80쪽 1번

좌표공간의 점  $A(2, 3, -1)$ 에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을  $P$ , 점  $A$ 를  $zx$ 평면에 대하여 대칭이동한 점을  $Q$ 라 하자. 두 점  $P$ 와  $Q$ 사이의 거리는?

- ①  $\sqrt{6}$       ②  $\sqrt{7}$       ③  $2\sqrt{2}$       ④ 3      ⑤  $\sqrt{10}$



EBS 문항 분석

가. 좌표공간에서 여러 가지 점의 좌표 및 두 점 사이의 거리를 구할 수 있는 지 묻는 문항이다.

나. 두 점  $P$ 와  $Q$ 의 좌표를 구한 후 두 점 사이의 거리를 구한다.



다시 보는 개념 !!

가.  $P(a, b, c)$ 에서  $x$ 축,  $y$ 축,  $z$ 축에 내린 수선의 발의 좌표는 각각  $(a, 0, 0)$ ,  $(0, b, 0)$ ,  $(0, 0, c)$ 이다.

나.  $P(a, b, c)$ 를  $xy$ 평면,  $yz$ 평면,  $zx$ 평면에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 각각  $(a, b, -c)$ ,  $(-a, b, c)$ ,  $(a, -b, c)$ 이다.



좌표공간의 두 점  $A(2, 0, 0)$ ,  $B(0, 2, 0)$ 에 대하여 선분  $AB$  위의 한 점을  $C$ 라 하자. 점  $D(0, 0, 4)$ 에 대하여 두 점  $C, D$  사이의 거리의 최솟값은?

- ①  $\sqrt{2}$       ②  $2\sqrt{2}$       ③  $3\sqrt{2}$       ④  $4\sqrt{2}$       ⑤  $5\sqrt{2}$



## EBS 문항 분석

가. 삼수선의 정리를 이용하여 거리가 최소가 되는 위치를 찾고 두 점 사이의 거리를 구할 수 있는지 묻는 문항이다.

나. 두 점  $C, D$  사이의 거리가 최소가 되는 점  $C$ 의 위치는 원점  $O$ 에서 선분  $AB$ 에 내린 수선의 발임을 이용한다.



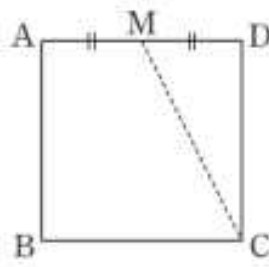
## 다시 보는 개념 !!

좌표공간에서 두 점  $A(x_1, y_1, z_1)$ ,  $B(x_2, y_2, z_2)$  사이의 거리는

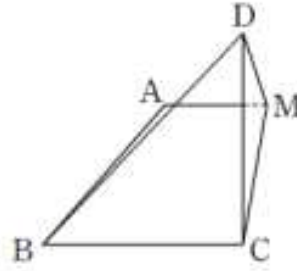
$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$



[그림 1]과 같이 한 변의 길이가 10인 정사각형 ABCD에서 선분 AD의 중점을 M이라 하자. [그림 2]는 사각형 ABCD를 선분 CM을 접는 선으로 하여 두 평면 DCM과 ABCM이 수직이 되도록 접어서 만든 도형이다. [그림 2]에서 선분 BD의 길이는?



[그림 1]



[그림 2]

- ①  $2\sqrt{26}$       ②  $6\sqrt{3}$       ③  $4\sqrt{7}$       ④  $3\sqrt{13}$       ⑤  $2\sqrt{30}$

### EBS 문항 분석

- 가. 직각삼각형의 닮음을 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있는지 묻는 문항이다.  
나. 좌표를 도입하여 선분의 내분점의 좌표를 구하는 공식을 적용한다.



### 다시 보는 개념 !!

좌표공간의 두 점  $A(x_1, y_1, z_1)$ ,  $B(x_2, y_2, z_2)$ 에 대하여

- 1) 선분 AB를  $m : n$  ( $m > 0, n > 0$ )으로 내분하는 점 P의 좌표는

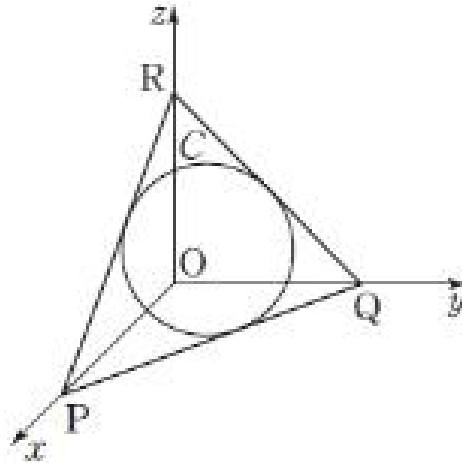
$$P\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}, \frac{mz_2 + nz_1}{m+n}\right)$$

- 2) 선분 AB를  $m : n$  ( $m > 0, n > 0, m \neq n$ )으로 외분하는 점 Q의 좌표는

$$Q\left(\frac{mx_2 - nx_1}{m-n}, \frac{my_2 - ny_1}{m-n}, \frac{mz_2 - nz_1}{m-n}\right)$$



좌표공간의 세 점  $P(3, 0, 0)$ ,  $Q(0, 3, 0)$ ,  $R(0, 0, 3)$ 에 대하여 원점  $O$ 를 지나는 구  $S$ 가 평면  $PQR$ 와 만나서 생기는 원이 삼각형  $PQR$ 의 내접원  $C$ 일 때, 구  $S$ 의 겉넓이는?



①  $\frac{21\pi}{4}$

②  $6\pi$

③  $\frac{27\pi}{4}$

④  $\frac{15\pi}{2}$

⑤  $\frac{33\pi}{4}$

### EBS 문항 분석

- 가. 구의 방정식 및 구의 성질을 이용하여 문제를 해결할 수 있는지 묻는 문항이다.  
 나. 입체를 평면으로 자른 단면으로 생각하여 접근해본다.



### 다시 보는 개념 !!

- 가. 구를 평면으로 자른 단면은 원이다. 또한 구의 중심과 단면인 원의 중심을 지나는 직선은 그 단면에 대하여 수직이다.  
 나. 정삼각형의 무게중심  
 좌표공간의 세 점  $A(x_1, y_1, z_1)$ ,  $B(x_2, y_2, z_2)$ ,  $C(x_3, y_3, z_3)$ 에 대하여

$\triangle ABC$ 의 무게중심  $G$ 의 좌표는

$$G\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}, \frac{z_1+z_2+z_3}{3}\right)$$



## EBS 기출분석 1

### 기출 문항

2017학년도 대수능 수학 가형 8번

좌표공간의 두 점  $A(1, a, -6)$ ,  $B(-3, 2, b)$ 에 대하여 선분  $AB$ 를 3:2로 외분하는 점이  $x$ 축 위에 있을 때,  $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① -1      ② -2      ③ -3      ④ -4      ⑤ -5



### EBS 교재

2016 수능특강 기하와 벡터 84쪽 3번

좌표공간의 두 점  $A(4, 2, -3)$ ,  $B(a, b, c)$ 에 대하여 선분  $AB$ 를 2:3으로 내분하는 점이  $x$ 축 위에 있고, 3:2로 외분하는 점이  $yz$ 평면 위에 있을 때,  $a+b+c$ 의 값은?

- ①  $\frac{17}{6}$       ②  $\frac{19}{6}$       ③  $\frac{7}{2}$   
④  $\frac{23}{6}$       ⑤  $\frac{25}{6}$



### EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 동일한 개념 및 원리를 활용하여 출제

나. 기출문항과 EBS교재의 문항은 동일한 개념을 묻고 있으나 기출문항이 연계문항보다 간단하게 출제되었다.



### 문항포인트 Point !!

좌표공간의 점  $P(a, b, c)$ 가  $x$ 축 위에 있기 위한 조건은  $b=0, c=0$ 이고  $xy$ 평면 위에 있기 위한 조건은  $c=0$ 이다.



## EBS연계 예상문항



2018수능대비 EBS연계 예상문항/

2017 수능특강 기하와 벡터 80쪽 2번 변형

좌표공간의 두 점  $A(1, 5, 2)$ ,  $B(2, 2, 4)$ 와  $xy$  평면 위의 점  $P$ ,  $yz$  평면 위의 점  $Q$ 에 대하여  $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB}$ 의 최솟값은?

- ①  $3\sqrt{5}$       ②  $4\sqrt{3}$       ③  $5\sqrt{2}$       ④  $2\sqrt{13}$       ⑤  $3\sqrt{6}$



풀 이



좌표공간에서 두 점  $A(2, -6, c)$ ,  $B(a, 2b, -4)$ 에 대하여 선분  $AB$ 를  $1:2$ 로 내분하는 점의 좌표가  $(1, 0, -2)$ 일 때,  $a+b+c$ 의 값은?

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7



풀 이



좌표공간에서 두 구

$$S_1 : (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 9,$$

$$S_2 : (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = 25$$

가 한 점  $P(-1, 3, 0)$ 에서 외접할 때,  $a+b+c$ 의 값은?

①  $-3$

②  $-1$

③  $0$

④  $1$

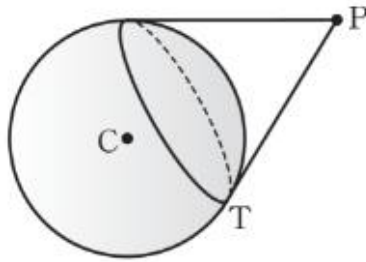
⑤  $3$



풀 이



좌표공간에서 반지름의 길이가 3, 중심이  $C(1, 2, 2)$ 인 구  $S$ 에 대하여 점  $P(5, 6, 4)$ 에서 구  $S$ 에 접선을 그을 때, 접점을  $T$ 라 하자. 점  $T$ 가 나타내는 도형의 길이는  $k\pi$ 일 때,  $k^2$ 의 값을 구하시오.



풀 이

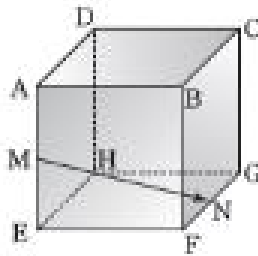
# 17 공간벡터



2018수능대비 EBS 대표 예제 /

2017년 수능특강 기하와 벡터 87쪽 3번

그림과 같이 정육면체  $ABCD-EFGH$ 에서  $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AE}=\vec{c}$ 라 하자. 두 선분  $AE, FG$ 의 중점을 각각  $M, N$ 이라 할 때,  $\overrightarrow{MN}=x\vec{a}+y\vec{b}+z\vec{c}$ 이다.  $x+y+z$ 의 값은? (단,  $x, y, z$ 는 실수이다.)



- ① 1      ②  $\frac{3}{2}$       ③ 2      ④  $\frac{5}{2}$       ⑤ 3

## EBS 문항 분석

가. 공간벡터의 덧셈, 뺄셈, 실수배를 이용하여 주어진 벡터를 표현하는 문제이다.

나.  $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{FN}$ 으로 표현하여 주어진 벡터의 실수배를 이용하여  $x, y, z$  값을 구한다.



## 다시 보는 개념 !!

가. 공간벡터의 덧셈에 대한 성질

세 공간벡터  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 와 영벡터  $\vec{0}$ 에 대하여 다음이 성립한다.

- 1)  $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$  (교환법칙)
- 2)  $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$  (결합법칙)
- 3)  $\vec{a}+\vec{0}=\vec{0}+\vec{a}$
- 4)  $\vec{a}+(-\vec{a})=(-\vec{a})+\vec{a}=\vec{0}$

나. 공간벡터의 덧셈과 뺄셈

- 1)  $\vec{a}=\overrightarrow{AB}$ ,  $\vec{b}=\overrightarrow{BC}$ 일 때,  $\vec{a}+\vec{b}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$
- 2)  $\vec{a}=\overrightarrow{OA}$ ,  $\vec{b}=\overrightarrow{OB}$ 일 때,  $\vec{a}-\vec{b}=\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{BA}$



좌표공간의 두 점  $A(2, 3, 4)$ ,  $B(4, 0, -5)$ 와  $x$ 축 위의 점  $P$ 에 대하여  $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ 의 최솟값은?

- ①  $-21$       ②  $-20$       ③  $-19$       ④  $-18$       ⑤  $-17$

### EBS 문항 분석

가. 공간벡터의 내적을 이용하여 해결하는 문제이다.

나.  $x$ 축의 위의 점을  $(a, 0, 0)$ 로 두고 내적공식을 적용하여 이차함수의 최솟값을 이용하여 해결한다.



### 다시 보는 개념 !!

가. 좌표공간에서 점  $A(a_1, a_2, a_3)$ 의 위치벡터를  $\vec{a}$ 라고 하면  $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ 이다.

나. 두 벡터  $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ ,  $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ 에 대하여

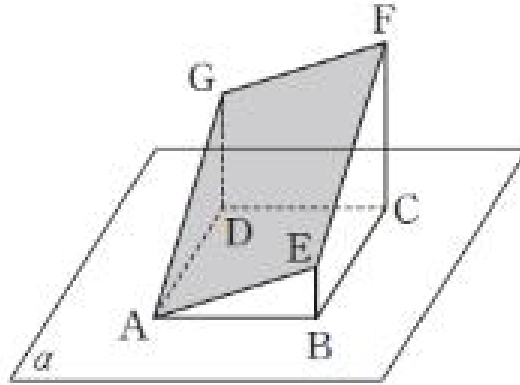
①  $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$

②  $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow a_1 = b_1, a_2 = b_2, a_3 = b_3$

다.  $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ ,  $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ 일 때,  $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$ 이다.



그림과 같이 평면  $\alpha$  위에 한 변의 길이가 3인 정사각형 ABCD가 있다. 세 점 B, C, D를 각각 지나고 평면  $\alpha$ 에 수직인 세 직선 위에  $\overline{BE}=1$ ,  $\overline{CF}=3$ ,  $\overline{DG}=2$ 인 세 점 E, F, G를 각각 평면  $\alpha$ 의 위쪽에 잡을 때, 사각형 AEFG의 넓이는?



①  $6\sqrt{3}$

②  $4\sqrt{7}$

③  $3\sqrt{14}$

④  $5\sqrt{6}$

⑤  $4\sqrt{10}$

## EBS 문항 분석

가. 공간좌표에서 점들을 위치벡터로 표시하고 두 벡터가 이루는 각의 크기를 구하여 사각형의 넓이를 구하는 문제이다.

나. 사각형 AEFG이 평행사변형이라는 사실을 알고 삼각형으로 넓이를 구한 다음 2배 해주면 쉽게 문제를 해결할 수 있다.



## 다시 보는 개념 !!

가. 영벡터가 아닌 두 공간벡터  $\vec{a}=(a_1, a_2, a_3)$ ,  $\vec{b}=(b_1, b_2, b_3)$ 이 이루는 각의 크기를  $\theta$  ( $0 \leq \theta \leq \pi$ )라고 하면

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$$

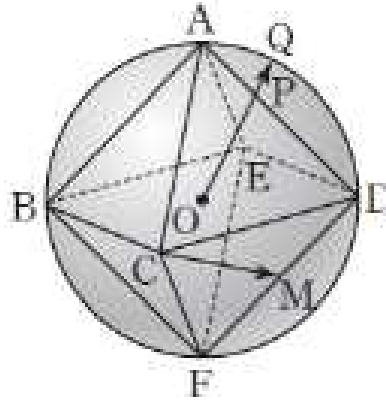
나. 두 점  $A(a_1, a_2, a_3)$ ,  $B(b_1, b_2, b_3)$ 에 대하여

①  $\overrightarrow{AB} = (b_1 - a_1, b_2 - a_2, b_3 - a_3)$

②  $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2 + (b_3 - a_3)^2}$



그림과 같이 한 모서리의 길이가  $3\sqrt{2}$ 인 정팔면체 ABCDEF의 모든 꼭짓점을 지나는 구  $S$ 가 있다. 구  $S$ 의 중심을  $O$ , 선분  $AD$ 를 1:2로 내분하는 점을  $P$ , 반직선  $OP$ 가 구  $S$ 와 만나는 점을  $Q$ , 선분  $DF$ 의 중점을  $M$ 이라 할 때,  $\overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{CM}$ 의 값은?



①  $-\frac{\sqrt{5}}{2}$

②  $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$

③  $-\frac{7\sqrt{5}}{10}$

④  $-\frac{4\sqrt{5}}{5}$

⑤  $-\frac{9\sqrt{5}}{10}$

## EBS 문항 분석

- 가. 점  $O$ 를 원점으로 하는 공간좌표를 설정하고 내분점공식을 이용하여 점  $P$ 의 좌표를 구하고 점  $Q$ 의 좌표를 구해서 내적공식을 이용하여 주어진 값을 구하는 문항이다.
- 나. 각 점들을 좌표로 하는 벡터만 정확하게 나타낸다면 쉽게 찾을 수 있다.



## 다시 보는 개념 !!

가. 두 점  $A(x_1, y_1, z_1)$ ,  $B(x_2, y_2, z_2)$ 를 이은 선분  $AB$ 를

①  $m:n (m > 0, n > 0)$ 으로 내분하는 점  $P$ 의 좌표는

$$P\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}, \frac{mz_2 + nz_1}{m+n}\right)$$

②  $m:n (m > 0, n > 0, m \neq n)$ 으로 외분하는 점  $Q$ 의 좌표는

$$Q\left(\frac{mx_2 - nx_1}{m-n}, \frac{my_2 - ny_1}{m-n}, \frac{mz_2 - nz_1}{m-n}\right)$$

나.  $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ ,  $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ 일 때,  $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$ 이다.



## EBS 기출분석 1

### 기출 문항

2017학년도 대수능 수학 가형 29번

모서리 길이가 4인 정사면체 ABCD 에서 삼각형 ABC의 무게중심을 O, 선분 AD의 중점을 P라 하자. 정사면체 ABCD의 한 면 BCD 위의 점 Q에 대하여 두 벡터  $\overrightarrow{OQ}$ 와  $\overrightarrow{OP}$ 가 서로 수직일 때,  $|\overrightarrow{PQ}|$ 의 최댓값은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]



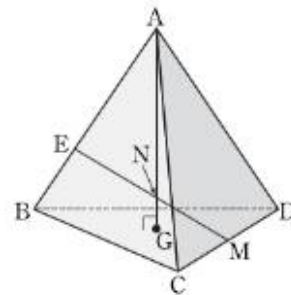
### EBS 교재

2016 수능완성 수학기형 169쪽 28번

그림과 같이 한 모서리의 길이가 3인 정사면체 ABCD에서 삼각형 BCD의 무게중심을 G라 하자. 또 선분 CD의 중점을 M, 선분 AB를 2:1로 내분하는 점을 E라 하고, 직선 AG와 직선 EM이 만나는 점을 N이라 하자. 세 실수  $l, m, n$ 에 대하여  $\overrightarrow{EN} = l\overrightarrow{AB} + m\overrightarrow{AC} + n\overrightarrow{AD}$ 일 때,  $l+m+n = \frac{q}{p}$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $l, m, n$ 은 실수이고,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)



### EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 동일한 개념 및 원리를 활용하여 출제

나. 기출문항과 EBS교재의 문항은 동일한 개념을 묻고 있으나 기출문항이 연계문항보다 다소 어렵다.



### 문항포인트 Point !!

위치벡터 표현을 이용하고 무게중심의 좌표를 구할 수 있어야 하며 좌표공간에서 벡터를 표현하여 두 벡터가 수직이기 위한 그림이 그려지면 문제를 해결할 수 있다.



## EBS 기출분석 2

### 기출 문항

2017학년도 대수능 수학 가형 16번

좌표공간에서 원점에 대한 세 점 A, B, C, 의 위치벡터를 차례로  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ 라 할 때, 이들 벡터 사이의 내적을 표로 나타내면 다음과 같다.

| $\cdot$   | $\vec{a}$   | $\vec{b}$ | $\vec{c}$   |
|-----------|-------------|-----------|-------------|
| $\vec{a}$ | 2           | 1         | $-\sqrt{2}$ |
| $\vec{b}$ | 1           | 2         | 0           |
| $\vec{c}$ | $-\sqrt{2}$ | 0         | 2           |

예를 들어  $\vec{a} \cdot \vec{c} = -\sqrt{2}$  이다. 세 점 A, B, C에 대하여 두 점 사이의 거리의 대소 관계로 옳은 것은? [4점]

- ①  $\overline{AB} < \overline{AC} < \overline{BC}$     ②  $\overline{AB} < \overline{BC} < \overline{AC}$   
 ③  $\overline{AC} < \overline{AB} < \overline{BC}$     ④  $\overline{BC} < \overline{AB} < \overline{AC}$   
 ⑤  $\overline{BC} < \overline{AC} < \overline{AB}$



EBS 교재

연계문항 없음.

벡터를 활용하여 두 점 사이의 거리를 구하는 문항으로 세 점의 위치벡터 사이의 내적을 표로 제시하고 이를 이용하여 벡터의 중점사이의 거리를 묻는 새로운 형태의 문항이다.



### EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 신유형

나. 연계문항이 없다고 하지만 기본 개념만 정확히 알고 있으면 쉽게 해결할 수 있는 문항이다.



### 문항포인트 Point !!

두 점  $A(a_1, a_2, a_3)$ ,  $B(b_1, b_2, b_3)$ 에 대하여

- ①  $\overrightarrow{AB} = (b_1 - a_1, b_2 - a_2, b_3 - a_3)$   
 ②  $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2 + (b_3 - a_3)^2}$  이다.



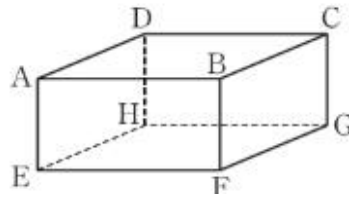
## EBS연계 예상문항



2018수능대비 EBS연계 예상문항/

2017 수능특강 기하와 벡터 89쪽 예제 3번 변형

그림과 같이  $\overline{AB}=4$ ,  $\overline{AD}=3$ ,  $\overline{AE}=2$  인 직육면체  $ABCD-EFGH$  에서 점 P 가  $2\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{BF}$  를 만족시킬 때,  $|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AP}|$  의 값은?



①  $\sqrt{23}$

②  $2\sqrt{6}$

③ 5

④  $\sqrt{26}$

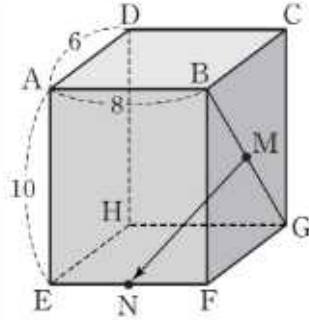
⑤  $3\sqrt{3}$



풀 이



그림과 같이  $\overline{AB} = 8$ ,  $\overline{AD} = 6$ ,  $\overline{AE} = 10$  인 직육면체  $ABCD-EFGH$ 에 대하여 점  $M$ 은 선분  $BG$ 의 중점이고 점  $N$ 은 선분  $EF$ 의 중점이다.  $\overrightarrow{MN} = l\overrightarrow{HE} + m\overrightarrow{HG} + n\overrightarrow{HD}$ 라 할 때, 세 실수  $l, m, n$ 의 합  $l+m+n$ 의 값은?



①  $-\frac{3}{2}$

②  $-1$

③  $-\frac{1}{2}$

④  $-\frac{1}{3}$

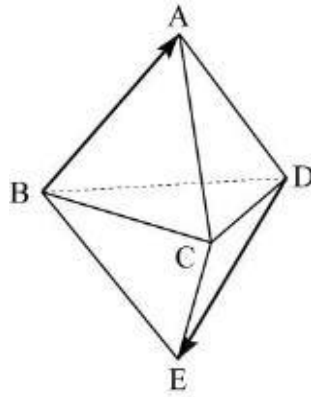
⑤  $-\frac{1}{4}$



풀이



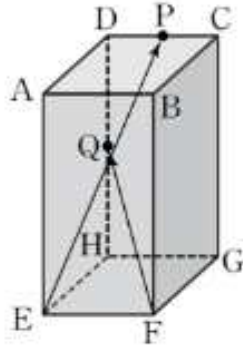
그림은 한 모서리의 길이가 6인 두 정사면체  $ABCD$ 와  $BCDE$ 에 대하여 면  $BCD$ 를 일치시킨 도형을 나타낸 것이다. 두 벡터  $\overrightarrow{BA}$ 와  $\overrightarrow{DE}$ 에 대하여  $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DE}|^2$ 의 값을 구하시오.



풀이



그림과 같이  $\overline{AB} = \overline{AD} = 2$ ,  $\overline{AE} = 4$ 인 직육면체  $ABCD-EFGH$ 에서 모서리  $CD$ , 모서리  $DH$ 의 중점을 각각,  $P$ ,  $Q$ 라 할 때, 벡터  $\overrightarrow{EP}$ 와 벡터  $\overrightarrow{FQ}$ 의 내적  $\overrightarrow{EP} \cdot \overrightarrow{FQ}$ 의 값은?



① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12



풀이

# 18도형의 방정식



2018수능대비 EBS 대표 예제 /

2017년 수능특강 기하와 벡터 103쪽 예제 4번

좌표공간에서 구  $(x-2)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 9$  위의 점  $A(4, -2, 2)$ 에서 구에 접하는 평면을  $\alpha$ 라 하자. 평면  $\alpha$  위의 넓이가 30인 도형의  $xy$ 평면,  $yz$ 평면 위로의 정사영의 넓이를 각각  $S_1, S_2$ 라 할 때,  $S_1 + S_2$ 의 값은?

- ① 10                      ② 15                      ③ 20                      ④ 25                      ⑤ 30

## EBS 문항 분석

가. 두 평면이 이루는 각의 크기를 구할 수 있는지를 묻는 문제이다.

나. 구의 중심과 접점을 지나는 직선은 그 점에서 구에 접하는 평면에 수직임을 이용하여 정사영의 넓이를 구한다.



## 다시 보는 개념 !!

가. 영벡터가 아닌 두 공간벡터  $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ ,  $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ 이 이루는 각의 크기를  $\theta$  ( $0 \leq \theta \leq \pi$ )라고 하면

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$$

나. 두 점  $A(x_1, y_1, z_1)$ ,  $B(x_2, y_2, z_2)$  사이의 거리  $\overline{AB}$ 는

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

이다.



좌표공간에서 두 점  $A(-1, 0, 0), B(0, 1, 0)$ 을 지나는 직선을  $l$ 이라 하자. 직선  $l$  위의 두 점  $P, Q$ 와  $z$ 축 위의 두 점  $R, S$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 직선  $PR$ 는 직선  $l$ 과  $z$ 축에 모두 수직이다.  
 (나) 직선  $QS$ 는 벡터  $\vec{v} = (1, 2, 3)$ 에 평행하다.

사면체  $PQRS$ 의 부피를  $V$ 라 할 때,  $20V$ 의 값을 구하시오.

### EBS 문항 분석

- 가. 직선의 방정식을 구할 수 있고 벡터의 수직과 평행조건을 이용하여 만들어지는 사면체의 부피를 구할 수 있는 지 묻는 문제이다.  
 나. 각 직선들의 관계를 이용하여 각 꼭짓점들의 공간좌표를 구하고 높이를 구하여 사면체의 부피를 구한다.



### 다시 보는 개념 !!

가. 두 평면  $\alpha, \beta$ 의 법선벡터가 각각  $\vec{n}_1 = (a_1, b_1, c_1), \vec{n}_2 = (a_2, b_2, c_2)$ 일 때

- 1) 두 평면  $\alpha, \beta$ 가 평행하면  $\vec{n}_1 = k\vec{n}_2 (k \neq 0)$   

$$\Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = \pm |\vec{n}_1| |\vec{n}_2|$$
  
 2) 두 평면  $\alpha, \beta$ 가 수직이면  $\vec{n}_1 \perp \vec{n}_2 \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0$   

$$\Leftrightarrow a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2 = 0$$

나. 점  $A(x_1, y_1, z_1)$ 을 지나고 벡터  $\vec{n}_1 = (a, b, c)$ 에 평행한 직선의 방정식은

- 1)  $x = x_1 + at, y = y_1 + bt, z = z_1 + ct$  ( $t$ 는 실수)

또는

$$\frac{x - x_1}{a} = \frac{y - y_1}{b} = \frac{z - z_1}{c} \quad (abc \neq 0)$$



좌표공간에서 두 점  $A(2, 0, 0)$ ,  $B(0, 3, 0)$ 과 직선  $\frac{x-1}{2}=1-y=z+2$  위를 움직이는 점  $P$ 에 대하여  $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2$ 의 값이 최소일 때,  $\overline{OP}^2 = \frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $O$ 는 원점이고,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)

### EBS 문항 분석

가. 직선 위의 점의 좌표를 두고 주어진 식의 조건을 만족하는 점  $P$  좌표를 구하여 문제를 해결하는 문항이다.

나. 이차방정식의 최솟값을 구하는 공식을 알고 공간좌표에서 두 점 사이의 거리를 구하는 방법만 알면 쉽게 찾을 수 있다.



### 다시 보는 개념 !!

가. 점  $A(x_1, y_1, z_1)$ 을 지나고 벡터  $\vec{n_1}=(a, b, c)$ 에 평행한 직선의 방정식은

$$1) \ x = x_1 + at, \ y = y_1 + bt, \ z = z_1 + ct \quad (t \text{는 실수})$$

또는

$$\frac{x-x_1}{a} = \frac{y-y_1}{b} = \frac{z-z_1}{c} \quad (abc \neq 0)$$

나.  $ax^2 + bx + c = 0 \ (a \neq 0)$ 의 최솟값은

$$a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + c - \frac{ab^2}{4a^2} = 0 \quad \text{에서} \quad x = -\frac{b}{2a} \quad \text{일 때} \quad c - \frac{ab^2}{4a^2} \quad \text{이다.}$$

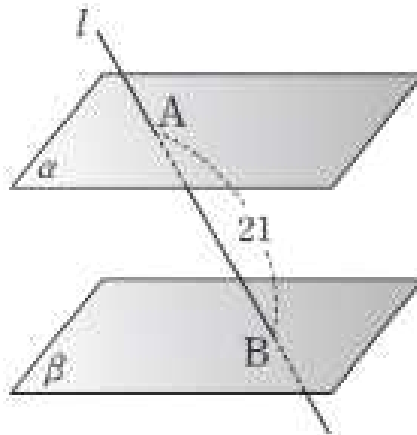


그림과 같이 좌표공간에서 두 평면

$$\alpha : 3x - 2y + 6z + 5 = 0,$$

$$\beta : 3x - 2y + 6z + k = 0$$

이 방향벡터가  $\vec{u} = (1, 2, -2)$ 인 직선  $l$ 과 만나는 두 점을 각각  $A, B$ 라 하자.  $\overline{AB} = 21$ 일 때, 양수  $k$ 의 값을 구하시오.



### EBS 문항 분석

가. 평면과 직선의 위치관계를 이용하여 미지수  $k$ 를 구하는 문항이다.

나. 주어진 평면의 법선벡터와 직선벡터를 이용하여 직선과 평면이 이루는 각의 크기를 구하고 두 점 사이의 거리를 구하면  $k$ 값을 구할 수 있다.



### 다시 보는 개념 !!

가. 점  $A(x_0, y_0, z_0)$ 과 평면  $ax + by + cz + d = 0$  사이의 거리는  $\frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$  이

다.

나. 영벡터가 아닌 두 공간벡터  $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3), \vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ 이 이루는 각의 크기를  $\theta$  ( $0 \leq \theta \leq \pi$ )라고 하면

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$$



## EBS 기출분석 1

### 기출 문항

2017학년도 대수능 수학 가형 12번

좌표공간에서 평면  $2x + 2y - z + 5 = 0$ 과  $xy$ 평면이 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{12}$       ②  $\frac{1}{6}$       ③  $\frac{1}{4}$       ④  $\frac{1}{3}$       ⑤  $\frac{5}{12}$



### EBS 교재

2016 수능특강 기하와 벡터 103쪽 유제6번

좌표공간에서 평면  $2x - \sqrt{2}y - 2z = 1$  위에 넓이가 20인 도형  $F$ 가 있다. 도형  $F$ 의 평면  $x - 3z = 0$  위로의 정사영을 도형  $F'$ 이라고 할 때, 도형  $F'$ 의 넓이를 구하시오.



### EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 동일한 개념 및 원리를 활용하여 출제

나. 기출문항과 EBS교재의 문항은 동일한 개념을 묻고 있으며 기출문항과 연계문항의 난이도는 거의 같다.



### 문항포인트 Point !!

가. 영벡터가 아닌 두 공간벡터  $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ ,  $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ 이 이루는 각의 크기를  $\theta (0 \leq \theta \leq \pi)$ 라고 하면

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$$

나. 두 평면이 이루는 각의 크기는 두 평면의 법선벡터들이 이루는 각의 크기와 같다.



## EBS 기출분석 2

### 기출 문항

2017학년도 대수능 수학 가형 24번

좌표공간에서 평면  $x+8y-4z+k=0$ 이  
구  $x^2+y^2+z^2+2y-3=0$ 에 접하도록 하는 모든 실수  $k$ 의 값의 합을 구하시오.



### EBS 교재

2016 수능특강 기하와 벡터 105쪽 유제7번

좌표공간에서 평면  $x+y-4z+k=0$ 이  
구  $(x-2)^2+(y+3)^2+z^2=2$ 에 접하도록 하는 양수  $k$ 의 값은 ?

- ① 5                      ② 6                      ③ 7                      ④ 8                      ⑤ 9



### EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 동일한 개념 및 원리를 활용하여 출제

나. 기출문항과 EBS교재의 문항은 동일한 개념을 묻고 있으며 기출문항과 연계문항의 난이도는 거의 같다.



### 문항포인트 Point !!

점과 평면 사이의 거리 개념을 정확히 이해하여 조건을 이용하여 그 거리를 구하는 것이 가장 중요하다.



## EBS연계 예상문항



2018수능대비 EBS연계 예상문항/

2017 수능특강 기하와 벡터 99쪽 예제 2번 변형

좌표공간에서 직선  $l : x = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$  와  $xy$  평면 위의 원  $C : (x-4)^2 + (y-3)^2 = 4$ 에 대하여 두 점 A, B가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 선분 AB는 원 C의 지름이다.
- (나) 직선 AB는 직선  $l$ 과 수직이다.

직선 AB가  $y$ 축과 만나는 점의  $y$ 좌표를 구하시오.



풀이



좌표공간에서 구

$$S : (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 27$$

의 중심을 C라 하자. 원점 O와 점 C를 지나는 직선이 구 S와 만나는 서로 다른 두 점을 A, B라 할 때, 선분 AB의 평면  $x-y+z+10=0$  위로의 정사영의 길이는  $l$ 이다.  $l^2$ 의 값을 구하시오.



풀 이



직선  $l : \frac{x}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{6}$  와 평면  $\alpha : x+ay+bz+c=0$  이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 직선  $l$  과 평면  $\alpha$  는 서로 수직이다.

(나) 점  $(3, 1, -2)$  와 평면  $\alpha$  사이의 거리는 2이다.

이때 세 양의 실수  $a, b, c$  의 합  $a+b+c$  의 값은?

① 12

② 13

③ 14

④ 15

⑤ 16



풀 이



좌표공간의 점  $A(2, -2, 4)$ 에서 평면  $x+2y+2z=0$ 에 내린 수선의 발을  $H$ 라 할 때,  
내적  $\overrightarrow{OA} \cdot (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OH})$ 의 값은?  
(단,  $O$ 는 원점이다.)

- ① 38                      ② 40                      ③ 42                      ④ 44                      ⑤ 46



풀 이

## VIII. 순열과 조합



### 기출 문항 분석

이 단원이 이전 교육과정에서는 원순열, 중복순열, 같은 것이 있는 순열, 중복조합, 이항정리의 내용으로 구성이 되었고, 수능에서는 중복조합에 관한 문항이 주로 출제되었다. 하지만 2009 개정 교육과정에서는 이 단원에 합의 법칙과 곱의 법칙, 순열, 조합, 자연수의 분할, 집합의 분할이 추가되었고 개정 교육과정이 처음으로 적용된 작년 수능에는 문항의 개수와 내용영역이 좀 더 확대된 경향을 보였다. 그러나 출제된 3개의 문항 모두 기본적인 개념만 알면 풀 수 있는 평이한 문항이었다. 작년 두 차례에 걸쳐 실시된 모의평가에서도 순열의 수 계산, 조합의 수 계산, 같은 것이 있는 순열, 조합, 중복조합을 이용한 경우의 수 계산, 이항정리, 자연수의 분할 등 다양하게 출제되었으며 어려운 문항은 없었다.

이 단원의 개념은 확률의 계산에서 필수적으로 요구되기 때문에 충실히 공부할 필요가 있다. 경우의 수를 잘 구하기 위해서는 문제를 정확히 이해하고 체계적으로 경우를 분류하는 능력을 키우는 것이 중요하다. 한 문제를 풀 때 다양하게 식을 세워보고 그 타당성을 검토해보는 연습도 실력 향상에 도움이 될 것이다.

#### 출제경향포인트

| 출제 연도           | 기출 문항의 형태                          |
|-----------------|------------------------------------|
| 2015수능, B형, 26번 | 중복조합을 이용하여 경우의 수를 계산하는 문항 (단답형 4점) |
| 2016수능, B형, 14번 | 중복조합을 이용하여 경우의 수를 계산하는 문항 (선다형 4점) |
| 2017수능, 가형, 5번  | 중복순열을 이용하여 경우의 수를 계산하는 문항 (선다형 3점) |
| 2017수능, 가형, 22번 | 중복조합의 수를 계산하는 문항 (단답형 3점)          |
| 2017수능, 가형, 27번 | 중복조합을 이용하여 경우의 수를 계산하는 문항 (선다형 4점) |

# 19 순열



2018수능대비 EBS 대표 예제 /

2017년 수능특강 확률과 통계 5쪽 유제 1번

집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는  $X$ 에서  $X$ 로의 함수  $f$ 의 개수는?

집합  $X$ 의 모든 원소  $n$ 에 대하여  $n + f(n)$ 은 홀수이다

- ① 48      ② 54      ③ 60      ④ 66      ⑤ 72



## EBS 문항 분석

가. 곱의 법칙을 이용하여 경우의 수를 계산할 수 있는지 묻는 문항이다.

나. 모든 원소  $n$ 에 대하여  $n + f(n)$ 이 홀수가 되기 위한 조건을 생각해 본다.



## 다시 보는 개념 !!

가. 합의 법칙

두 사건  $A, B$ 가 동시에 일어나지 않을 때, 사건  $A$ 와 사건  $B$ 가 일어나는 경우의 수가 각각  $m, n$ 이면 사건  $A$  또는 사건  $B$ 가 일어나는 경우의 수는  $m + n$ 이다.

나. 곱의 법칙

사건  $A$ 가 일어나는 경우의 수가  $m$ 이고 그 각각에 대하여 사건  $B$ 가 일어나는 경우의 수가  $n$ 일 때, 사건  $A$ 와 사건  $B$ 가 동시에 일어나는 경우의 수는  $m \times n$ 이다.



A, B, C를 포함한 6명이 일렬로 설 때, B와 C가 모두 A와 서로 이웃하지 않도록 서는 경우의 수는?

- ① 256      ② 264      ③ 272      ④ 280      ⑤ 288



## EBS 문항 분석

- 가. 순열을 이용하여 경우의 수를 계산할 수 있는지 묻는 문항이다.  
나. A가 설 수 있는 위치에 따라 경우를 나누어 접근한다.



## 다시 보는 개념 !!

## 순열

서로 다른  $n$ 개에서 서로 다른  $r$ 개를 택해 일렬로 배열하는 것을  $n$ 개에서  $r$ 개를 택하는 순열이라 하고, 이 순열의 수를 기호로  ${}_nP_r$ 와 같이 나타낸다.

$$1) {}_nP_r = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots (n-r+1) \quad (\text{단, } 1 \leq r \leq n)$$

$$2) {}_nP_0 = 1, 0! = 1$$

$$3) {}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} \quad (\text{단, } 0 \leq r \leq n)$$

$$4) {}_nP_r = n \times {}_{n-1}P_{r-1} \quad (\text{단, } 1 \leq r \leq n)$$



집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수  $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하시오.

(가)  $f(4) = 4$

(나)  $x < 4$ 이면  $f(x) \geq f(4)$ 이다.

### EBS 문항 분석

가. 중복순열을 이용하여 경우의 수를 계산할 수 있는지 묻는 문항이다.

나.  $x < 4$ 인 경우와  $x > 4$ 인 경우로 나누어 각 원소가 취할 수 있는 함숫값을 생각한다.



### 다시 보는 개념 !!

중복순열

서로 다른  $n$ 개에서 중복을 허락하여  $r$ 개를 택해 일렬로 배열하는 것을  $n$ 개에서  $r$ 개를 택하는 중복순열이라 하고, 이 중복순열의 수를 기호로  ${}_n\Pi_r$ 와 같이 나타낸다.

$${}_n\Pi_r = n^r$$



서로 다른 책 3권과 검은색 볼펜, 파란색 볼펜, 빨간색 볼펜이 각각 2개씩 있다. 3명의 학생이 책과 볼펜을 각각 하나씩 받도록 나누어 주는 경우의 수를 구하시오.  
(단, 같은 색의 볼펜은 서로 구별이 되지 않는다.)

### EBS 문항 분석

- 가. 같은 것이 있는 순열을 이용하여 경우의 수를 계산할 수 있는지 묻는 문항이다.  
나. 3명의 학생이 두 종류의 볼펜을 받게 되는 경우와 세 종류의 볼펜을 받게 되는 경우로 나누어 접근한다.



### 다시 보는 개념 !!

같은 것이 있는 순열

같은 것이 포함되어 있는  $n$  개를 일렬로 나열하는 것을 같은 것이 있는 순열이라고 한다.  $n$  개 가운데 같은 것이 각각  $p$  개,  $q$  개,  $\dots$ ,  $r$  개 있을 때, 이들 모두를 일렬로 나열하는 같은 것이 있는 순열의 수는

$$\frac{n!}{p!q!\dots r!} \quad (\text{단, } p+q+\dots+r=n)$$



## EBS 기출분석 1

### 기출 문항

2017학년도 대수능 수학 가형 5번

숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 네 개를 택해 일렬로 나열하여 만든 네 자리의 자연수가 5의 배수인 경우의 수는?

- ① 115      ② 120      ③ 125      ④ 130      ⑤ 135



EBS 교재

2016 수능특강 확률과 통계 9쪽 유제 5번

1, 2, 3, 4, 5를 중복 사용하여 네 개의 수를 택해 일렬로 나열한 네 자리 자연수 중 백의 자리의 수와 일의 자리의 수의 합이 홀수인 것의 개수는?

- ① 100      ② 150      ③ 200      ④ 250      ⑤ 300



### EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 문항의 축소, 확대, 변형

나. 다섯 개의 숫자 중에서 중복 사용하여 네 개의 수를 택하는 상황은 같으나 조건을 단순하게 변형하여 출제되었다.



### 문항포인트 Point !!

5의 배수가 되기 위해서는 일의 자리가 5의 배수임을 파악하여 이를 기준으로 경우를 분류한다.



## EBS연계 예상문항



2018수능대비 EBS연계 예상문항/

2017 수능특강 확률과 통계 11쪽 예제 4번 변형

중복을 허락하여 네 개의 숫자 0, 1, 2, 3으로 만들 수 있는 다섯 자리의 자연수 중에서  
일의 자리의 숫자와 만의 자리의 숫자의 곱이 짝수인 자연수의 개수는?

①  $2^8$

②  $2^9$

③  $3 \times 2^8$

④  $2^{10}$

⑤  $3 \times 2^9$



풀 이



6개의 문자  $a, b, b, c, c, c$ 를 일렬로 나열할 때, 같은 문자끼리는 서로 이웃하지 않는 경우의 수는?

- ① 8      ② 9      ③ 10      ④ 11      ⑤ 12



풀 이



여학생 3명과 남학생 3명을 일렬로 세울 때, 맨 앞에는 남학생이 서고 남학생끼리는 서로 이웃하지 않는 경우의 수는?

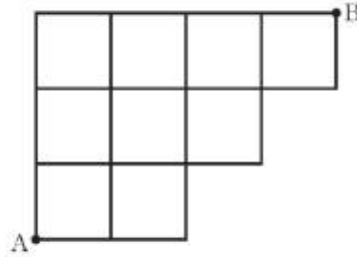
- ① 102      ② 104      ③ 106      ④ 108      ⑤ 110



풀 이



그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A 지점에서 출발하여 B 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수를 구하시오.



풀 이

# 20조합



2018수능대비 EBS 대표 예제 /

2017년 수능특강 확률과 통계 28쪽 1번

생강차 3잔, 국화차 5잔을 남자 3명, 여자 5명이 각각 한 잔씩 나누어 마실 때 적어도 2명의 남자가 국화차를 마시는 경우의 수는? (단, 같은 종류의 차는 서로 구별하지 않는다.)

- ① 40                      ② 42                      ③ 44                      ④ 46                      ⑤ 48



EBS 문항 분석

- 가. 가능한 경우를 나누어 조합의 수를 이용하여 해결하는 문제이다.  
나. 적어도의 의미는 최소한이라는 뜻이므로 남자가 2명일 때와 남자가 3명일 때의 경우를 나누어 해결하면 된다.



다시 보는 개념 !!

가. 조합의 뜻

서로 다른  $n$ 개에서 순서를 생각하지 않고  $r$  ( $r \leq n$ )개를 택하는 것을  $n$ 개에서  $r$ 개를 택하는 조합이라고 하며, 이 조합의 수를 기호로  ${}_nC_r$ 와 같이 나타낸다.

나. 조합의 수

- 1) 서로 다른  $n$ 개에서  $r$  ( $0 < r \leq n$ )개를 택하는 조합의 수는  ${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$
- 2)  ${}_nC_0 = 1$
- 3)  ${}_nC_r = {}_nC_{n-r}$
- 4)  ${}_nC_r = {}_{n-1}C_{r-1} + {}_{n-1}C_r$  (단,  $n \geq 2$ ,  $1 \leq r < n$ )



다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수  $x, y, z, w$ 의 모든 순서쌍  $(x, y, z, w)$ 의 개수는?

(가)  $x + y + z + 3w = 6$

(나)  $x, y, z$  중 적어도 하나는 0이 아니다.

① 30

② 32

③ 34

④ 36

⑤ 38



### EBS 문항 분석

가. 가능한 경우를 나눈 후에 중복조합의 수를 이용하여 해결하는 문제이다.

나.  $w$ 의 계수만 다르므로  $w$ 의 값을 먼저 정해서 해결하면 된다.



### 다시 보는 개념 !!

가. 중복조합의 뜻

서로 다른  $n$ 개에서 중복을 허락하여  $r$ 개를 택하는 조합을 서로 다른  $n$ 개에서  $r$ 개를 택하는 중복조합이라고 한다.

나. 중복조합의 수

서로 다른  $n$ 개에서  $r$ 개를 택하는 중복조합의 수를 기호로  ${}_nH_r$ 와 같이 나타낸다.

이때  ${}_nH_r = {}_{n+r-1}C_r$



두 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수  $f: X \rightarrow Y$ 의 개수는?

(가) 집합  $X$ 의 임의의 두 원소  $x_1, x_2$ 에 대하여  $x_1 < x_2$ 이면  $f(x_1) < f(x_2)$ 이다.

(나)  $f(3) = 5$

① 18

② 19

③ 20

④ 21

⑤ 22

### EBS 문항 분석

가. 조합의 수를 이용하여 해결하는 문제이다.

나.  $f(3)$ 의 값이 정해져 있으므로  $f(1), f(2)$ 와  $f(4), f(5)$ 의 값을 구한 후 곱의 법칙을 이용하면 해결할 수 있다.



### 다시 보는 개념 !!

가. 연속하여 순서대로 두 번을 택하는 경우의 수

1) 서로 다른  $n$ 개에서 첫 번째에는  $p$ 개를 뽑고 두 번째에는 뽑힌  $p$ 개를 다시 넣지 않고  $q$ 개를 뽑는 경우의 수는  ${}_nC_p \times {}_{n-p}C_q$  (단,  $p+q \leq n$ )

2) 서로 다른  $n$ 개에서 첫 번째에는  $p$ 개를 뽑고 두 번째에는 뽑힌  $p$ 개를 다시 넣고  $q$ 개를 뽑는 경우의 수는  ${}_nC_p \times {}_nC_q$  (단,  $p \leq n$ 이고  $q \leq n$ )

나. 조건을 만족시키는 함수의 개수

실수 전체의 집합의 두 부분집합  $X, Y$ 에 대하여 원소의 개수가  $a$ 인 집합  $X$ 에서 원소의 개수가  $b$  ( $0 < a \leq b$ )인 집합  $Y$ 로의 함수 중에서

$x_1 \in X, x_2 \in X$ 일 때,  $x_1 < x_2$ 이면  $f(x_1) < f(x_2)$ 를 만족시키는 함수  $f$ 의 개수는  ${}_bC_a$



다음 조건을 만족시키는 정수  $a, b, c$ 의 모든 순서쌍  $(a, b, c)$ 의 개수를 구하시오.

(가)  $|a| \geq 1, |b| \geq 2, |c| \geq 3$

(나)  $|a| + |b| + |c| = 10$

### EBS 문항 분석

가. 방정식을 변형한 후 중복조합을 이용하여 해결하는 문제이다.

나. 주어진 조건을 이용하여 음이 아닌 정수해를 구하는 방정식으로 변형하여 중복조합을 이용하여 해를 구한 후 절댓값을 풀었을 경우 양의 값과 음의 값이 모두 나올 수 있음을 이용하여 해를 구하면 된다.



### 다시 보는 개념 !!

가. 방정식의 해의 개수

1) 방정식을 만족시키는 음이 아닌 정수해의 개수 : 방정식  $x+y+z=n$  ( $n$ 은 자연수)를 만족시키는 음이 아닌 정수  $x, y, z$ 의 순서쌍  $(x, y, z)$ 의 개수는  ${}_3H_n$

2) 방정식을 만족시키는 양의 정수해의 개수 : 방정식  $x+y+z=n$  ( $n$ 은 3 이상의 자연수)를 만족시키는 음이 아닌 정수  $x, y, z$ 의 순서쌍  $(x, y, z)$ 의 개수는  ${}_3H_{n-3}$

나. 다항식  $(a+b+c)^n$  ( $n$ 은 자연수)의 전개식에서 서로 다른 항의 개수는  ${}_3H_n$

다. 조건을 만족시키는 함수의 개수 : 원소의 개수가  $a$ 인 집합  $X$ 에서 원소의 개수가  $b$ 인 집합  $Y$ 로의 함수 중에서

$x_1 \in X, x_2 \in X$ 일 때,  $x_1 < x_2$ 이면  $f(x_1) \leq f(x_2)$ 를 만족시키는 함수  $f$ 의 개수는  ${}_bH_a$



## EBS 기출분석 1

### 기출 문항

2017학년도 대수능 수학 가형 22번

${}_4H_2$ 의 값을 구하시오. [3점]



EBS 교재

2016 수능완성 수학 가형 154쪽 1번

${}_2H_4$ 의 값은?

- ① 5                      ② 6                      ③ 7                      ④ 8                      ⑤ 9



### EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 개념·원리 활용

나. 기출문항과 EBS교재의 문항은 동일한 개념을 묻고 있으며, 기출문항은 연계문항에서 숫자만 변형한 문항이다.



### 문항포인트 Point !!

중복조합의 공식을 이용하여 해결하면 된다.



## EBS 기출분석 2

### 기출 문항

2017학년도 대수능 수학 가형 27번

다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수  $a, b, c$ 의 모든 순서쌍  $(a, b, c)$ 의 개수를 구하시오.

[4점]

(가)  $a+b+c=7$

(나)  $2^a \times 4^b$ 은 8의 배수이다.



### EBS 교재

2016 수능특강 확률과 통계 25쪽 예제 4번

방정식  $x+y+z+5w=7$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수  $x, y, z, w$ 의 순서쌍  $(x, y, z, w)$ 의 개수는?

① 40

② 42

③ 44

④ 46

⑤ 48



### EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 문항을 축소·확대·변형하여 출제

나. 기출문항과 EBS교재의 문항은 동일한 개념을 묻고 있으며, 기출문항은 연계문항에서 고려해야 할 조건을 추가하여 변형한 문항이다.



### 문항포인트 Point !!

주어진 조건을 잘 정리하여 방정식으로 나타낸 후 중복조합을 이용하여 해결하면 된다.



## EBS연계 예상문항



2018수능대비 EBS연계 예상문항/

2017 수능특강 확률과 통계 28쪽 2번 변형

색이 서로 다른 5개의 페인트와 서로 다른 모양의 스티커 4장 및 서로 다른 자동차 번호판이 3개를 이용하여 3개의 같은 모양의 자동차를 만드는 경우의 수는?

(단, 자동차는 서로 구별하지 않으며, 각 자동차에 페인트, 스티커, 번호판을 모두 한 가지씩 사용하여 자동차를 만든다.)

① 360

② 720

③ 1440

④ 2880

⑤ 5760



풀 이



좌표평면 위에서 다음 조건을 만족시키는 서로 다른 두 직선  $y = mx + n$ ,  $y = ax + b$ 를 정하는 경우의 수는?

(가)  $m, n, a, b$ 는 모두 짝수인 자연수이다.

(나)  $m + n + a + b = 24$  이다.

① 160

② 164

③ 168

④ 172

⑤ 176



풀 이



우유 식빵, 밤 식빵, 옥수수 식빵, 초코 식빵 네 종류의 식빵 중에서 10 개를 구입할 때, 초코 식빵은 2 개 이하로 구입하는 경우의 수를 구하시오. (단, 각 종류의 식빵은 10 개 이상씩 있고, 구입하지 않은 종류의 식빵이 있을 수 있다.)



풀 이



두 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수  $f : X \rightarrow Y$ 의 개수를 구하시오.

(가)  $f(3)$ 은 3의 배수이다.

(나) 집합  $X$ 의 임의의 두 원소  $x_1, x_2$ 에 대하여  $x_1 < x_2$ 이면  $f(x_1) \leq f(x_2)$ 이다.



풀 이

# 21 이항정리와 분할



2018수능대비 EBS 대표 예제 /

2017년 수능특강 확률과 통계 40쪽 4번

$\left(2x^2 + \frac{1}{x}\right)^9$ 의 전개식에서 상수항은?

① 512

② 552

③ 592

④ 632

⑤ 672

## EBS 문항 분석

가. 이항정리의 일반항을 이용하여 특정항을 구하는 문항이다.

나. 주어진 식의 일반항을 구하고 상수항은  $x^0$  임을 이용하여 해결하는 문항이다.



## 다시 보는 개념 !!

가. 이항정리

자연수  $n$ 에 대하여 다항식  $(a+b)^n$ 을 전개하면 다음과 같다.

$$(a+b)^n = {}_nC_0 a^n + {}_nC_1 a^{n-1}b + {}_nC_2 a^{n-2}b^2 + \cdots + {}_nC_r a^{n-r}b^r + \cdots + {}_nC_n b^n$$

이와 같이  $(a+b)^n$ 을 전개하는 것을 이항정리라고 한다.

나. 이항계수

$(a+b)^n$ 의 전개식에서 각 항의 계수

$${}_nC_0, {}_nC_1, {}_nC_2, \cdots, {}_nC_r, \cdots, {}_nC_n$$

을 이항계수라 하고,  ${}_nC_r a^{n-r}b^r$ 을  $(a+b)^n$ 의 전개식의 일반항이라고 한다.



$a = S(17, 1) + S(17, 2)$ 일 때,  $\sqrt[n]{a}$ 가 자연수가 되도록 하는 2 이상의 자연수  $n$ 의 개수는?

- ① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

### EBS 문항 분석

가. 집합의 분할의 수를 구해서  $a$ 의 값을 구한 후에  $\sqrt[n]{a}$ 가 자연수가 되는  $n$ 을 찾는 문항이다.

나.  $S(17, 1)$ ,  $S(17, 2)$ 의 의미를 알아야 해결할 수 있다.



### 다시 보는 개념 !!

가. 집합의 분할의 뜻

원소가 유한개인 집합을 공집합이 아닌 몇 개의 서로소인 부분집합의 합집합으로 나타내는 것을 집합의 분할이라고 한다.

나. 집합의 분할의 수

1) 원소가  $n$ 개인 집합을 공집합이 아닌  $k$  ( $1 \leq k \leq n$ )개의 서로소인 부분집합으로 분할하는 경우의 수를 기호로  $S(n, k)$ 와 같이 나타낸다.

2)  $S(n, 1) = 1$ ,  $S(n, n) = 1$



자연수  $n$ 에 대하여

$$f(n) = {}_{2n}C_1 + {}_{2n}C_3 + {}_{2n}C_5 + \cdots + {}_{2n}C_{2n-1}$$

이라 할 때,  $\sum_{k=1}^n \log_2 f(k) = 196$ 을 만족시키는 자연수  $n$ 의 값을 구하시오.

### EBS 문항 분석

- 가. 이항정리의 성질을 이용하여 식을 간단히 한 후 로그의 성질을 이용하여 수열의 합을 구하는 문제이다.
- 나. 주어진  $f(n)$ 식을 먼저 정리한 후 대입하여 계산하면 해결가능하다.



### 다시 보는 개념 !!

모든 자연수  $n$ 에 대하여 다음이 성립한다.

가.  ${}_nC_0 + {}_nC_1 + {}_nC_2 + {}_nC_3 + \cdots + {}_nC_n = 2^n$

나.  ${}_nC_0 - {}_nC_1 + {}_nC_2 - {}_nC_3 + \cdots + (-1)^n {}_nC_n = 0$

다.  $n$ 이 홀수일 때,  ${}_nC_0 + {}_nC_2 + {}_nC_4 + \cdots + {}_nC_{n-1} = {}_nC_1 + {}_nC_3 + {}_nC_5 + \cdots + {}_nC_n = 2^{n-1}$

라.  $n$ 이 짝수일 때,  ${}_nC_0 + {}_nC_2 + {}_nC_4 + \cdots + {}_nC_n = {}_nC_1 + {}_nC_3 + {}_nC_5 + \cdots + {}_nC_{n-1} = 2^{n-1}$



다음 조건을 만족시키는 자연수  $a, b, c, d$ 의 모든 순서쌍  $(a, b, c, d)$ 의 개수를 구하시오.

$$(가) \ a + b + c + d = 10$$

$$(나) \ a \leq b \leq c \leq d$$

### EBS 문항 분석

가. 10을 4개의 자연수의 합으로 나타내는 자연수의 분할문제이다.

나. 4개의 자연수의 순서가 (나)의 조건에 맞도록 구하면 된다.



### 다시 보는 개념 !!

가. 자연수의 분할 : 자연수  $n$ 을 자신보다 크지 않은 몇 개의 자연수  $n_1, n_2, n_3, \dots, n_k$ 의 합으로  $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$  ( $n_1 \geq n_2 \geq n_3 \geq \dots \geq n_k$ )와 같이 나타내는 것을 자연수의 분할이라고 한다.

나. 자연수의 분할의 수

1) 자연수  $n$ 을  $k$  ( $1 \leq k \leq n$ )개의 자연수로 분할하는 경우의 수를 기호로  $P(n, k)$ 와 같이 나타낸다.

$$2) \ P(n, 1) = 1, \ P(n, n) = 1$$

$$3) \text{ 자연수 } n \text{의 분할의 수} : P(n, 1) + P(n, 2) + P(n, 3) + \dots + P(n, n)$$



## EBS 기출분석 1

### 기출 문항

2018학년도 6월 모의평가 수학 가형 13번

이틀 동안 진행되는 어느 축제에 모두 다섯 개의 팀이 참가하여 공연한다. 매일 두 팀 이상이 공연하도록 다섯 팀의 공연 날짜와 공연 순서를 정하는 경우의 수는? (단, 공연은 한 팀씩 하고, 축제 기간 중 각 팀은 1회만 공연한다.) [3점]

- ① 180                      ② 210                      ③ 240                      ④ 270                      ⑤ 300



### EBS 교재

### 2017 수능특강 확률과 통계 41쪽 1번

1부와 2부로 나누어서 진행되는 어느 음악회에 6팀이 참가하였다. 1부와 2부에 각각 최소 2팀 이상이 공연을 하고 1부에 공연하는 팀의 수가 2부에 공연하는 팀의 수보다 적지 않도록 참가한 6팀을 나누는 경우의 수는? (단, 각 팀은 모두 한 번씩만 공연을 하고, 공연하는 순서는 고려하지 않는다.)

- ① 31                      ② 32                      ③ 33                      ④ 34                      ⑤ 35



### EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 문항의 축소·확대·변형

나. 기출문항과 EBS교재의 문항은 동일한 개념을 묻고 있으며, 기출문항은 연계문항에서 문제상황을 약간 변형한 문항이다.



### 문항포인트 Point !!

가능한 경우를 나누어 조합의 공식을 이용하여 해결하면 된다.



## EBS 기출분석 2

### 기출 문항

2018학년도 6월 모의평가 수학 기형 27번

집합  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2인 부분집합을 두 개 선택할 때, 선택한 두 집합이 서로 같지 않은 경우의 수를 구하시오. [4점]



### EBS 교재

2017 수능특강 확률과 통계 53쪽 2번

집합  $U = \{1, 2, 3, 4\}$ 의 공집합이 아닌 모든 부분집합 중에서 임의로 서로 다른 두 부분집합을 택할 때, 두 부분집합이 서로소일 확률은?

- ①  $\frac{1}{7}$       ②  $\frac{4}{21}$       ③  $\frac{5}{21}$       ④  $\frac{2}{7}$       ⑤  $\frac{1}{3}$



### EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 개념·원리 활용

나. 기출문항과 EBS교재의 문항은 동일한 개념을 묻고 있으며, 연계문항은 확률을 묻고 있고 기출문항은 경우의 수를 묻고 있다.



### 문항뚫이 Point !!

서로 다른 두 집합이 되려면 공통원소가 0개 또는 1개가 되어야하므로 경우를 나누어 구하거나, 원소가 2개인 집합의 수를 구해서 조합의 수를 이용한다.



## EBS연계 예상문항



2018수능대비 EBS연계 예상문항/

2017 수능특강 확률과 통계 37쪽 유제6번 변형

$\left(x + \frac{1}{x}\right)(x^2 + ax)^6$ 의 전개식에서  $x^{10}$ 의 계수가 172일 때,  $a$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5



풀 이



집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 에서 집합  $A$ 로의 함수  $f$  중 다음 조건을 만족시키는  $f$ 의 개수는?

(가)  $f(1) + f(2) + f(3) = 5$

(나)  $f(4) + f(5) = 8$

(다)  $f(6) \leq f(7) \leq f(8)$

① 3040

② 3540

③ 4040

④ 4540

⑤ 5040



풀 이



$\log_4({}_{10}C_0 + 15 \times {}_{10}C_1 + 15^2 \times {}_{10}C_2 + \cdots + 15^{10} \times {}_{10}C_{10})$ 의 값은?

- ① 5                      ② 10                      ③ 15                      ④ 20                      ⑤ 25



풀 이



9명을 3개의 팀으로 나눌 때, 각 팀의 인원을 모두 다르게 나누는 경우의 수는?

① 2014

② 2015

③ 2016

④ 2017

⑤ 2018



풀 이

## IX. 확률



### 기출 문항 분석

이 단원에서는 앞서 배운 순열과 조합의 개념에 더해 배반사건과 독립사건, 확률의 덧셈 정리, 확률의 곱셈정리, 조건부확률 및 독립시행의 확률을 이용하여 다양한 실생활 상황에서서의 확률을 계산하는 문항이 다양하게 출제되고 있다. 최근에는 주어진 조건을 조작하여 제시된 확률을 구하는 문항과 조건부확률을 구하는 문항이 매해 출제되고 있으므로 출제된 유형을 잘 파악하여 유형별로 잘 대비할 필요가 있다.

이 단원 역시 순열과 조합 단원처럼 크게 어렵지 않게 출제되고 있기 때문에 자신감을 갖고 잘 대비한다면 좋은 결과가 있을 것이다. 식을 잘못 세운 경우 그 오류가 왜 생겼는지 철저히 검토하는 것이 매우 중요하다. 실수하기 쉬운 단원이기 때문에 자신의 실수를 꼭 짚어보자.

#### 출제 경향 포인트

| 출제 연도           | 기출 문항의 형태                                |
|-----------------|------------------------------------------|
| 2015수능, B형, 8번  | 배반사건과 확률의 덧셈정리를 이용하여 식을 계산하는 문항 (선다형 3점) |
| 2015수능, B형, 15번 | 조건부확률을 계산하는 문항 (선다형 3점)                  |
| 2016수능, B형, 5번  | 독립사건과 조건부확률을 이용하여 식을 계산하는 문항 (선다형 3점)    |
| 2016수능, B형, 8번  | 독립시행의 확률을 계산하는 문항 (선다형 3점)               |
| 2017수능, 가형, 4번  | 독립사건과 조건부확률을 이용하여 식을 계산하는 문항 (선다형 3점)    |
| 2017수능, 가형, 7번  | 독립시행의 확률을 계산하는 문항 (선다형 3점)               |
| 2017수능, 가형, 26번 | 확률의 곱셈정리를 이용하여 확률을 계산하는 문항 (단답형 3점)      |

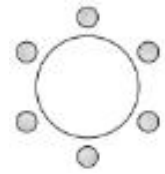
# 22 확률



2018수능대비 EBS 대표 예제 /

2017년 수능특강 확률과 통계 53쪽 1번

그림과 같이 원형의 탁자에 똑같은 의자 6개가 같은 간격으로 놓여 있다. 남학생 2명과 여학생 2명이 임의로 앉을 때, 남학생 2명과 여학생 2명은 각각 서로 이웃하고 남학생과 여학생 사이에는 빈 의자가 놓이도록 앉을 확률은?  
(단, 회전하여 일치하는 경우는 같은 것으로 생각한다.)



①  $\frac{1}{15}$

②  $\frac{1}{10}$

③  $\frac{2}{15}$

④  $\frac{1}{6}$

⑤  $\frac{1}{5}$

## EBS 문항 분석

- 가. 원순열의 수를 구하는 문제를 응용하여 주어진 상황에서의 경우의 수를 구하는 문제이다.
- 나. 단순히 원순열의 수를 구하는 문제가 아니라 같은 것이 있는 순열의 수를 먼저 구하고 원순열의 수를 이용하여 전체 경우의 수를 구하고 주어진 상황에 해당하는 경우의 수를 구하여 확률을 구한다.



## 다시 보는 개념 !!

- 가. 서로 다른  $n$  개를 원형으로 배열하는 순열을 원순열이라 하고, 이 원순열의 수는

$$\frac{n!}{n} = (n-1)! \text{ 이다.}$$

- 나.  $n$  개 가운데 같은 것이 각각  $p$  개,  $q$  개,  $\dots$ ,  $r$  개 있을 때, 이들 모두를 일렬로 나열하는 같은 것이 있는 순열의 수는

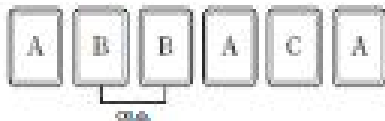
$$\frac{n!}{p!q!\dots r!} \text{ (단, } p+q+\dots+r=n \text{)}$$

- 다. 수학적 확률 : 어떤 시행의 표본공간  $S$ 에 대하여 각각의 원소가 일어날 가능성이 같은 정도로 기대될 때, 사건  $A$ 가 일어날 확률을 기호로  $P(A)$ 로 나타내고,

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \text{로 정의한다.}$$



문자 A가 적혀 있는 카드 3장, 문자 B가 적혀 있는 카드 2장, 문자 C가 적혀 있는 카드 1장이 있다. 이와 같은 A, B, C 세 종류의 카드 6장을 임의로 일렬로 나열할 때, 적어도 한 종류의 카드는 2장 이상 연속으로 나열될 확률은? (단, 같은 문자가 적혀 있는 카드는 서로 구별하지 않는다.)



- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{7}{12}$       ③  $\frac{2}{3}$       ④  $\frac{3}{4}$       ⑤  $\frac{5}{6}$

### EBS 문항 분석

가. 주어진 사건의 확률을 구하기 위해 같은 것이 있는 순열의 수를 구하고 주어진 상황에 맞는 경우의 수를 구하여 해결하는 문제이다.

나. 각각의 경우가 많거나 생각하기 어려울 때는 여사건의 확률을 이용하여 해결한다.



### 다시 보는 개념 !!

가. 사건  $A$ 가 일어나지 않을 여사건  $A^c$ 의 확률  $P(A^c) = 1 - P(A)$

나. 두 사건  $A, B$ 와 각각의 여사건  $A^c, B^c$ 에 대하여

- ①  $P(A^c \cap B^c) = 1 - P(A \cup B)$   
 ②  $P(A^c \cup B^c) = 1 - P(A \cap B)$



필통 안에 파란색 볼펜 4개, 검은색 볼펜 3개, 빨간색 볼펜 2개가 있다. 이 필통에서 임의로 2개의 볼펜을 동시에 꺼낼 때, 서로 다른 색의 볼펜이 나올 확률은?

①  $\frac{11}{18}$

②  $\frac{23}{36}$

③  $\frac{2}{3}$

④  $\frac{25}{36}$

⑤  $\frac{13}{18}$

### EBS 문항 분석

가. 확률의 덧셈정리를 이용하여 각각의 경우를 구한 뒤 주어진 상황이 나타날 확률을 구하는 문항이다.

나. 직접 조합을 이용하여 구할 수도 있고 여사건을 이용하여 해결할 수도 있다.



### 다시 보는 개념 !!

가. 두 사건  $A, B$ 에 대하여  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

나. 두 사건  $A, B$ 가 서로 배반사건, 즉  $A \cap B = \phi$  이면  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$  이다.

다. 사건  $A$ 가 일어나지 않을 여사건  $A^c$ 의 확률  $P(A^c) = 1 - P(A)$



1, 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 네 개의 공이 들어 있는 상자에서 임의로 두 개의 공을 동시에 꺼내어 공에 적혀 있는 수의 곱이 짝수이면 꺼낸 공을 상자에 다시 넣지 않고, 홀수이면 꺼낸 공을 상자에 다시 넣는다. 이 시행을 3회 반복할 때, 2회째 시행 후 상자 안이 비어 있지 않고 3회째 시행 후 상자 안이 비어 있게 될 확률은?

- ①  $\frac{1}{9}$       ②  $\frac{2}{9}$       ③  $\frac{1}{3}$       ④  $\frac{4}{9}$       ⑤  $\frac{5}{9}$

### EBS 문항 분석

- 가. 공식을 바로 적용하는 것이 아니라 각각의 경우를 직접 나누어 해결해야 하는 문항이다.
- 나. 요즘은 상황을 직접 본인이 차근차근 나누고 직접 확인하는 과정을 거치는 문항이 자주 출제 되므로 공식을 적용해 보는 연습 말고도 공식없이 직접적인 방법으로 해결하는 과정도 충분히 연습해 두어야 한다.



### 다시 보는 개념 !!

가. 확률의 곱셈정리

- 1) 두 사건  $A, B$ 에 대하여  $P(A) > 0, P(B) > 0$ 일 때, 두 사건  $A, B$ 가 동시에 일어날 확률  $P(A \cap B)$ 는  $P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = P(B)P(A|B)$

나. 사건의 독립과 종속

- 1) 두 사건  $A, B$ 에 대하여 사건  $A$ 가 일어나는 것이 사건  $B$ 가 일어나는 확률에 영향을 주지 않을 때, 두 사건  $A, B$ 는 서로 독립이라고 한다. 즉,  $P(B|A) = P(B)$  또는  $P(A|B) = P(A)$ 일 때, 두 사건  $A, B$ 는 서로 독립이라고 하며 두 사건이 서로 독립이 아닐 때, 종속이라고 한다.



## EBS 기출분석 1

### 기출 문항

2017학년도 대수능 수학 가형 4번

두 사건  $A$ 와  $B$ 는 서로 독립이고

$$P(B^c) = \frac{1}{3}, P(A|B) = \frac{1}{2}$$

일 때,  $P(A)P(B)$ 의 값은? (단,  $B^c$ 은  $B$ 의 여사건이다.) [3점]

- ①  $\frac{5}{6}$       ②  $\frac{2}{3}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{1}{3}$       ⑤  $\frac{1}{6}$



EBS 교재

2016 수능완성 수학기형 84쪽 37번

두 사건  $A, B$ 가 서로 독립이고

$$P(A \cap B^c) = \frac{1}{15}, P(B|A^c) = \frac{1}{3}$$

일 때,  $P(A \cap B)$ 의 값은? (단,  $A^c$ 은  $A$ 의 여사건이다.)

- ①  $\frac{1}{30}$       ②  $\frac{1}{15}$       ③  $\frac{1}{10}$       ④  $\frac{2}{15}$       ⑤  $\frac{1}{6}$



### EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 동일한 개념 및 원리를 활용하여 출제

나. 기출문항과 EBS교재의 문항은 동일한 개념을 묻고 있으며 난이도 역시 같은 수준으로 확실한 연계문항이다.



### 문항포인트 Point !!

두 사건  $A, B$ 가 서로 독립이면  $P(A) = P(A|B)$ 이 성립하므로 이를 이용하면 쉽게 해결할 수 있다.



## EBS 기출분석 2

### 기출 문항

2018학년도 대수능 6월 모의평가 수학 가형 15번

그림과 같이 1, 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 카드가 각각 3장씩 12장이 있다. 이 12장의 카드 중에서 임의로 3장의 카드를 선택할 때, 선택한 카드 중에 같은 숫자가 적혀 있는 카드가 2장 이상일 확률은? [4점]



- ①  $\frac{12}{55}$       ②  $\frac{16}{55}$       ③  $\frac{4}{11}$       ④  $\frac{24}{55}$       ⑤  $\frac{28}{55}$



### EBS 교재

### 2017 수능특강 확률과 통계 51쪽 유제7번

남학생 4명과 여학생 4명 중에서 임의로 3명을 동시에 뽑을 때, 적어도 1명의 여학생이 포함될 확률은?

- ①  $\frac{9}{14}$       ②  $\frac{5}{7}$       ③  $\frac{11}{14}$       ④  $\frac{6}{7}$       ⑤  $\frac{13}{14}$



### EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 문항의 축소, 확대, 변형을 이용한 출제

나. 기출문항과 EBS교재의 문항은 동일한 개념인 여사건의 확률을 이용하여 주어진 상황의 문제를 해결하는 과정이지만 상황이 하나 더 추가되어 묻고 있으므로 기출문항이 연계문항보다 어렵다.



### 문항포인트 Point !!

가. 서로 다른  $n$ 개에서 순서를 생각하지 않고  $r$ 개를 택하는 것을  $n$ 개에서  $r$ 개를 택하는 조합이라 하고, 이 조합의 수를 기호로  ${}_nC_r$ 와 같이 나타낸다.

$${}_nC_r = {}_nC_{n-r} = \frac{{}_nP_r}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \quad (\text{단, } 0 \leq r \leq n)$$

나. 사건  $A$ 가 일어나지 않을 여사건  $A^c$ 의 확률  $P(A^c) = 1 - P(A)$



## EBS연계 예상문항



2018수능대비 EBS연계 예상문항/

2017 수능특강 확률과 통계 47쪽 예제 2번 변형

한 개의 주사위를 세 번 던져서 나온 수를 차례로  $a, b, c$ 라 하자. 이 때, 함수  $f(x) = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 점  $(1, 0)$ 을 지나고 꼭짓점의  $x$ 좌표가  $-1$ 이 될 확률은?

- ①  $\frac{1}{216}$       ②  $\frac{1}{108}$       ③  $\frac{1}{72}$       ④  $\frac{1}{54}$       ⑤  $\frac{1}{18}$



풀 이



집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 함수  $f : X \rightarrow X$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $f(1) = 2, f(4) = 3$

(나) 모든 함수값의 합은 15이다.

함수  $f$  중에서 임의로 한 함수를 택할 때, 치역의 원소의 개수가 3 이상일 확률은?

①  $\frac{33}{40}$

②  $\frac{17}{20}$

③  $\frac{7}{8}$

④  $\frac{9}{10}$

⑤  $\frac{37}{40}$



풀 이



주머니 안에 1, 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 4장의 카드가 있다. 주머니에서 같이 2장의 카드를 임의로 뽑고 을이 남은 2장의 카드 중에서 1장의 카드를 임의로 뽑을 때, 같이 뽑은 2장의 카드에 적힌 수의 곱이 을이 뽑은 카드에 적힌 수보다 작을 확률은?

①  $\frac{1}{12}$

②  $\frac{1}{6}$

③  $\frac{1}{4}$

④  $\frac{1}{3}$

⑤  $\frac{5}{12}$



풀 이



상자 속에 치즈 쿠키 5개, 초콜릿 쿠키 2개, 호두 쿠키 3개의 세 종류의 쿠키 10개가 들어 있다. 이 상자에서 쿠키 3개를 동시에 꺼낼 때, 이 쿠키 3개가 두 가지 종류의 쿠키만 나올 확률은?

①  $\frac{79}{120}$

②  $\frac{2}{3}$

③  $\frac{27}{40}$

④  $\frac{41}{60}$

⑤  $\frac{83}{120}$



풀 이

# 23 조건부 확률



2018수능대비 EBS 대표 예제 /

2017년 수능특강 확률과 통계 67쪽 1번

A 고등학교에서 매년 개최되는 ‘수학문화창작대회’는 문학 부문과 영상 부문으로 나뉘며 학생들은 두 부문 중 한 부문에만 참가할 수 있다. 오른쪽 표는 A 고등학교 학생 중 2015 년과 2016 년 2 년 연속 ‘수학문화창작대회’에 참가한 학생 600 명의 참가 현황이다. 참가 학생 중 임의로 선택된 한 학생이 2016년에 문학 부문에 참가했을 때, 2015 년에도 문학 부문에 참가했을 확률이  $\frac{5}{6}$ 이다. 참가 학생 중에서 임의로 선택된 한 학생이 2015 년에 영상 부문에 참가했을 때, 이 학생이 2016 년에도 영상 부문에 참가했을 확률은?

|       | 2015 년 | 2016 년 |
|-------|--------|--------|
| 문학 부문 | 450명   | 420명   |
| 영상 부문 | 150명   | 180명   |
| 계     | 600명   | 600명   |

- ①  $\frac{2}{5}$       ②  $\frac{7}{15}$       ③  $\frac{8}{15}$       ④  $\frac{3}{5}$       ⑤  $\frac{2}{3}$

## EBS 문항 분석

- 가. 조건부확률의 개념을 이용하여 주어진 확률에 해당하는 년도 별 인원을 계산할 수 있는 지를 묻는 문제이다.
- 나. 주어진 표를 이용하여 년 도별 문학부문과 영상부문 인원을 문자로 설정하여 구하면 쉽게 해결할 수 있다.



## 다시 보는 개념 !!

- 가. 어떤 시행에서 표본 공간  $S$ 의 두 사건  $A, B$ 에 대하여 사건  $A$ 가 일어났다고 가정할 때 사건  $B$ 가 일어날 확률을 사건  $A$ 가 일어났을 때 사건  $B$ 의 조건부확률이라 하고  $P(B|A)$ 로 나타낸다.

나.  $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$  (단,  $P(A) > 0$ )



주머니에 공 5개가 들어 있다. 한 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수가 3의 배수이면 주머니에 공을 2개 넣고, 3의 배수가 아니면 주머니에서 공을 1개 꺼내는 것을 1회의 시행이라 하자. 이 시행을 5회 실시한 후 주머니에 들어 있는 공의 개수가 10 이상일 확률은? (단, 주머니에 넣을 수 있는 공은 충분히 준비되어 있다.)

①  $\frac{11}{243}$

②  $\frac{4}{81}$

③  $\frac{13}{243}$

④  $\frac{14}{243}$

⑤  $\frac{5}{81}$

## EBS 문항 분석

가. 독립시행인 사건들의 확률을 구하는 과정으로 독립시행의 확률을 이해하고 있는지를 묻는 문항이다.

나. 3의 배수의 눈의 수가 나오는 횟수와 아닌 횟수를 미지수로 두어 그 횟수가 10이상인 경우를 따진 다음 합의 법칙으로 확률을 구한다.



## 다시 보는 개념 !!

## 독립시행의 확률

가. 동전이나 주사위를 여러 번 반복하여 던지는 경우와 같이 매회 같은 조건에서 어떤 시행을 반복할 때, 각 시행의 결과가 다른 시행의 결과에 아무런 영향을 주지 않을 경우, 즉 매회 일어나는 사건이 서로 독립인 경우 이러한 시행을 독립시행이라고 한다.

나. 1회의 시행에서 사건  $A$ 가 일어날 확률을  $p$ , 사건  $A$ 가 일어나지 않을 확률을  $q$ 라 하면 이 시행을  $n$ 회 반복한 독립시행에서 사건  $A$ 가  $r$ 회 일어날 확률은

$${}_nC_rp^rq^{n-r} \text{ (단, } p+q=1, r=0, 1, 2, \dots, n)$$



어느 고등학교 전체 학생 600명을 대상으로 진로 희망 조사를 한 후 희망에 따라 직업 체험을 실시하였다. 직업체험 후 다시 진로 희망을 조사하였더니 남학생의 40%, 여학생의 60%는 진로 희망을 바꾸지 않았다. 이 학교 학생 중 임의로 선택한 1명이 직업체험 후 진로 희망을 바꾸지 않은 학생일 때, 이 학생이 여학생일 확률을  $p_1$ , 이 학교 학생 중 임의로 선택한 1명이 남학생일 때, 이 학생이 직업체험 후 진로 희망을 바꾼 학생일 확률을  $p_2$ 라 하자.  $6p_1 = 5p_2$ 일 때, 이 학교의 여학생의 수는?

- ① 230                      ② 240                      ③ 250                      ④ 260                      ⑤ 270

### EBS 문항 분석

- 가. 조건부확률의 전형적인 문제로 표를 이용하여 조건부확률을 계산할 수 있는 문항이다.  
 나. 두 가지 조건부 확률을 묻고 있으므로 남학생인 사건과 진로를 바꾼 사건으로 표를 만들어 인원을 파악하면 쉽게 문제를 해결할 수 있다.



### 다시 보는 개념 !!

가. 조건부 확률

표본공간  $S$ 의 두 사건  $A, B$ 에 대하여 확률이 0이 아닌 사건  $A$ 가 일어났다는 조건 아래에서 사건  $B$ 가 일어날 확률을 사건  $A$ 가 일어났을 때의 사건  $B$ 의 조건부 확률이라고 하고, 기호로  $P(B|A)$ 으로 나타낸다.

나. 조건부 확률의 계산

사건  $A$ 가 일어났을 때의 사건  $B$ 의 조건부 확률은

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad (\text{단, } P(A) > 0)$$



한 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수가 6의 약수이면 2점을 얻고 6의 약수가 아니면 1점을 잃는 게임이 있다. 처음 점수가 2인 사람이 이 게임을 6번 하였을 때 점수가 8이 될 확률이  $k\left(\frac{1}{3}\right)^6$ 이다. 6번의 게임이 끝나기 전, 점수가 0이 되거나 8이상인 경우는 없을 때, 상수  $k$ 의 값은?

- ① 96                      ② 112                      ③ 128                      ④ 144                      ⑤ 160

### EBS 문항 분석

- 가. 독립시행의 확률을 이용하여 구하는 문항이다.  
나. 5번의 게임이 끝났을 때의 상황을 정확하게 파악해야 오류 없이 해결할 수 있으며 6번의 결과를 가지고 해결하려면 점수가 0점이 되거나 8점 이상이 되는 경우는 제외시켜 주어야 한다.



### 다시 보는 개념 !!

- 가. 독립시행의 확률
- 1) 동전이나 주사위를 여러 번 반복하여 던지는 경우와 같이 매회 같은 조건에서 어떤 시행을 반복할 때, 각 시행의 결과가 다른 시행의 결과에 아무런 영향을 주지 않을 경우, 즉 매회 일어나는 사건이 서로 독립인 경우 이러한 시행을 독립시행이라고 한다.
  - 2) 1회의 시행에서 사건  $A$ 가 일어날 확률을  $p$ , 사건  $A$ 가 일어나지 않을 확률을  $q$ 라 하면 이 시행을  $n$ 회 반복한 독립시행에서 사건  $A$ 가  $r$ 회 일어날 확률은

$${}_nC_r p^r q^{n-r} \text{ (단, } p+q=1, r=0, 1, 2, \dots, n)$$



## EBS 기출분석 1

### 기출 문항

2017학년도 대수능 수학 가형 7번

한 개의 주사위를 3번 던질 때, 4의 눈이 한 번만 나올 확률은?

[3점]

- ①  $\frac{25}{72}$       ②  $\frac{13}{36}$       ③  $\frac{3}{8}$       ④  $\frac{7}{18}$       ⑤  $\frac{29}{72}$



### EBS 교재

### 2016 수능특강 확률과 통계 47쪽 예제2번

A, B, C 세 명이 각각 주사위를 1개씩 던질 때, 같은 눈의 수가 나온 주사위가 2개일 확률은?

- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{3}{8}$       ③  $\frac{5}{12}$       ④  $\frac{11}{24}$       ⑤  $\frac{1}{2}$



### EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 문항의 축소, 확대, 변형을 이용한 출제

나. 기출문항과 EBS교재의 문항은 같은 유형의 문제로 변형되어 출제되었으며 기출문항이 연계문항보다 쉽다.



### 문항포인트 Point !!

가. 동전이나 주사위를 여러 번 반복하여 던지는 경우와 같이 매회 같은 조건에서 어떤 시행을 반복할 때, 각 시행의 결과가 다른 시행의 결과에 아무런 영향을 주지 않을 경우, 즉 매회 일어나는 사건이 서로 독립인 경우 이러한 시행을 독립시행이라고 한다.

나. 1회의 시행에서 사건 A가 일어날 확률을  $p$ , 사건 A가 일어나지 않을 확률을  $q$ 라 하면 이 시행을  $n$ 회 반복한 독립시행에서 사건 A가  $r$ 회 일어날 확률은

$${}_nC_r p^r q^{n-r} \text{ (단, } p+q=1, r=0, 1, 2, \dots, n)$$



## EBS 기출분석 2

### 기출 문항

2018학년도 대수능 6월 모의평가 수학 가형 4번

두 사건  $A$ 와  $B$ 는 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{2}{3}, P(A \cap B) = \frac{1}{9}$$

일 때,  $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{2}{3}$       ⑤  $\frac{5}{6}$



### EBS 교재

2017 수능특강 확률과 통계 66쪽 2번

두 사건  $A, B$ 에 대하여  $P(A^C) = \frac{3}{4}$ ,  $P(B^C|A) = \frac{1}{3}$  일 때,  $P(A \cap B)$ 의 값은?

(단,  $A^C$ 은 사건  $A$ 의 여사건이다.)

- ①  $\frac{1}{12}$       ②  $\frac{1}{8}$       ③  $\frac{1}{6}$       ④  $\frac{5}{24}$       ⑤  $\frac{1}{4}$



### EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 문항의 축소, 확대, 변형을 이용한 출제

나. 기출문항과 EBS교재의 문항은 같은 유형의 문제이지만 서로 독립이라는 개념이 추가되어 문제를 묻고 있으며 기출문항이 연계문항보다 쉽다.



### 문항포인트 Point !!

두 사건  $A, B$ 가 서로 독립이면  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ 이 성립하므로 이를 이용하면 쉽게 해결할 수 있다.

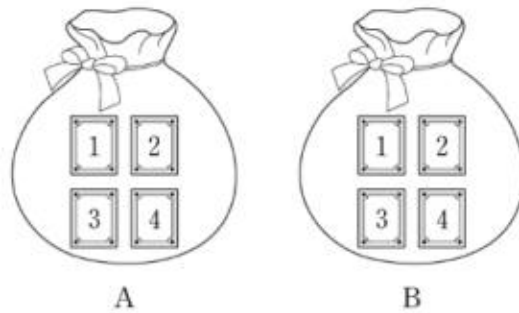


## EBS 기출분석 3

### 기출 문항

2018학년도 대수능 수학 가형 26번

두 주머니 A와 B에는 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 4장의 카드가 각각 들어 있다. 같은 주머니 A에서, 혹은 주머니 B에서 각자 임의로 두 장의 카드를 꺼내어 가진다. 같이 가진 두 장의 카드에 적힌 수의 합과 같이 가진 두 장의 카드에 적힌 수의 합이 같을 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



### EBS 교재

2016 수능완성 수학기형 165쪽 15번

그림과 같이 2가 적혀 있는 카드가 2장, 3이 적혀 있는 카드가 2장, 5가 적혀 있는 카드가 1장, 7이 적혀 있는 카드가 1장 있다. 이 카드 6장을 A, B, C 세 사람에게 임의로 2장씩 나누어 주려고 한다. 세 사람 모두 서로 다른 수가 적혀 있는 2장의 카드를 받았다고 할 때, 받은 카드에 적힌 두 수의 합이 세 사람 모두 다를 확률은? (단, 같은 숫자가 적힌 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]



- ①  $\frac{4}{5}$       ②  $\frac{5}{6}$       ③  $\frac{7}{8}$       ④  $\frac{8}{9}$       ⑤  $\frac{9}{10}$



### EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 문항의 축소, 확대, 변형을 이용한 출제

나. 기출문항과 EBS교재의 문항은 같은 유형의 문제이고 같은 수준으로 출제된 연계율이 높은 문항이다.



### 문항포인트 Point !!

두 사건  $A, B$ 에 대하여  $P(A) > 0, P(B) > 0$ 일 때, 두 사건  $A, B$ 가 동시에 일어날 확률  $P(A \cap B)$ 는  $P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = P(B)P(A|B)$



## EBS 기출분석 4

### 기출 문항

2018학년도 대수능 6월 모의평가 수학 가형 17번

서로 다른 2개의 주사위를 동시에 던져 나온 눈의 수가 같으면 한 개의 동전을 4번 던지고, 나온 눈의 수가 다르면 한 개의 동전을 2번 던진다. 이 시행에서 동전의 앞면이 나온 횟수와 뒷면이 나온 횟수가 같을 때, 동전을 4번 던졌을 확률은? [4점]

- ①  $\frac{3}{23}$       ②  $\frac{5}{23}$       ③  $\frac{7}{23}$       ④  $\frac{9}{23}$       ⑤  $\frac{11}{23}$



### EBS 교재

### 2017 수능특강 확률과 통계 67쪽 4번

서로 다른 2개의 주사위를 동시에 던져 나온 눈의 수가 서로 같으면 한 개의 동전을 4번 던지고, 나온 눈의 수가 서로 다르면 한 개의 동전을 2번 던지기로 하였다. 이 시행에서 동전의 앞면이 나온 횟수와 뒷면이 나온 횟수가 같을 확률은?

- ①  $\frac{5}{12}$       ②  $\frac{7}{16}$       ③  $\frac{11}{24}$       ④  $\frac{23}{48}$       ⑤  $\frac{1}{2}$



### EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 문항의 축소, 확대, 변형을 이용한 출제

나. 기출문항과 EBS교재의 문항은 많이 유사한 유형의 문제이면서 기출문항은 조건부확률을 묻는 문항으로 출제되어 연계문항과 거의 같은 난이도를 유지했다.



### 문항포인트 Point !!

가. 확률의 곱셈정리

두 사건  $A, B$ 에 대하여  $P(A) > 0, P(B) > 0$ 일 때, 두 사건  $A, B$ 가 동시에 일어날 확률  $P(A \cap B)$ 는

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = P(B)P(A|B)$$

나. 두 사건  $A, B$ 에 대하여 사건  $A$ 가 일어나는 것이 사건  $B$ 가 일어나는 확률에 영향을 주지 않을 때, 두 사건  $A, B$ 는 서로 독립이라고 한다. 즉,  $P(B|A) = P(B)$  또는  $P(A|B) = P(A)$ 일 때, 두 사건  $A, B$ 는 서로 독립이라고 하며 두 사건이 서로 독립이 아닐 때, 종속이라고 한다.



## EBS연계 예상문항



2018수능대비 EBS연계 예상문항/

2017 수능특강 확률과 통계 65쪽 예제 5번 변형

좌표평면의 원점에 있는 점  $P$ 를 동전을 한 번 던져 앞면이 나오면  $x$ 축의 방향으로 2만큼,  $y$ 축의 방향으로 1만큼, 뒷면이 나오면  $x$ 축의 방향으로 1만큼,  $y$ 축의 방향으로  $-2$ 만큼 이동시킨다. 예를 들어 동전을 두 번 던져서 앞면이 한 번, 뒷면이 한 번 나오면 점  $P$ 는 점  $(3, -1)$ 에 놓이게 된다. 동전을  $n$ 번 던져서 원점에 있던 점  $P$ 가 점  $(8, -1)$ 에 있을 확률이  $\frac{q}{p}$ 이다.  $n+p+q$ 의 값은? (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)

① 22

② 23

③ 24

④ 25

⑤ 26



풀 이



주머니에 검은 공 2개, 흰 공 1개가 들어 있다. A, B 두 사람이 차례로 주사위를 던졌을 때, 나온 주사위의 눈의 수를 각각  $a, b$ 라 하자.  $a > b$ 이면 A가 주머니에 흰 공을 1개 넣은 후 B가 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내고,  $a \leq b$ 이면 A가 주머니에 검은 공을 1개 넣은 후 B가 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼낸다. 이때 B가 꺼낸 공이 흰 공일 확률은?

①  $\frac{17}{48}$

②  $\frac{3}{8}$

③  $\frac{19}{48}$

④  $\frac{5}{12}$

⑤  $\frac{7}{16}$



풀 이



다음과 같이 흰 공과 검은 공을 합하여 10개의 공이 각각 들어 있는 상자가 10개 있다.

첫 번째 상자에는 흰 공 1개, 검은 공 9개가 들어 있고,  
두 번째 상자에는 흰 공 2개, 검은 공 8개가 들어 있다.  
 $n$ 번째 상자에는 흰 공  $n$ 개, 검은 공  $(10-n)$ 개가 들어 있다.

(단,  $n=1, 2, 3, \dots, 9, 10$ )

이 10개의 상자에서 한 개의 상자를 택하여 임의로 한 개의 공을 꺼냈더니 흰 공이 나왔을 때, 이 흰 공이 네 번째 상자에서 나왔을 확률은? (단, 각 상자를 택할 확률은 모두 같다.)

①  $\frac{4}{55}$

②  $\frac{1}{11}$

③  $\frac{6}{55}$

④  $\frac{7}{55}$

⑤  $\frac{8}{55}$



풀 이



주머니 속에 검은 공 2개와 흰 공 3개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 색을 확인한 다음 그 공과 같은 색의 공을 하나 더하여 꺼낸 공과 함께 주머니 속에 다시 넣는다. 이 주머니에서 임의로 또 한 개의 공을 꺼낼 때, 꺼낸 공이 흰 공일 확률은?

①  $\frac{2}{5}$

②  $\frac{7}{15}$

③  $\frac{8}{15}$

④  $\frac{3}{5}$

⑤  $\frac{2}{3}$



풀 이

## X. 통계



### 기출 문항 분석

이 단위에서는 매년 2~3문항이 출제되고 있다. 2017학년도 수능에서는 (가형)에서 정답형 2문항이 출제되었고 (나형)에서는 정답형(1문항)과 단답형 1문항(총 2문항)이 출제되었고 1문항은 공통문항으로 (가형)에서 정답형, (나형)에서는 단답형으로 출제되었다. 이 단원은 같은 수학적 내용을 반복적으로 출제하므로 유형이 정형화되어 비교적 쉽게 해결할 수 있다.

주로 정규분포에서 주어진 조건을 이용하여 표준화한 후 표준정규분포표에서 확률을 구하는 실생활 문제가 자주 출제된다. 또한 표본평균의 확률을 구하는 문제나 표본의 크기에 따른 표본평균의 평균, 분산, 표준편차를 구하는 문제도 출제 가능성이 높다. (가형)에서는 최근 3년간 모평균이나 모비율 추정문제가 나오지 않은 만큼 올해에는 추정에서 신뢰구간에 관한 내용을 숙지하고 대비할 필요가 있다. 2017학년도 가형 17번 문항처럼 통계의 형식을 빌려 확률을 물어보는 경우도 있으니 이산확률분포나 연속확률분포의 기본적인 성질은 알고 있어야 되겠다.

### 출제경향포인트

| 출제 연도           | 기출 문항의 형태                                                                   |
|-----------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| 2015수능. B형. 11번 | 정규분포에서 주어진 조건을 이용하여 표준정규분포표에서 확률을 구하는 문제(단답형 3점)                            |
| 2015수능. B형. 18번 | 확률변수 $X$ 에 대한 확률분포를 구한 다음, 이를 이용하여 표본평균을 이루는 각각의 경우의 확률을 구하여 더하는 문제(단답형 4점) |
| 2016수능. B형. 18번 | 두 집단에서의 표본평균의 확률과 표준정규분포표를 이용하여 한 표본평균의 확률을 구하는 문제(단답형 4점)                  |
| 2016수능. B형. 24번 | 확률변수의 정의역에서 확률밀도함수의 면적이 1임을 이용하여 상수값을 구하는 문제(단답형 3점)                        |
| 2017수능. 가형. 13번 | 표본평균의 확률을 비교하는 문항 (정답형 3점)                                                  |
| 2017수능. 가형. 18번 | 정규분포를 활용하여 확률을 구하는 문항 (정답형 4점)<br>(나형공통)                                    |

# 24이산확률분포



2018수능대비 EBS 대표 예제 /

2017년 수능특강 확률과 통계 75쪽 예제 3번

확률변수  $X$ 의 확률분포가 아래 표와 같다. 확률변수  $X$ 의 평균이  $\frac{7}{4}$  일 때,  $X$ 의 표준편차는? (단,  $a, b$ 는 상수이다.)

| $X$      | 0             | 1   | 2             | 3   | 계 |
|----------|---------------|-----|---------------|-----|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{1}{6}$ | $a$ | $\frac{1}{4}$ | $b$ | 1 |

- ①  $\frac{3\sqrt{2}}{4}$       ②  $\frac{\sqrt{19}}{4}$       ③  $\frac{\sqrt{5}}{2}$       ④  $\frac{\sqrt{21}}{4}$       ⑤  $\frac{\sqrt{22}}{4}$

## EBS 문항 분석

가. 이산확률변수의 표준편차를 구하는 문제이다.

나. 확률질량함수의 성질 및 평균을 이용하여  $a$ 와  $b$ 의 값을 구하고, 확률변수  $X$ 의 표준편차를 구한다.



## 다시 보는 개념 !!

가. 이산확률변수  $X$ 의 확률질량함수가  $P(X=x_i)=p_i (i=1, 2, 3, \dots, n)$ 일 때, 확률의 기본 성질에 의하여 다음이 성립한다.

$$1) 0 \leq P(X=x_i)=p_i \leq 1 \qquad 2) \sum_{i=1}^n P(X=x_i) = \sum_{i=1}^n p_i = 1$$

나. 이산확률변수  $X$ 의 확률질량함수가  $P(X=x_i)=p_i (i=1, 2, 3, \dots, n)$ 일 때, 다음이 성립한다

$$1) E(X)=m=\sum_{i=1}^n x_i p_i \quad 2) V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2 \quad 3) \sigma(X)=\sqrt{V(X)}$$



상자 안에 흰 공이 1개, 검은 공이 2개, 노란 공이 3개 들어 있다. 이 상자에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 공의 색을 확인한 다음 다시 넣는 시행을 18회 반복할 때, 검은 공이 나온 횟수를 확률변수  $X$ 라 하자.  $\sigma(-3X+2)$ 의 값은?

- ① 4                      ② 5                      ③ 6                      ④ 7                      ⑤ 8

### EBS 문항 분석

- 가. 이항분포를 이용하여 이산확률변수  $aX+b$ 의 표준편차를 구하는 문제이다.  
 나. 주어진 실생활 문제를 해석하여 이항분포임을 이해하고 한번 시행했을 때의 확률을 구하고 이항분포의 분산을 구하는 식을 이용하여 해결한다.



### 다시 보는 개념 !!

- 가. 이항분포  
 한 번의 시행에서 사건  $A$ 가 일어날 확률이  $p$ 로 일정할 때,  $n$ 회의 독립시행에서 사건  $A$ 가 일어나는 횟수를 확률변수  $X$ 라 하면  $X$ 의 확률질량함수는

$$P(X=x) = {}_n C_x p^x q^{n-x} \quad (\text{단, } x=0, 1, 2, \dots, n, q=1-p)$$

이다. 이와 같은 확률변수  $X$ 의 확률분포를 이항분포라 하고, 기호로  $B(n, p)$ 와 같이 나타낸다.

- 나. 이항분포의 평균, 분산, 표준편차  
 확률변수  $X$ 가 이항분포  $B(n, p)$ 를 따를 때

- 1) 평균 :  $E(X) = np$
- 2) 분산 :  $V(X) = npq$  (단,  $q=1-p$ )
- 3) 표준편차 :  $\sigma(X) = \sqrt{npq}$  (단,  $q=1-p$ )

- 다. 확률변수  $X$ 와 두 상수  $a, b$  ( $a \neq 0$ )에 대하여 확률변수  $aX+b$ 의 평균, 분산, 표준편차는 다음과 같다.

- 1)  $E(aX+b) = aE(X)+b$
- 2)  $V(aX+b) = a^2 V(X)$
- 3)  $\sigma(aX+b) = |a| \sigma(X)$



확률변수  $X$ 가 가질 수 있는 값이  $2, 2^2, 2^3, \dots, 2^9, 2^{10}$  이고 확률변수  $X$ 의 확률질량함수가 다음과 같다.

$$\begin{cases} P(X=2^k) = \left(\frac{1}{2}\right)^k & (\text{단, } k=1, 2, 3, \dots, 9) \\ P(X=2^{10}) = a \end{cases}$$

$E(X^2) = b \times 2^{11} - 2$  일 때, 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하시오.

### EBS 문항 분석

- 가. 이산확률변수에서  $X^2$ 의 평균을 구할 수 있는지를 묻는 문제이다.  
 나. 주어진 확률변수  $X$ 와  $X$ 의 확률질량함수를 이용하여  $X$ 의 확률분포표를 작성하면 보다 정확하게 해결가능하다.



### 다시 보는 개념 !!

이산확률변수  $X$ 의 확률질량함수가  $P(X=x_i)=p_i (i=1, 2, 3, \dots, n)$  일 때,

가. 평균 :  $E(X) = m = \sum_{i=1}^n x_i p_i$

나. 분산 :  $V(X) = E((X-m)^2) = E(X^2) - \{E(X)\}^2$

다. 표준편차 :  $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$



1이 적힌 공이 1개, 2가 적힌 공이 2개, 3이 적힌 공이 3개, ..., 10이 적힌 공이 10개 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 공에 적힌 숫자를 확인하고 공을 다시 넣는 시행을 110번 반복할 때, 자연수  $k$  이상인 수가 적힌 공이 나온 횟수를 확률변수  $X$ 라 하자.  $E(X)=68$ 일 때, 자연수  $k$ 의 값은? (단, 각 공에는 숫자가 한 개 적혀 있다.)

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

## EBS 문항 분석

- 가. 이항분포를 구성하는 확률질량함수를 구하는 것이 핵심인 문제이다. 이항분포가 이산 확률분포 종류중의 확률질량함수가 독립시행의 식으로 표현되는 것임을 이해하고 이산 확률분포표를 구성한다는 생각으로 확률질량함수를 찾으면 된다.
- 나. 이항분포의 평균을 구하는 식을 이용하여  $k$  값을 구할 수 있다.



## 다시 보는 개념 !!

가. 이항분포

한 번의 시행에서 사건  $A$ 가 일어날 확률이  $p$ 로 일정할 때,  $n$ 회의 독립시행에서 사건  $A$ 가 일어나는 횟수를 확률변수  $X$ 라 하면  $X$ 의 확률질량함수는

$$P(X=x) = {}_n C_x p^x q^{n-x} \quad (\text{단, } x=0, 1, 2, \dots, n, q=1-p)$$

이다. 이와 같은 확률변수  $X$ 의 확률분포를 이항분포라 하고, 기호로  $B(n, p)$ 와 같이 나타낸다.

나. 이항분포의 평균, 분산, 표준편차

확률변수  $X$ 가 이항분포  $B(n, p)$ 를 따를 때

1) 평균 :  $E(X) = np$

2) 분산 :  $V(X) = npq$  (단,  $q=1-p$ )

3) 표준편차 :  $\sigma(X) = \sqrt{npq}$  (단,  $q=1-p$ )



## EBS연계 예상문항



2018수능대비 EBS연계 예상문항/

2017 수능특강 확률과 통계 79쪽 유제9번 변형

$\sum_{k=0}^{64} (k^2 - k - 2) \cdot {}_{64}C_k \left(\frac{1}{4}\right)^k \left(\frac{3}{4}\right)^{64-k}$  의 값을 구하시오.



풀 이



확률변수  $X$ 의 확률분포를 표로 나타내면 아래와 같다.  $E(X) = 3$  일 때,  $P(X > 3)$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.)

| $X$      | 2             | 3   | 4   | 계 |
|----------|---------------|-----|-----|---|
| $P(X=x)$ | $\frac{1}{5}$ | $a$ | $b$ | 1 |

①  $\frac{1}{10}$

②  $\frac{1}{5}$

③  $\frac{3}{10}$

④  $\frac{2}{5}$

⑤  $\frac{1}{2}$



풀이



두 주머니 A와 B에는 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 4장의 카드가 각각 들어 있다. 갑은 주머니 A에서, 을은 주머니 B에서 각자 임의로 두 장의 카드를 꺼내어 가진다. 갑이 가진 두 장의 카드에 적힌 수의 합과 을이 가진 두 장의 카드에 적힌 수의 합 중에서 작지 않은 값을 확률변수  $X$ 라 하자.  $E(18X+2)$ 의 값을 구하시오.



풀 이



확률변수  $X$ 가 가지는 값은 8의 양의 약수이고 확률질량함수가 다음을 만족시킨다.

$$P(X=2k)=P(X=k)\times\frac{1}{2} \quad (k=1, 2, 4)$$

$E(15X)$ 의 값을 구하시오.



풀 이

# 25연속확률분포



2018수능대비 EBS 대표 예제 /

2017년 수능특강 확률과 통계 93쪽 2번

확률변수  $X$ 가 평균이 36인 정규분포를 따를 때, 부등식  $P(30 \leq X \leq 33) < P(30+a \leq X \leq 33+a)$ 를 만족시키는 자연수  $a$ 의 최댓값을 구하시오.



EBS 문항 분석

- 가. 정규분포곡선의 성질을 이해하고 있는지를 묻는 문제이다.  
나. 정규분포곡선의 대칭성과 평균을 이용하여 문제를 해결할 수 있다.



다시 보는 개념 !!

- 가. 정규분포곡선의 성질
- 1) 직선  $x=m$ 에 대하여 대칭이고 종 모양의 곡선이다.
  - 2) 곡선과  $x$ 축 사이의 넓이는 1이다.
  - 3)  $x$ 축을 점근선으로 한다.
  - 4)  $x=m$ 일 때, 최댓값을 갖는다.
- 나. 확률변수  $X$ 가 정규분포  $N(m, \sigma^2)$ 을 따를 때, 다음이 성립한다.
- 1)  $P(X \geq m) = P(X \leq m) = 0.5$
  - 2)  $P(m - \sigma \leq X \leq m) = P(m \leq X \leq m + \sigma)$
  - 3)  $P(m - \sigma \leq X \leq m + \sigma) = 2 \times P(m \leq X \leq m + \sigma)$



두 개의 주사위를 동시에 던져 두 주사위의 눈의 수가 같을 때는 3 점을 얻고 두 주사위의 눈의 수가 다를 때는 점수를 얻지 못하는 게임이 있다. 이 게임을 720 번 반복할 때, 얻은 점수의 총합이 390 점 이상일 확률을 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

| $z$ | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
|-----|----------------------|
| 0.5 | 0.1915               |
| 1.0 | 0.3413               |
| 1.5 | 0.4332               |
| 2.0 | 0.4772               |
| 2.5 | 0.4938               |

- ① 0.0062      ② 0.0228      ③ 0.0668      ④ 0.1587      ⑤ 0.3085

### EBS 문항 분석

- 가. 이항분포를 정규분포로 근사시켜 해결하는 문제이다.  
 나. 이항분포에서 평균과 분산을 구하여 정규분포로 근사시키고 표준화하여 표준정규분포표를 이용하여 확률을 구한다.



### 다시 보는 개념 !!

- 가. 확률변수  $X$ 가 이항분포  $B(n, p)$ 를 따를 때,  $n$ 이 충분히 크면  $X$ 는 근사적으로 정규분포  $N(np, npq)$ 를 따른다. (단,  $q=1-p$ )  
 나. 확률변수  $X$ 가 이항분포  $B(n, p)$ 를 따를 때,  $n$ 이 충분히 크면 확률변수  $Z = \frac{X - np}{\sqrt{npq}}$ 는 표준정규분포  $N(0, 1)$ 을 따른다.



어느 지역 각 스마트폰 가입자가 한 달 동안 사용한 음성통화량과 데이터 사용량은 각각 정규분포  $N(150, 5^2)$ ,  $N(300, 20^2)$ 을 따른다고 한다. 이 지역 스마트폰 가입자 중에서 임의로 한 명을 선택하였을 때, 사용한 음성통화량이  $k$  이상일 확률과 데이터 사용량이  $5k$  이하일 확률이 서로 같다. 상수  $k$ 의 값은?

(단, 사용한 음성통화량의 단위는 분이고, 데이터 사용량의 단위는 MB이다.)

- ① 98                      ② 100                      ③ 102                      ④ 104                      ⑤ 106

### EBS 문항 분석

가. 정규분포를 따르는 서로 다른 두 확률변수의 특정구간에서의 확률의 값을 비교하는 문제이다.

나. 정규분포를 새로운 확률변수  $Z = \frac{X-m}{\sigma}$ 를 이용하여 표준정규분포  $N(0, 1^2)$ 의 변수 범위로 바꾸어 변수를 통일 시켜주어야 한다.

다. 표준정규분포곡선의 대칭 성질을 이용하여 미지수의 값을 구한다.



### 다시 보는 개념 !!

가. 확률변수  $X$ 가 정규분포  $N(m, \sigma^2)$ 을 따를 때, 새로운 확률변수  $Z = \frac{X-m}{\sigma}$ 의 확률분포는 표준정규분포  $N(0, 1^2)$ 을 따른다.

나. 표준정규분포곡선은  $x=0$ 에 대하여 대칭이고 종 모양의 곡선이다.



확률변수  $X$ 는 정규분포  $N(100, 2^2)$ 을 따른다. 실수  $t$ 에 대하여  $f(t) = P(t \leq X \leq 3+t)$ 라 할 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} f(3n+c) = 0.8413$ 을 만족시키는 상수  $c$ 의 값을 표준정규분포표를 이용하여 구하시오.

| $z$ | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
|-----|----------------------|
| 0.5 | 0.1915               |
| 1.0 | 0.3413               |
| 1.5 | 0.4332               |
| 2.0 | 0.4772               |

### EBS 문항 분석

가. 확률밀도함수를 이용하여 주어진 식이 나타내는 특정구간의 확률을 표현할 수 있어야 한다.

나. 정규분포를 새로운 확률변수  $Z = \frac{X-m}{\sigma}$ 를 이용하여 표준정규분포  $N(0, 1^2)$ 의 변수 범위로 바꾼다.

다. 표준정규분포표를 이용하여 확률을 구한다.



### 다시 보는 개념 !!

가. 확률변수  $X$ 가 정규분포  $N(m, \sigma^2)$ 을 따를 때, 새로운 확률변수  $Z = \frac{X-m}{\sigma}$ 의 확률분포는 표준정규분포  $N(0, 1^2)$ 을 따른다.



## EBS 기출분석 1

### 기출 문항

2017학년도 대수능 수학 가형 18번

확률변수  $X$ 는 평균이  $m$ , 표준편차가 5인 정규분포를 따르고, 확률변수  $X$ 의 확률밀도함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) f(10) > f(20)$$

$$(나) f(4) < f(22)$$

$m$ 이 자연수일 때,  $P(17 \leq X \leq 18)$ 의 값을 정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

- ① 0.044      ② 0.053      ③ 0.62      ④ 0.078      ⑤ 0.097

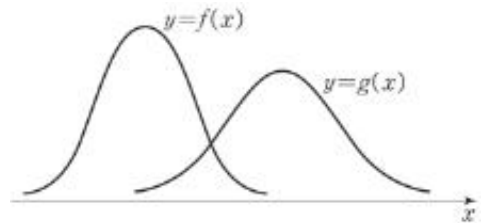
| $z$ | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
|-----|----------------------|
| 0.6 | 0.226                |
| 0.8 | 0.288                |
| 1.0 | 0.341                |
| 1.2 | 0.385                |
| 1.4 | 0.419                |



EBS 교재

2016 수능특강 확률과 통계 87쪽 유제 4번

두 확률변수  $X, Y$ 는 각각 정규분포  $N(m, \sigma^2)$ ,  $N(10, 4^2)$ 을 따른다.  $X$ 와  $Y$ 의 확률밀도함수는 각각  $f(x), g(x)$ 이고, 두 함수  $y=f(x), y=g(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.  $m$ 과  $\sigma$ 가 모두 자연수일 때, 모든 순서쌍  $(m, \sigma)$ 의 개수를 구하시오.



### EBS 문항 분석

- 가. 연계유형 - 동일한 개념 및 원리를 활용하여 출제  
나. 기출문항과 EBS교재의 문항은 동일한 개념을 묻고 있으나 기출문항이 연계문항보다 다소 어렵다.



### 문항포인트 Point !!

확률변수의 평균의 개념을 정확히 이해하여 조건을 이용하여 평균을 구하는 것이 가장 중요하다.



## EBS연계 예상문항



2018수능대비 EBS연계 예상문항/

2017 수능특강 확률과 통계 94쪽 1번 변형

두 양수  $a, b$ 에 대하여 연속확률변수  $X$ 가 갖는 값의 범위는  $-b \leq X \leq 1$  이고  $X$ 의 확률밀도함수

$f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} a(1-x) & (0 \leq x \leq 1) \\ \frac{a}{b}(x+b) & (-b \leq x \leq 0) \end{cases}$$

이다.  $P(-b \leq X \leq 0) = 3P(0 \leq X \leq 1)$  일 때,  $P(-\frac{b}{3} \leq X \leq 1)$ 의 값은?

①  $\frac{3}{5}$

②  $\frac{2}{3}$

③  $\frac{11}{15}$

④  $\frac{4}{5}$

⑤  $\frac{13}{15}$



풀 이



100 명의 학생의 시험 점수는 평균이 50 점, 표준편차가 10점인 정규분포를 따른다고 한다. 이 100 명의 학생 중 3 명을 학교 대표로 선발할 때, 선발된 학생의 최저 점수를 표준 정규분포표를 이용하여 구하시오.

| $z$ | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
|-----|----------------------|
| 1.5 | 0.43                 |
| 1.7 | 0.46                 |
| 1.9 | 0.47                 |
| 2.1 | 0.48                 |



풀 이



확률변수  $X$ 는 정규분포  $N(m, \sigma^2)$ 을 따르고  $P(X \leq 18) = P(X \geq 30)$ 을 만족한다.  
 $P(23 \leq X \leq 25) = 0.3174$ 일 때,  $P(X \leq 23)$ 의 값은?

- ① 0.1587      ② 0.3174      ③ 0.3413      ④ 0.6587      ⑤ 0.6826



풀 이



어느 항공회사는 항공편을 예약한 사람 중 10%가 예정시간에 공항에 나오지 않거나 또는 항공편 예약을 변경한다는 사실을 알았다. 이 항공회사가 남은 좌석 발생에 의한 손실을 감소시키기 위하여 372석의 좌석이 있는 어느 항공편에 400건의 예약을 접수하였다. 예약을 하고 탑승하기 위하여 공항에 나온 사람들 모두가 좌석에 앉을 수 있는 확률을 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

| $z$ | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
|-----|----------------------|
| 1.0 | 0.3413               |
| 1.5 | 0.4332               |
| 2.0 | 0.4772               |
| 2.5 | 0.4938               |

- ① 0.9413      ② 0.9332      ③ 0.9544      ④ 0.9772      ⑤ 0.9938



풀 이

# 26 통계적 추정



2018수능대비 EBS 대표 예제 /

2017년 수능특강 확률과 통계 104쪽 3번

모평균이 25, 모표준편차가 8인 모집단에서 크기가 4인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을  $\bar{X}$ 라 할 때,  $E(2\bar{X}+5)+V(2\bar{X}+5)$ 의 값을 구하시오.

## EBS 문항 분석

가. 모집단에서 크기가 정해진 표본을 추출하였을 때, 모평균과 표본평균의 관계, 모분산과 표본분산을 알 수 있어야 한다.



## 다시 보는 개념 !!

가. 모평균  $m$ , 모분산  $\sigma^2$ 인 모집단에서 크기가  $n$ 인 표본을 임의추출할 때, 표본평균  $\bar{X}$ 에 대하여

$$1) E(\bar{X}) = m \qquad 2) V(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n} \qquad 3) \sigma(\bar{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

나. 확률변수  $X$ 와 두 상수  $a, b$  ( $a \neq 0$ )에 대하여 확률변수  $aX+b$ 의 평균, 분산, 표준편차는 다음과 같다.

$$1) E(aX+b) = aE(X)+b \qquad 2) V(aX+b) = a^2 V(X)$$
$$3) \sigma(aX+b) = |a| \sigma(X)$$



어느 대학교에서 이메일 서비스를 이용하는 학생들의 40%가 A 포털의 이메일 서비스를 이용한다고 한다. 이 대학교에서 이메일 서비스를 이용하는 학생 중 150 명을 임의추출할 때, A 포털의 이메일 서비스를 이용하는 학생의 비율이 0.38 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

| $z$ | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
|-----|----------------------|
| 0.5 | 0.1915               |
| 1.0 | 0.3413               |
| 1.5 | 0.4332               |
| 2.0 | 0.4772               |

- ① 0.5778      ② 0.6915      ③ 0.7745      ④ 0.8413      ⑤ 0.9332

### EBS 문항 분석

가. 표본비율의 확률분포를 구할 수 있는 문는 문제이다.

나. 모비율이  $p$ 이고 표본의 크기  $n$ 이 충분히 클 때, 표본비율  $\hat{p}$ 은 근사적으로 정규분포

$N\left(p, \frac{pq}{n}\right)$ 를 따르고,  $Z = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}}$ 는 근사적으로 표준정규분포  $N(0,1)$ 을 따르는 것을 이

해한다.



### 다시 보는 개념 !!

가. 모비율이  $p$ 인 모집단에서 임의추출한 크기가  $n$ 인 표본의 표본비율  $\hat{p}$ 에 대하여 다음이 성립한다. (단,  $q=1-p$ )

$$1) E(\hat{p}) = p \qquad 2) V(\hat{p}) = \frac{pq}{n} \qquad 3) \sigma(\hat{p}) = \sqrt{\frac{pq}{n}}$$

나. 모비율이  $p$ 이고 표본의 크기  $n$ 이 충분히 클 때, 표본비율  $\hat{p}$ 의 분포는 정규분포

$N\left(p, \frac{pq}{n}\right)$ 에 가까워지고,  $Z = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}}$ 는 표준정규분포  $N(0,1)$ 을 따른다.

(단,  $0 < p < 1, q = 1 - p$ )



모평균이  $m$ , 모표준편차가  $\sigma$ 인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가  $n$ 인 표본을 임의추출하여 신뢰도로 99% 추정한 모평균  $m$ 에 대한 신뢰구간이  $a \leq m \leq b$ 이다.  $b-a=0.86\sigma$ 를 만족시키는  $n$ 의 값은?

(단,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때  $P(0 \leq Z \leq 2.58) = 0.495$ 로 계산한다.)

- ① 16                      ② 25                      ③ 36                      ④ 49                      ⑤ 64

### EBS 문항 분석

가. 모평균의 추정을 할 수 있는지 묻는 문제이다.

나. 모집단의 분포가 정규분포를 따를 때, 크기가  $n$ 인 표본을 임의추출하여 실제로 구한 표본평균  $\bar{X}$ 의 값을  $\bar{x}$ 라 하면 모평균  $m$ 에 대한 신뢰구간을 구할 수 있어야 한다.



### 다시 보는 개념 !!

가. 추정

모집단에서 추출한 표본에서 얻은 자료를 근거로 하여 모집단의 어떤 성질을 확률적으로 추측하는 것을 추정이라고 한다.

나. 모평균의 신뢰구간

모집단의 분포가 정규분포  $N(m, \sigma^2)$ 을 따를 때, 크기가  $n$ 인 표본을 임의추출하여 실제로 구한 표본평균  $\bar{X}$ 의 값을  $\bar{x}$ 라 하면 모평균  $m$ 에 대한 신뢰구간은 다음과 같다.

$$1) \text{ 신뢰도 } 95\% \text{의 신뢰구간 : } \bar{x} - 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq m \leq \bar{x} + 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$2) \text{ 신뢰도 } 99\% \text{의 신뢰구간 : } \bar{x} - 2.58 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq m \leq \bar{x} + 2.58 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$



어느 모집단에서 크기가 300 인 표본을 임의추출하여 얻은 표본비율이  $\hat{p}_1$  일 때 모비율  $p$ 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이  $\frac{1}{4}-c \leq p \leq \frac{1}{4}+c$  이었다. 충분히 큰 자연수  $n$ 에 대하여 같은 모집단에서 크기가  $n$ 인 표본을 임의추출하여 얻은 표본비율이  $\hat{p}_2$  일 때 모비율  $p$ 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이  $\frac{4}{5}\hat{p}_1-d \leq p \leq \frac{4}{5}\hat{p}_1+d$  이었다.  $2c=3d$  일 때  $n$ 의 값을 구하시오. (단,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때  $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.475$ 로 계산한다.)

## EBS 문항 분석

가. 모비율의 추정을 할 수 있는지 묻는 문제이다.

나. 모비율이  $p$ 인 모집단에서 임의추출한 크기가  $n$ 인 표본을 임의추출하여 실제로 구한 표본비율을  $\hat{p}$ 라 하면 모비율  $p$ 에 대한 신뢰구간을 구할 수 있어야 한다.



## 다시 보는 개념 !!

가. 추정

모집단에서 추출한 표본에서 얻은 자료를 근거로 하여 모집단의 어떤 성질을 확률적으로 추측하는 것을 추정이라고 한다.

나. 모비율의 신뢰구간

모집단에서 임의추출한 크기가  $n$ 인 표본의 표본비율의 값을  $\hat{p}$ 이라 하면  $n$ 이 충분히 클 때, 모비율  $p$ 에 대한 신뢰 구간은 다음과 같다.

$$1) \text{ 신뢰도 95\%의 신뢰구간 : } \hat{p} - 1.96\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} \leq m \leq \hat{p} + 1.96\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$$

$$2) \text{ 신뢰도 99\%의 신뢰구간 : } \hat{p} - 2.58\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} \leq m \leq \hat{p} + 2.58\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$$



## EBS 기출분석 1

### 기출 문항

2017학년도 대수능 수학 가형 13번

정규분포  $N(0, 4^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 9인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을  $\bar{X}$ , 정규분포  $N(3, 2^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 16인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을  $\bar{Y}$ 라 하자.  $P(\bar{X} \geq 1) = P(\bar{Y} \leq a)$ 를 만족시키는 상수  $a$ 의 값은?

- ①  $\frac{19}{8}$       ②  $\frac{5}{2}$       ③  $\frac{21}{8}$       ④  $\frac{11}{4}$       ⑤  $\frac{23}{8}$



### EBS 교재

2016 수능특강 확률과 통계 107쪽 5번

모집단의 확률변수  $X$ 가 정규분포  $N(100, 6^2)$ 을 따른다. 이 모집단에서 크기가 9인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을  $\bar{X}$ 라 할 때,  $P(X \leq 112) = P(\bar{X} \geq a)$ 를 만족시키는 상수  $a$ 의 값은?

- ① 90      ② 92      ③ 94      ④ 96      ⑤ 98



### EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 개념과 원리를 문제를 축소 변형하여 출제

나. 기출문항과 EBS교재의 문항은 동일한 개념인 표본평균의 분포를 묻고 있으나 기출문항이 연계문항보다 다소 어렵다.



### 문항쫑이 Point !!

가. 모평균  $m$ , 모분산  $\sigma^2$ 인 모집단에서 크기가  $n$ 인 표본을 임의추출할 때, 표본평균  $\bar{X}$ 에 대하여

$$1) E(\bar{X}) = m \qquad 2) V(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n} \qquad 3) \sigma(\bar{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

4) 표본의 크기  $n$ 이 충분히 큰 수이면  $\bar{X}$ 의 분포는 정규분포  $N\left(m, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ 에 가까워진다.

5) 모집단이 정규분포일 때에는  $n$ 의 크기에 관계없이  $\bar{X}$ 의 분포는 정규분포  $N\left(m, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ 을 따른다.



## EBS 기출분석 2

### 기출 문항

2017학년도 대수능 수학 나형 16번

어느 농가에서 생산하는 석류의 무게는 평균이  $m$ , 표준편차가 40인 정규분포를 따른다고 한다. 이 농가에서 생산하는 석류 중에서 임의 추출한, 크기가 64인 표본을 조사하였더니 석류 무게의 표본평균의 값이  $\bar{x}$ 이었다. 이 결과를 이용하여, 이 농가에서 생산하는 석류 무게의 평균  $m$ 에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간을 구하면  $\bar{x}-c \leq m \leq \bar{x}+c$ 이다.  $c$ 의 값은? (단, 무게의 단위는 g이고,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때  $P(0 \leq Z \leq 2.58) = 0.495$ 로 계산한다.) [4점]

- ① 25.8      ② 21.5      ③ 19.2      ④ 12.9      ⑤ 8.6



### EBS 교재

### 2016 수능특강 확률과 통계 107쪽 6번

모평균이  $m$ , 모표준편차가 5인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 100인 표본을 임의 추출하여 구한 표본평균을  $\bar{x}$ 라 하자. 이 표본을 이용하여 얻은 모평균  $m$ 에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간이  $\bar{x}-c \leq m \leq \bar{x}+c$ 일 때,  $c$ 의 값은? (단,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,  $P(|Z| \leq 2.58) = 0.99$ 로 계산한다.)

- ① 0.645      ② 1.29      ③ 2.58      ④ 5.16      ⑤ 10.32



### EBS 문항 분석

가. 연계유형 - 동일한 개념 및 원리를 활용하여 출제

나. 기출문제와 EBS교재의 문항은 표본평균을 이용하여 모평균을 추정하는 것으로 연계를 이 높은 문항이다. 모평균 추정에 대한 연습이 충분한 학생은 쉽게 해결할 수 있다.



### 문항포인트 Point !!

모평균의 신뢰구간

모집단의 분포가 정규분포  $N(m, \sigma^2)$ 을 따를 때, 크기가  $n$ 인 표본을 임의추출하여 실제로 구한 표본평균  $\bar{X}$ 의 값을  $\bar{x}$ 라 하면 모평균  $m$ 에 대한 신뢰구간은 다음과 같다.

$$1) \text{ 신뢰도 } 95\% \text{의 신뢰구간 : } \bar{x} - 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq m \leq \bar{x} + 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$2) \text{ 신뢰도 } 99\% \text{의 신뢰구간 : } \bar{x} - 2.58 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq m \leq \bar{x} + 2.58 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$



## EBS연계 예상문항



2018수능대비 EBS연계 예상문항/

2017 수능특강 확률과 통계 97쪽 예제1번 변형

어느 과즙음료 공장에서 생산하는 과즙음료 한 개의 무게는 평균이 210g, 표준편차가 10g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산된 과즙음료 중에서 네 개를 임의추출하여 한 상자에 넣어 판매할 때, 과즙음료 한 상자의 무게가 800g 이하일 확률을 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 상자의 무게는 생각하지 않는다.)

| $z$ | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
|-----|----------------------|
| 1.0 | 0.3413               |
| 1.5 | 0.4332               |
| 2.0 | 0.4772               |
| 2.5 | 0.4938               |

① 0.0062

② 0.0228

③ 0.0896

④ 0.1587

⑤ 0.2255



풀 이



모평균이  $m$ , 모표준편차가 2인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가  $n$ 인 표본의 표본 평균  $\bar{X}$ 의 값을  $\bar{x}$ 라 하자. 이 때

$$P(|\bar{X} - m| \leq 0.2) \geq 0.95$$

를 만족하는 자연수  $n$ 의 최솟값을 구하시오.

(단, 확률변수  $Z$ 가 표준정규분포를 따를 때,  $P(0 \leq Z \leq 2) = 0.4750$ 으로 계산한다.)



풀 이



고등학교의 학생 중 스마트폰을 가지고 있는 학생의 비율은 80%라고 한다. 고등학교학생 중에서 400 명을 임의로 추출하였을 때, 스마트폰을 가지고 있는 학생이 332이하 확률을 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

| $z$ | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
|-----|----------------------|
| 1.0 | 0.3413               |
| 1.5 | 0.4332               |
| 2.0 | 0.4772               |
| 2.5 | 0.4938               |

- ① 0.9413      ② 0.9332      ③ 0.9544      ④ 0.9772      ⑤ 0.9938



풀 이



어떤 모집단에서 임의로 200 명을 추출하여 구한 표본비율이  $\frac{1}{9}$  일 때, 모비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이  $\left[\frac{1}{9}-k, \frac{1}{9}+k\right]$  이었다. 같은 모집단에서  $n$  명을 임의로 추출하여 구한 표본비율이  $\frac{1}{7}$  일 때, 모비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이  $\left[\frac{1}{7}-\frac{9}{7}k, \frac{1}{7}+\frac{9}{7}k\right]$  이었다. 자연수  $n$ 의 값을 구하시오.

(단,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,  $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.)



풀 이